

Контрольная работа №3 «Интегралы»

Вариант 0

Задача 1. Найти интегралы методом непосредственного интегрирования.

а) $\int (5x + e^x) dx$; б) $\int \left(\cos^4\left(\frac{x}{2}\right) - \sin^4\left(\frac{x}{2}\right) \right) dx$.

Задача 2. Найти интеграл методом интегрирования по частям.

$$\int x^2 \ln x dx$$

Задача 3. Найти интеграл методом замены переменной.

$$\int_0^1 \frac{x dx}{x^4 + 1}$$

Задача 4. Найти интеграл методом разложения подынтегральной дроби на сумму простейших дробей.

$$\int \frac{x^3 + 2x + 6}{(x-1)(x-2)(x-4)} dx$$

Задача 5. Вычислить площадь области D, ограниченной графиками данных функций.

$$D: y = 32 - x^2, \quad y = -4x$$

Задача 6. Вычислить несобственный интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$$

Вариант 1.

Задача 1. Найти интегралы методом непосредственного интегрирования.

$$\text{а) } \int (2 \sin x + 3 \cos x) dx; \quad \text{б) } \int e^{4x} dx.$$

Задача 2. Найти интеграл методом интегрирования по частям.

$$\int x \cdot \arctg x dx$$

Задача 3. Найти интеграл методом замены переменной.

$$\int_0^1 \frac{x}{(x^2 + 1)^2} dx$$

Задача 4. Найти интеграл методом разложения подынтегральной дроби на сумму простейших дробей.

$$\int \frac{x^2 + 1}{(x^2 - 1)(x^4 - 4)} dx$$

Задача 5. Вычислить площадь области D, ограниченной графиками данных функций

$$D: y = x^2; x + y = 2$$

Задача 6. Вычислить несобственный интеграл

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x}$$

Вариант 2

Задача 1. Найти интегралы методом непосредственного интегрирования.

а) $\int (5 - 2x)^3 dx$ б) $\int tg^2 x dx$.

Задача 2. Найти интеграл методом интегрирования по частям.

$$\int (4x + 3) \cdot \sin 5x dx$$

Задача 3. Найти интеграл методом замены переменной.

$$\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{(\cos x + \sin x)^3} dx$$

Задача 4. Найти интеграл методом разложения подынтегральной дроби на сумму простейших дробей.

$$\int \frac{x^5 + x^4 - 8}{x(x - 2)(x + 2)} dx$$

Задача 5. Вычислить площадь области D, ограниченной графиками данных функций

$$D : y = 2x - x^2; \quad x + y = 0$$

Задача 6. Вычислить несобственный интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 8}$$

Вариант 3.

Задача 1. Найти интегралы методом непосредственного интегрирования.

а) $\int (5^x + x^5) dx$; б) $\int (1 + \cos^2 x) dx$

Задача 2. Найти интеграл методом интегрирования по частям.

$$\int \ln x dx$$

Задача 3. Найти интеграл методом замены переменной.

$$\int_0^1 \frac{x^3 + 1}{(x^4 + 4x + 2)^2} dx$$

Задача 4. Найти интеграл методом разложения подынтегральной дроби на сумму простейших дробей.

$$\int \frac{x^5 + 3x^4 - 3x^2 + 2}{x^2 - 1} dx$$

Задача 5. Вычислить площадь области D, ограниченной графиками данных функций

$$D: y = 3\sqrt{x}, y = \frac{3}{x}, x = 4.$$

Задача 6. Вычислить несобственный интеграл

$$\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x}$$

Вариант 4

Задача 1. Найти интегралы методом непосредственного интегрирования.

а) $\int \frac{3}{5^{2x}} dx$; б) $\int \frac{\sqrt{x} - x^3 e^x + x^2}{x^3} dx$.

Задача 2. Найти интеграл методом интегрирования по частям.

$$\int (x+1) \cdot e^x dx$$

Задача 3. Найти интеграл методом замены переменной.

$$\int_1^e \frac{1 + \ln^3 x}{x} dx$$

Задача 4. Найти интеграл методом разложения подынтегральной дроби на сумму простейших дробей.

$$\int \frac{x^3 + 2x^2 - 15x + 18}{x(x-3)(x+3)} dx$$

Задача 5. Вычислить площадь области D, ограниченной графиками данных функций

$$D: y = 2^x; y = 2; x = 0$$

Задача 6. Вычислить несобственный интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 2x + 2}$$

Вариант 5

Задача 1. Найти интегралы методом непосредственного интегрирования.

а) $\int \left(-\frac{3}{x} + \frac{2}{x^2} \right) dx;$ б) $\int \sqrt{1 - \sin 2x} dx.$

Задача 2. Найти интеграл методом интегрирования по частям.

$$\int x^2 \sin x dx$$

Задача 3. Найти интеграл методом замены переменной.

$$\int_0^{\pi/4} \frac{2 \operatorname{tg} x}{\cos^2 x} dx$$

Задача 4. Найти интеграл методом разложения подынтегральной дроби на сумму простейших дробей.

$$\int \frac{2x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 5x - 10}{(x-1)(x-3)(x+2)} dx$$

Задача 5. Вычислить площадь области D, ограниченной графиками данных функций

$$D: y = 2x^2; y = 2 - x.$$

Задача 6. Вычислить несобственный интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$$

Вариант 6

Задача 1. Найти интегралы методом непосредственного интегрирования.

$$\text{а) } \int (1 + 3e^x - 4\cos x) dx; \quad \text{б) } \int \frac{2}{x^5} dx.$$

Задача 2. Найти интеграл методом интегрирования по частям.

$$\int \arctg x dx$$

Задача 3. Найти интеграл методом замены переменной.

$$\int_0^{\sqrt{2}/2} \frac{x}{\sqrt{1-x^4}} dx$$

Задача 4. Найти интеграл методом разложения подынтегральной дроби на сумму простейших дробей.

$$\int \frac{1}{x^4 - 13x^2 + 36} dx$$

Задача 5. Вычислить площадь области D, ограниченной графиками данных функций

$$D: y = x; \quad y = 1 - x^2$$

Задача 6. Вычислить несобственный интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 4x + 8}$$

Вариант 7

Задача 1. Найти интегралы методом непосредственного интегрирования.

$$\text{а) } \int \left(2\sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt{x}} \right) dx; \quad \text{б) } \int \frac{x^2}{1+x^2} dx.$$

Задача 2. Найти интеграл методом интегрирования по частям.

$$\int x^2 \arctg x dx$$

Задача 3. Найти интеграл методом замены переменной.

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{x \cos x + \sin x}{(x \sin x)^3} dx$$

Задача 4. Найти интеграл методом разложения подынтегральной дроби на сумму простейших дробей.

$$\int \frac{1}{(x-1)(x+2)(x+3)} dx$$

Задача 5. Вычислить площадь области D, ограниченной графиками данных функций

$$D: y = \sqrt{9-x^2}; \quad y = 0; \quad x = 0; \quad x = 3/2.$$

Задача 6. Вычислить несобственный интеграл

$$\int_5^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 4x}$$

Вариант 8

Задача 1. Найти интегралы методом непосредственного интегрирования.

а) $\int \frac{3-x^2}{x} dx$; б) $\int \operatorname{ctg}^2 x dx$.

Задача 2. Найти интеграл методом интегрирования по частям.

$$\int \frac{x}{\sin^2 x} dx$$

Задача 3. Найти интеграл методом замены переменной.

$$\int_0^1 \frac{2\operatorname{arctg} x + x}{1+x^2} dx$$

Задача 4. Найти интеграл методом разложения подынтегральной дроби на сумму простейших дробей.

$$\int \frac{2x^3 - 8x^2 + 4x - 4}{x(x-1)(x-4)} dx$$

Задача 5. Вычислить площадь области D , ограниченной графиками данных функций

$$D: y = \sin x; y = \cos x; y = 0$$

Задача 6. Вычислить несобственный интеграл

$$\int_3^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 6x + 10}$$

Вариант 9

Задача 1. Найти интегралы методом непосредственного интегрирования.

$$\text{а) } \int \left(\frac{2}{\cos^2 x} - \frac{1}{2 \sin^2 x} \right) dx; \quad \text{б) } \int (2^x + 3^x)^2 dx.$$

Задача 2. Найти интеграл методом интегрирования по частям.

$$\int \arcsin x dx$$

Задача 3. Найти интеграл методом замены переменной.

$$\int_1^4 \frac{3\sqrt{x} + 1}{2x\sqrt{x} + x} dx$$

Задача 4. Найти интеграл методом разложения подынтегральной дроби на сумму простейших дробей.

$$\int \frac{1}{x^2(x+1)(x-1)} dx$$

Задача 5. Вычислить площадь области D, ограниченной графиками данных функций

$$D: y = \sqrt{x}; \quad y = \frac{1}{x}; \quad x = 16$$

Задача 6. Вычислить несобственный интеграл

$$\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{x^2 + 4x + 8}$$