

Теория функций комплексного переменного.

ЗАДАЧА 1.

Найти значение :

№ вар	Дано:	а)	Найти: б)	в)
1.	$z_1 = 1 - i\sqrt{3}$ $z_2 = \sqrt{3} + i$	$z_1 \cdot \bar{z}_2$	$\left(\frac{\bar{z}_1}{z_2}\right)^2$	$\sqrt[3]{\bar{z}_2}$
2.	$z_1 = 1 + i$ $z_2 = 3 - i$	$\bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$	$\frac{z_1}{z_2^2}$	$\sqrt[4]{z_1^3}$
3.	$z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ $z_2 = 2 - i\sqrt{3}$	$\bar{z}_1 \cdot z_2$	$\frac{z_1^2}{\bar{z}_2}$	$\sqrt[3]{(\bar{z}_1)^2}$
4.	$z_1 = 2 - 2 \cdot i$ $z_2 = 1 + 3 \cdot i$	$\bar{z}_1 \cdot z_2$	$\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2$	$\sqrt[3]{(\bar{z}_1)^4}$
5.	$z_1 = 3 + 2 \cdot i$ $z_2 = 2 + 2 \cdot i$	$z_1 \cdot \bar{z}_2$	$\frac{(\bar{z}_1)^2}{z_2}$	$\sqrt[5]{(\bar{z}_2)^4}$
6.	$z_1 = 7 + i$ $z_2 = 3 - 3 \cdot i$	$\bar{z}_1 \cdot (\bar{z}_2)^2$	$\frac{\bar{z}_1}{z_2}$	$\sqrt[3]{(\bar{z}_2)^2}$
7.	$z_1 = 5 - 5 \cdot i$ $z_2 = 2 - i$	$\bar{z}_1 \cdot z_2^2$	$\left(\frac{z_1}{\bar{z}_2}\right)^2$	$\sqrt[4]{\bar{z}_1}$
8.	$z_1 = 4 + 4 \cdot i$ $z_2 = 4 - 3 \cdot i$	$z_1 \cdot z_2$	$\frac{\bar{z}_1}{z_2}$	$\sqrt[5]{(\bar{z}_1)^2}$
9.	$z_1 = 2 - 2 \cdot i\sqrt{3}$ $z_2 = \sqrt{3} + 2 \cdot i$	$z_1 \cdot z_2^2$	$\left(\frac{\bar{z}_1}{z_2}\right)^2$	$\sqrt[3]{(\bar{z}_1)^2}$
10.	$z_1 = 2\sqrt{3} + 2 \cdot i$ $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$	$z_1 \cdot (\bar{z}_2)^2$	$\frac{\bar{z}_2}{z_1}$	$\sqrt[5]{z_1^3}$
11.	$z_1 = -4 - 4 \cdot i$ $z_2 = 3 + 2 \cdot i$	$z_1^2 \cdot \bar{z}_2$	$\frac{z_2}{\bar{z}_1}$	$\sqrt[5]{(\bar{z}_1)^3}$
12.	$z_1 = -3 + 3 \cdot i$ $z_2 = 2 + i$	z_2^3	$\frac{z_1^2}{\bar{z}_2}$	$\sqrt[3]{\bar{z}_1}$
13.	$z_1 = 4 - 3 \cdot i$ $z_2 = 1 + 7 \cdot i$	$z_1^2 \cdot \bar{z}_2$	$\frac{z_2}{\bar{z}_1}$	$\sqrt{z_1 \cdot z_2}$
14.	$z_1 = 5 - 12 \cdot i$ $z_2 = 2 + 2 \cdot i$	$z_1 \cdot (\bar{z}_2)^2$	$\frac{\bar{z}_1}{z_2^2}$	$\sqrt[4]{(\bar{z}_2)^3}$
15.	$z_1 = \frac{7 + 24 \cdot i}{5}$ $z_2 = -5 + 5 \cdot i$	$z_1 \cdot (\bar{z}_2)^2$	$\frac{z_2}{z_1}$	$\sqrt[3]{\bar{z}_2}$

16.	$z_1 = -3 - 4 \cdot i$ $z_2 = -4 + 4 \cdot i$	$z_1 \cdot \bar{z}_2$	$\left(\frac{\bar{z}_1}{z_2}\right)$	$\sqrt[3]{\frac{-\bar{z}_2}{2}}$
17.	$z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ $z_2 = 2\sqrt{3} + 2 \cdot i$	$z_1^2 \cdot \bar{z}_2$	$\frac{z_2}{\bar{z}_1}$	$\sqrt[3]{z_1 \cdot z_2}$
18.	$z_1 = 2\sqrt{3} - 2 \cdot i$ $z_2 = 3 - 3 \cdot i\sqrt{3}$	$\overline{z_1 \cdot z_2}$	$\frac{z_1^2}{z_2}$	$\sqrt[4]{z_2^2}$
19.	$z_1 = 3\sqrt{3} + 3 \cdot i$ $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$	$z_1 \cdot (\bar{z}_2)^2$	$\frac{3z_2}{\bar{z}_1}$	$\sqrt[3]{(\bar{z}_1)^2}$
20.	$z_1 = -4 - 4 \cdot i$ $z_2 = 2 + 3 \cdot i$	$\bar{z}_1 \cdot z_2^2$	$\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2$	$\sqrt[5]{(\bar{z}_1)^3}$
21.	$z_1 = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ $z_2 = \sqrt{8} - i\sqrt{8}$	$z_1^2 \cdot \bar{z}_2$	$\frac{\bar{z}_2}{z_1}$	$\sqrt[3]{(\bar{z}_2)^2}$
22.	$z_1 = 4 + 3 \cdot i$ $z_2 = 3 + 4 \cdot i$	$z_1 \cdot \bar{z}_2$	$\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2$	$\sqrt[4]{z_1 \cdot z_2}$
23.	$z_1 = 7 + 24 \cdot i$ $z_2 = 24 - 7 \cdot i$	$z_1 \cdot \bar{z}_2$	$\left(\frac{\bar{z}_1}{z_2}\right)$	$\sqrt[5]{z_1 / z_2}$
24.	$z_1 = 2 + i$ $z_2 = 1 - 2 \cdot i$	$z_1 \cdot (\bar{z}_2)^2$	$\left(\frac{\bar{z}_1}{z_2}\right)^2$	$\sqrt[4]{z_2 / z_1}$
25.	$z_1 = 3 + i$ $z_2 = 1 - 3 \cdot i$	$z_1^2 \cdot \bar{z}_2$	$\frac{\bar{z}_2}{z_1}$	$\sqrt{z_1 \cdot \bar{z}_2}$
26.	$z_1 = 7 + i$ $z_2 = 1 + 7 \cdot i$	$z_1 \cdot \bar{z}_2$	$\left(\frac{z_2}{\bar{z}_1}\right)^2$	$\sqrt[4]{z_1 / \bar{z}_2}$
27.	$z_1 = 1 - 2 \cdot i$ $z_2 = 4 - 2 \cdot i$	$z_1^2 \cdot z_2^2$	$\frac{z_1}{z_2}$	$\sqrt[3]{z_2 / \bar{z}_1}$
28.	$z_1 = 3 - 4 \cdot i$ $z_2 = -4 + 3 \cdot i$	$(\bar{z}_1 \cdot z_2)^2$	$\frac{z_2}{\bar{z}_1}$	$\sqrt{z_1 \cdot z_2}$
29.	$z_1 = 4 + 4 \cdot i$ $z_2 = 2 - 2 \cdot i$	$z_1 \cdot z_2^2$	$\frac{z_1^2}{\bar{z}_2}$	$\sqrt[3]{z_1 / \bar{z}_2}$
30.	$z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ $z_2 = 2\sqrt{3} + 2 \cdot i$	$z_1^2 \cdot \bar{z}_2$	$\left(\frac{z_2}{\bar{z}_1}\right)^2$	$\sqrt[4]{\bar{z}_2}$

ЗАДАЧА 2.

Заштриховать на рисунке область плоскости z , определяемую заданными неравенствами. Границы области, ей принадлежащие, вычертить сплошными, а не принадлежащие - пунктирными линиями.

№ вар.	ЗАДАЧА	№ вар.	ЗАДАЧА
1.	$\begin{cases} z-1 > 1 \\ z+1 \geq 1 \end{cases}$	16.	$\begin{cases} z-i \leq 1 + \operatorname{Im} z \\ \arg z \leq \pi/4 \\ \operatorname{Im} z \leq 2 \end{cases}$
2.	$\begin{cases} z-2 > 2 \\ z-4 \leq 4 \end{cases}$	17.	$\begin{cases} z^2-1 \leq 1 \\ \operatorname{Re} z > 0 \end{cases}$
3.	$\begin{cases} z-1 > 2 \\ \operatorname{Re} z < 3 \\ -\frac{\pi}{4} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{4} \end{cases}$	18.	$\begin{cases} z-1-i \geq 1 \\ z-1+i \geq 1 \\ z-1 < 1 \end{cases}$
4.	$\begin{cases} z-2 \leq 1 \\ \operatorname{Re} z > 1,5 \\ \operatorname{Im} z \geq -0,5 \end{cases}$	19.	$\begin{cases} z-1 > 1 + \operatorname{Re} z \\ z+1 + z-1 \leq 2\sqrt{2} \end{cases}$
5.	$\begin{cases} z \geq 1 \\ z+\sqrt{2} + z-\sqrt{2} < 2\sqrt{3} \\ \operatorname{Im} z > 0 \end{cases}$	20.	$\begin{cases} z^2-1 \geq 1 \\ z-\sqrt{2} < 2 \end{cases}$
6.	$\begin{cases} z-1 \leq 1 + \operatorname{Re} z \\ \operatorname{Re} z < 2 \end{cases}$	21.	$\begin{cases} z-i < 1 + \operatorname{Im} z \\ z+i\sqrt{2} - z-i\sqrt{2} \leq 2 \end{cases}$
7.	$\begin{cases} z+2 - z-2 \geq 2\sqrt{3} \\ \operatorname{Re} z < 3 \\ \operatorname{Im} z \geq 0 \end{cases}$	22.	$\begin{cases} z \cdot \bar{z} ^2 > \operatorname{Re}(z^2) \\ 0 \leq \arg z \leq \pi/4 \\ z-1 \leq 1 \end{cases}$
8.	$\begin{cases} z-2 \leq 2 \\ z-1 > 1 \\ z-3 \geq 1 \\ \operatorname{Im} z \geq 0 \end{cases}$	23.	$\begin{cases} z-1 \leq 1 + \operatorname{Re} z \\ z+1 + z-1 > 2\sqrt{2} \end{cases}$
9.	$\begin{cases} z+2 - z-2 \leq 2\sqrt{3} \\ 0 < \arg z < \pi/6 \end{cases}$	24.	$\begin{cases} (z+i\sqrt{5}) - (z-i\sqrt{5}) \leq 4 \\ \arctg 2 < \arg z < \pi - \arctg 2 \end{cases}$
10.			
11.	$\begin{cases} z-i \geq 1 + \operatorname{Im} z > 0 \\ -2 \leq \operatorname{Re} z < 2 \end{cases}$	25.	$\begin{cases} z \cdot \bar{z} ^2 < \operatorname{Im}(z^2) \\ \pi/4 \leq \arg z \leq \pi/2 \end{cases}$
12.	$\begin{cases} z-1-i < \sqrt{2} \\ \operatorname{Re} z \cdot \operatorname{Im} z \geq 1 \end{cases}$	26.	$ z -2 \leq \operatorname{Re} z < 2- z $
13.	$\begin{cases} z+\sqrt{2} - z-\sqrt{2} < 2 \\ z-1 \leq 1 \end{cases}$	27.	$\begin{cases} z+i\sqrt{3} - z-i\sqrt{3} \geq 2\sqrt{2} \\ z+i\sqrt{3} + z-i\sqrt{3} < 4 \end{cases}$

14.	$\begin{cases} 0 \leq z + \sqrt{2} - z - \sqrt{2} \leq 2 \\ z + \sqrt{3} + z - \sqrt{3} < 4 \end{cases}$	28.	$\begin{cases} z - 1 - i \leq 1 \\ \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z > 2 \\ \arg z > \pi/4 \end{cases}$
15.	$\begin{cases} z - i < \operatorname{Im} z + 1 \\ z + 2 + z - 2 \geq 2\sqrt{5} \\ \operatorname{Im} z \leq 2 \end{cases}$	29.	$\begin{cases} z \cdot \bar{z} ^2 \geq 2 \operatorname{Im}(z^2) \\ z - 1 - i < 1 \end{cases}$
16.	$\begin{cases} z + \sqrt{2} - z - \sqrt{2} \leq 2 \\ z - 1 < 1 + \operatorname{Re} z \\ \operatorname{Im} z \geq 0 \end{cases}$	30.	$\begin{cases} z + i\sqrt{3} + z - i\sqrt{3} \geq 4 \\ z < 2 \\ \operatorname{Im} z \geq 0 \end{cases}$

ЗАДАЧА 3.

Вычислить значение функций при заданном значении аргумента.

№вар.	а)	б)
1.	$tg(\pi/4 + i)$	$\ln(2 - 3i)$
2.	$ch(2 - \pi i/2)$	$e^{2 + \pi i/3}$
3.	$\sin(\pi/3 + 2i)$	$\ln(3 - 4i)$
4.	$th(1 - \pi i/2)$	$e^{-1 - 2\pi i/3}$
5.	$\cos(\pi/6 + i)$	$\ln(-3 + i)$
6.	$sh(1 + \pi i/4)$	$e^{0.5 + \pi i}$
7.	$ctg(\pi/3 - i)$	$\ln(-2 - 2i)$
8.	$ch(1 + \pi i/4)$	$e^{-0.5 - \pi i/2}$
9.	$\sin(\pi/2 + i)$	$\ln(-5 + 12i)$
10.	$cth(-1 + \pi i/3)$	$e^{-1 + \pi i/3}$
11.	$\cos(\pi/2 + 3i)$	$\ln(-4 - 3i)$
12.	$sh(2 - \pi i/2)$	$e^{1 - \pi i/4}$
13.	$tg(\pi/6 + 2i)$	$\ln(-3 - 3i)$
14.	$sh(2 + \pi i/4)$	$e^{-0.5 + 3\pi i/4}$
15.	$\cos(\pi/2 + 3i)$	$Ln(2 - 4i)$
16.	$cth(1 - \pi i/4)$	$e^{0.1 + \pi i/2}$
17.	$\sin(\pi/6 - i)$	$\ln(-3 + i)$
18.	$ch(2 - \pi i/6)$	$e^{2(1+i)}$
19.	$th(1 + \pi i/3)$	$Ln\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$
20.	$\sin(\pi/2 + 2i)$	$e^{\frac{\pi(1-i)}{2}}$

21.	$ch(2 - \pi i)$	$Ln\left(\frac{2-i}{2+i}\right)$
22.	$ctg(\pi/4 + 2i)$	$e^{-(1+2i)\pi/2}$
23.	$sh\left(\frac{1 + \pi i}{2}\right)$	$\ln\left(\frac{1 + 2i}{-1 + 2i}\right)$
24.	$\cos\left(\frac{\pi + 2i}{2}\right)$	$e^{-1-3\pi i/4}$
25.	$cth(2 - \pi i)$	$Ln(5 - 12i)$
26.	$\sin(\pi/4 + i)$	$e^{2+\pi i/3}$
27.	$sh(2 + \pi i/4)$	$Ln(24 - 7i)$
28.	$ctg(\pi/2 + 2i)$	$e^{-2+\pi i/6}$
29.	$ch(1 - \pi i/3)$	$\ln(3 + 4i)$
30.	$\cos(\pi/3 - i)$	$e^{1.5+\pi i/2}$

ЗАДАЧА 4.

Проверить, будет ли регулярна заданная функция. Для регулярной функции найти производную, используя формулу:

$$f'(z) = \frac{\partial U}{\partial x} + i \frac{\partial V}{\partial x} \Big|_{\substack{x=z \\ y=0}}$$

№ вар.	ЗАДАЧА	№ вар.	ЗАДАЧА
1.	$1/(1+z)$	16.	$1 + 1/\bar{z}$
2.	$\sin(z + \pi/4)$	17.	$1/(\bar{z} - 1)$
3.	$\ln(1+z)$	18.	$(1 + \bar{z})^3$
4.	$1/(1 + \bar{z})$	19.	$\sin(2\bar{z} + \pi/4)$
5.	$ch(\bar{z} - 2)$	20.	$\ln(\bar{z}/z)$
6.	$\ln(1 + \bar{z})$	21.	$z^2 + (\bar{z})^2$
7.	$sh(z + 1)$	22.	$z + 1/z$
8.	e^{1+z}	23.	$\bar{z} + 1/z$
9.	$e^{(\bar{z})^2}$	24.	$z \cdot \bar{z}$
10.	$\cos(z - \pi/4)$	25.	\bar{z}/z
11.	$e^{\bar{z}-1}$	26.	$\sin(2z)$
12.	$1/(1 - z)$	27.	$ch(z/2)$
13.	$\ln(\bar{z} - 1)$	28.	$\ln(z - 1)$
14.	e^{z^2}	29.	$1 - 1/z$
15.	$(z + 1)$	30.	$1/z - 1/\bar{z}$

ЗАДАЧА 5.

Установить, может ли данная функция служить вещественной или мнимой частью некоторой регулярной функции и, если может, то восстановить эту регулярную функцию в виде $f(z)$. Убедиться, что найденная функция регулярна и удовлетворяет заданному условию. Ниже через $U(x,y)$ обозначается вещественная, а через $V(x,y)$ - мнимая части искомой регулярной функции.

№ вар.	ЗАДАЧА	№ вар.	ЗАДАЧА
1.	$U(x,y) = \sin y \cdot \operatorname{ch} x$	16.	$V(x,y) = e^{-2y} \cdot \cos 2x$
2.	$V(x,y) = \cos y \cdot \operatorname{ch} x$	17.	$U(x,y) = \operatorname{arctg}(y/x)$
3.	$V(x,y) = e^x \cdot \operatorname{ch} y$	18.	$V(x,y) = -\ln(x^2 + y^2)$
4.	$U(x,y) = e^{-x} \cdot \sin y$	19.	$V(x,y) = x^3 - 3xy^2$
5.	$V(x,y) = e^y \cdot \sin x$	20.	$U(x,y) = y/(x^2 + y^2)$
6.	$U(x,y) = e^{-y} \cdot \cos x$	21.	$V(x,y) = x/(x^2 + y^2)$
7.	$U(x,y) = e^y \cdot \operatorname{sh} x$	22.	$V(x,y) = \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}$
8.	$V(x,y) = \operatorname{sh} y \cdot \sin x$	23.	$U(x,y) = -\frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2}$
9.	$V(x,y) = \operatorname{ch} x \cdot \operatorname{sh} y$	24.	$U(x,y) = 3x^2y - y^3$
10.	$U(x,y) = -\operatorname{sh} x \cdot \sin y$	25.	$U(x,y) = -\frac{x}{x^2 + y^2}$
11.	$U(x,y) = e^{-2x} \cdot \sin 2y$	26.	$V(x,y) = e^{2x} \cdot \cos 2y$
12.	$V(x,y) = \operatorname{sh} 2x \cdot \cos 2y$	27.	$V(x,y) = -e^{x/2} \cdot \sin(y/2)$
13.	$V(x,y) = \operatorname{ch} 2x \cdot \cos 2y$	28.	$U(x,y) = \operatorname{sh}(x/2) \cdot \sin(y/2)$
14.	$V(x,y) = \operatorname{sh} 3x \cdot \sin 3y$	29.	$U(x,y) = e^{x-y}$
15.	$U(x,y) = e^{2y} \cdot \sin 2x$	30.	$V(x,y) = -\frac{y}{x^2 + y^2}$

ЗАДАЧА 6.

Определить круг сходимости заданного степенного ряда. Сходится ли ряд в заданной точке z_1, z_2, z_3 ? Если сходится, то как - абсолютно или условно? Сделать рисунок.

№ вар.	ЗАДАЧА	z_1	z_2	z_3
1.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-i)^{2n-1}}{2^n(n+\ln n)}$	2i	3i	$\sqrt{2} + i$
2.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+1-i)^{2n}}{3^n(n^2+n \cdot \ln n)}$	0	$\sqrt{3}-1+i$	2 + i
3.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-1-i)^n}{2^n(n+1) \cdot \ln(n+1)}$	0	3+i	1 + 3i

4.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-2i)^{2n-1}}{(n+1)^2 \cdot \ln(n+1)}$	0	3i	1+2i
5.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+1-2i)^n}{2^n(n+1) \cdot \ln^2(n+1)}$	0	1+2i	-1
6.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2/3)^n \cdot (z-1+i)^n}{n + \sin(n\pi/2)}$	0	$\frac{5}{2}^{-i}$	$1 + \frac{i}{2}$
7.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3/4)^n \cdot (z+2i)^{2n}}{\sqrt{n + \ln n}}$	0	$\frac{2}{\sqrt{3}} - 2i$	$\left(\frac{2}{\sqrt{3}} - 2\right) \cdot i$
8.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-i)^n}{(2i)^n(n+1 + \operatorname{arctg} z)}$	0	3i	2+i
9.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+1+2i)^{2n}}{(4i)^n(n+1) \cdot \sqrt{\ln(n+1)}}$	0	1-2i	-1
10.	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z-2+i)^{2n+1}}{3^n((n+1)^2 + \ln^2(n+1))}$	0	$2 + \sqrt{2}$	$2 + i(\sqrt{3} - 1)$
11.	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z+1-2i)^n}{(2i)^n \cdot \sqrt{(n+1)^3 + 2n \cdot \ln n}}$	0	1+2i	-1+4i
12.	$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{3}{2}\right)^n \cdot \frac{(z-2i)^n}{n+1 + \sin(n\alpha)}$	1	$\frac{2}{3} + 2i$	$\frac{8}{3} \cdot i$
13.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2i)^n(z+1)^{2n}}{\sqrt{n+1 + \arcsin(1/n)}}$	0	$-1 + \frac{i}{\sqrt{2}}$	-3/2
14.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n(z+3i)^n}{3^n(n^2+1)}$	0	3-3i	i
15.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(z-1+i)^{2n}}{4^n \cdot n \cdot \sqrt{n+1}}$	0	3-i	1+i
16.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-2+2i)^n}{3^n \cdot \sqrt{n^3+1}}$	0	2+i	-1-3i
17.	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n(z+1+i)^{2n}}{9^n \cdot \sqrt{n+1}}$	0	2-i	-1+2i
18.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(z-i\sqrt{2})^{2n}}{2^n \cdot \sqrt[3]{n^2 + n \cdot \ln n}}$	0	$\sqrt{2}(1+i)$	1
19.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+i\sqrt{3})^{2n-1}}{3^n(n+1) \cdot \ln^{3/2}(n+1)}$	0	$\sqrt{3}(1-i)$	-1
20.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(z-1+i)^{2n-1}}{2^n(n+1) \cdot \ln(n+1)}$	0	1+i	1-2i

21.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n (z+1+i/2)^n}{2^n (n+1) \cdot \sqrt{\ln(n+1)}}$	0	$-1 + \frac{3}{2} \cdot i$	$1 - i/2$
22.	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (z-2+3i)^{2n}}{4^n (n+1 + \ln^2(n+1))}$	$2 - i$	$4 - 3i$	$1 - 2i$
23.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+1-2i)^{2n-1}}{5^n (n+1) \cdot \ln^3(n+1)}$	0	$1 + i$	1
24.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (z-2+2i)^n}{3^n (1+1/n)^n}$	0	$-1 - 2i$	$5 - i$
25.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(i)^n \cdot n^2 \cdot (z+3-i)^n}{3^n \cdot \ln(n+1)}$	0	$-3 - 2i$	$-1 + i$
26.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1) \cdot (z-2)^{2n}}{2^n \cdot (1 + \sin^2 n\alpha)}$	0	$2 + \sqrt{2}$	$2 + i$
27.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n + \ln n) \cdot (z-1+i)^{2n}}{2^n}$	0	1	$1 + \sqrt{2} - i$
28.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1) \cdot \ln(n+1) \cdot (z-1)^{2n-1}}{3^n}$	$1 + \sqrt{3}$	$1 + i\sqrt{3}$	0
29.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (z+2i)^n \cdot 2^{2n}}{3^n \cdot (n + \sqrt{n})}$	0	$\frac{3}{4} - 2i$	$-\frac{5}{4}i$
30.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n \cdot (z-i\sqrt{2})^{2n}}{2^n \cdot \sqrt{n^2+1}}$	0	$2i\sqrt{2}$	$\sqrt{3} + i\sqrt{2}$

ЗАДАЧА 7.

Найти все разложения заданной функции по степеням заданной разности $(z - a)$. Указать область пригодности каждого из разложений.

Примечание. а) 5 вар. Под $\sqrt{z^3 - 3z^2 + 3z}$ понимается то значение этого корня, которое на вещественной полуоси плоскости z принимает вещественные значения; б) 8 вар. Кубический корень понимается в том же смысле, что в вар. № 5; в) 11 вар. Воспользоваться формулой:

$$\operatorname{arctg} z = \int_0^z \frac{dz}{1+z^2} = \frac{\pi}{2} + \int_{\infty}^z \frac{dz}{1+z^2}; \quad \text{г) 17 вар. см. 5 вар.; д) 19 вар. см. 5 вар.}$$

№ вар.	ЗАДАЧА.	по степеням
1.	$f(z) = \frac{1}{z^2(z-1)}$	$z - 1$
2.	$f(z) = \frac{z}{z^2 - 5z + 4}$	$z - 2$
3.	$f(z) = \frac{z+2}{(z^2 + 2z + 5)^2}$	$z + 1$

4. $f(z) = \frac{\sin z}{z - \frac{\pi}{4}}$ $z - \pi/4$
5. $f(z) = \frac{z-1}{\sqrt[3]{z^3 - 3z^2 + 3z}}$ $z - 1$
6. $f(z) = \frac{1}{z \cdot (z^2 - 1)}$ $z + 1$
7. $f(z) = \frac{z+4}{(z^3 + 6z^2 + 12z)^2}$ $z + 2$
8. $f(z) = \frac{1}{\sqrt[3]{(16 - 12z + 6z^2 - z^3)^2}}$ $z - 2$
9. $f(z) = \frac{z}{(z^2 - 4)^2}$ $z - 2$
10. $f(z) = \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{1+z}{1-z}$ z
11. $f(z) = \operatorname{arctg} z$ z
12. $f(z) = \frac{1}{(z+1) \cdot (z+2)^3}$ $z + 1$
13. $f(z) = \frac{\cos z}{(z + \pi/4)^2}$ $z + \pi/4$
14. $f(z) = (z-1)^2 \sin^2 \left(\frac{1}{z-1} \right)$ $z - 1$
15. $f(z) = \frac{\sin z}{\left(z - \frac{3\pi}{4} \right)^3}$ $z - \frac{3\pi}{4}$
16. $f(z) = \left(\frac{\sin z}{z} \right)^3$, воспользоваться тождеством : z
17. $\sin 3z = 3 \sin z - 4 \sin^3 z$
 $f(z) = \frac{z}{\sqrt[3]{z^3 + 3z^2 + 3z}}$ $z + 1$
18. $f(z) = \frac{z}{(z^2 - 1)^3}$ $z + 1$
19. $f(z) = \frac{\sqrt[3]{7 + 3z - 3z^2 + z^3}}{z - 1}$ $z - 1$
20. $f(z) = \frac{1}{z \cdot (z^2 - 4)}$ $z + 2$
21. $f(z) = \frac{\sin^2 z}{(z - \pi/8)^2}$ $z - \pi/8$

22. $f(z) = \frac{1}{(z-1) \cdot (z^2 + 4)}$ z
23. $f(z) = \frac{\cos^2 z}{(z + \pi/8)^2}$ $z + \pi/8$
24. $f(z) = \frac{1}{(z+1) \cdot (z^2 - 4)}$ z
25. $f(z) = \frac{1}{1+z+z^2}$ z
26. $f(z) = \frac{1}{z+1} \cdot \cos^2\left(\frac{1}{z+1}\right)$ $z + 1$
27. $f(z) = \left(\frac{\cos z}{z}\right)^3$, воспользоваться тождеством: z
28. $\cos 3z = 4 \sin^3 z - 3 \cos z$
 $f(z) = \frac{1}{1-z+z^2}$ z
29. $f(z) = \frac{z+2}{(z^3 + 3z^2 + 3z)^2}$ $z + 1$
30. $f(z) = \frac{z}{(z^2 - 2z)^3}$ $z - 1$

ЗАДАЧА 8.

Найти все особые точки заданной функции ; определить их характер и найти вычеты в них. Установить , чем является для данной функции бесконечно удаленная точка и найти вычеты в ней.

- | № вар. | ЗАДАЧА | №вар. | ЗАДАЧА |
|--------|---|-------|---|
| 1. | $f(z) = \frac{e^z}{(z^2 + \pi^2)^2}$ | 16. | $f(z) = \frac{1}{1-z^2} \cdot e^{1/z}$ |
| 2. | $f(z) = \frac{sh z}{(z^2 + \pi^2)^2}$ | 17. | $f(z) = \frac{1}{1+z^2} \cdot \sin \frac{1}{z}$ |
| 3. | $f(z) = \frac{\sin z}{(z^2 - \pi^2)^2}$ | 18. | $f(z) = \frac{z}{1-z^2} \cdot ch \frac{1}{z}$ |
| 4. | $f(z) = \frac{ch z}{(z^2 + \pi^2)^3}$ | 19. | $f(z) = \frac{z}{1+z^2} \cdot \cos \frac{1}{z}$ |
| 5. | $f(z) = \frac{\cos z}{(z^2 - \pi^2)^3}$ | 20. | $f(z) = \frac{1}{(1-z)^2} \cdot sh \frac{1}{z}$ |
| 6. | $f(z) = \frac{z^2 + 4}{(z^2 + 3z + 2)^2}$ | 21. | $f(z) = \frac{1}{(1+z)^2} \cdot \cos \frac{1}{z}$ |
| 7. | $f(z) = \frac{(z+1)^2}{(z^2 - 3z + 2)^2}$ | 22. | $f(z) = \frac{1}{(1-z)^2} \cdot \sin \frac{1}{z}$ |

- | | | | |
|-----|---|-----|---|
| 8. | $f(z) = \frac{e^{iz}}{(z^2 - \pi^2)^2}$ | 23. | $f(z) = \frac{1}{z \cdot (1 - z^2)} \cdot \cos \frac{1}{z}$ |
| 9. | $f(z) = z^3 \cdot e^{-1/z^2}$ | 24. | $f(z) = \frac{1}{z \cdot (1 + z^2)} \cdot ch \frac{1}{z}$ |
| 10. | $f(z) = z^3 \cdot \cos \frac{1}{z^2}$ | 25. | $f(z) = \frac{1}{1 + z^2} \cdot sh \frac{1}{z}$ |
| 11. | $f(z) = z^5 \cdot \sin \frac{1}{z^2}$ | 26. | $f(z) = \frac{z}{1 - z} \cdot \sin \frac{1}{z}$ |
| 12. | $f(z) = \frac{e^{1/z}}{1 - z}$ | 27. | $f(z) = \frac{1}{z \cdot (1 + z)} \cdot \cos \frac{1}{z}$ |
| 13. | $f(z) = \frac{1}{1 - z} \cdot \sin \frac{1}{z}$ | 28. | $f(z) = \frac{1}{1 + z} \cdot ch \frac{1}{z}$ |
| 14. | $f(z) = \frac{1}{1 + z} \cdot sh \frac{1}{z}$ | 29. | $f(z) = \frac{1}{z \cdot (1 - z)} \cdot sh \frac{1}{z}$ |
| 15. | $f(z) = \frac{1}{(1 - z)^2} \cdot e^{1/z}$ | 30. | $f(z) = \frac{z}{1 + z} \cdot e^{-1/z}$ |

ЗАДАЧА 9.

В вар. 1-15 вычислить интеграл при помощи теории вычетов ; в вар. 16-30 - при помощи формулы Коши (или её следствия).

№ вар.	ЗАДАЧА	контур C	№ вар.	ЗАДАЧА	контур C
1.	$\oint_C \frac{dz}{(z^2 + 1)^2}$	$ z+i =1$	16.	$\oint_C \frac{(z+a)^2 \cdot e^z \cdot \sin \pi z \cdot dz}{z-a}$	$ z-a =1$
2.	$\oint_C \frac{dz}{(z^2 - 1)^3}$	$ z-1 =1$	17.	$\oint_C \frac{z^3 dz}{(z+1)^3 (z-2)}$	$ z-2 =2$
3.	$\oint_C \frac{(z^2 + 1) dz}{z^3 + 1}$	$ z =2$	18.	$\oint_C \frac{(z^2 + 1) dz}{z^2 (z+2)^2}$	$ z =1$
4.	$\oint_C z^2 \cdot e^{-\frac{1}{z}} dz$	$ z =1$	19.	$\oint_C \frac{z^3 dz}{(z-1)^3 (z+2)}$	$ z-1 =2$
5.	$\oint_C z^2 \cdot sh \frac{1}{z} dz$	$ z =2$	20.	$\oint_C \frac{e^{iz} \cdot z \cdot dz}{z^2 + 1}$	$ z-i =1$
6.	$\oint_C z \cdot \cos \frac{1}{z} dz$	$ z =2$	21.	$\oint_C \frac{e^{-iz} (1 - z^2) dz}{1 + z^2}$	$ z+i =1$
7.	$\oint_C \frac{(z^3 + 1) dz}{(z^2 + 1)^2}$	$ z =2$	22.	$\oint_C \frac{shz \cdot dz}{(z^2 + \pi^2)^2}$	$ z - \pi i = \pi$
8.	$\oint_C \frac{e^z dz}{(z^2 - 1)^2}$	$ z+1 =1$	23.	$\oint_C \frac{\sin^2 z \cdot dz}{\left(z^2 - \frac{\pi^2}{4}\right)^2}$	$ z + \pi/2 = 1$

9. $\oint_C \frac{e^{iz} dz}{z^2 + 1}$ $|z|=2$ 24. $\oint_C \frac{\operatorname{tg} z \cdot dz}{(z - \pi/4)^3}$ $|Z - \pi/4| = 0.5$
10. $\oint_C \frac{chz \cdot dz}{(z^2 + \pi^2)^2}$ $|z - \pi i| = \pi$ 25. $\oint_C \frac{ch(\pi z) \cdot dz}{(z^2 + 1)^3}$ $|Z - i| = 1$
11. $\oint_C \frac{\sin z \cdot dz}{\left(z^2 - \frac{\pi^2}{4}\right)^2}$ $|z - \pi/2| = 1$ 26. $\oint_C \frac{\ln(1+z) dz}{(z^2 - 1)^3}$ $|Z - 1| = 1$
12. $\oint_C \frac{\ln z \cdot dz}{(z^2 + 1)^2}$ $|z - i| = 1/2$ 27. $\oint_C \frac{e^z \ln(z+a) dz}{(z-a)^2}$ $(a > 0)$
13. $\oint_C \frac{\ln(z+1) dz}{(z^2 - 1)^2}$ $|z - 1| = 1$ 28. $\oint_C \frac{dz}{(z^4 - a^4)^2}$ $|Z - ai| = a$
 $(a > 0)$
14. $\oint_C \frac{e^{-z} dz}{z \cdot (z-1)^3}$ $|z - 1| = 2$ 29. $\oint_C \frac{th \frac{\pi z}{4}}{(z^2 + 1)^2} dz$ $|Z - i| = 0.5$
15. $\oint_C \frac{\cos z \cdot dz}{z^2(z - \pi)^2}$ $|z - \pi| = 4$ 30. $\oint_C \frac{e^{iz} \cdot \cos z \cdot dz}{(z - \pi)^3}$ $|Z - \pi| = \pi$