

Методическое письмо и контрольные задания по математическому анализу (1 курс 1 семестр, контрольная работа №2)

Составитель: Сон Л.Д.

Разработка содержит 10 вариантов контрольной работы по дифференциальному исчислению, а также тематический план по математическому анализу для студентов 1 курса 1 семестра заочного отделения. Принята трехзначная нумерация задач. Первая цифра - номер контрольной, вторая - номер задачи, третья - номер варианта. Цифра 0 соответствует 10 варианту. Номер варианта обычно устанавливается по последней цифре номера зачетной книжки. Деканат может изменить это правило по своему усмотрению. Перед выполнением работы необходимо ознакомиться с правилами ее оформления, которые приведены в конце разработки.

1 Тематический план

Тема 1. Функция, предел и непрерывность

1. Функция, ее задание и простейшие свойства.
2. Элементарные функции.
3. Предел последовательности и предел функции.
4. Бесконечно малые и бесконечно большие величины.
5. Свойства бесконечно малых и свойства пределов.
6. Первый и второй замечательные пределы.
7. Сравнение бесконечно больших и бесконечно малых величин.
8. Непрерывность функции в точке и на интервале.
9. Свойства непрерывных функций.
10. Точки разрыва и их классификация.

Тема 2. Производная и дифференциал.

1. Производная, ее физический и геометрический смысл.
2. Основные правила дифференцирования.
3. Производные элементарных функций.
4. Производная неявно заданной функции.
5. Дифференциал.
6. Производные высших порядков.

Тема 3. Исследование функций

1. Теорема Ролля.

2. Формула конечных приращений Лагранжа.
3. Формула Тейлора.
4. Правило Лопиталю раскрытия неопределенностей.
5. Возрастание и убывание функции. Исследование на экстремум.
6. Направление выпуклости функции. Исследование на перегиб.
7. Нахождение асимптот графика функции.

Вопросы, используемые в качестве дополнительных на экзамене.

1. Признаки сходимости последовательности.
2. Первый и второй замечательные пределы.
3. Правила дифференцирования.
4. Производные элементарных функций.
5. Формула конечных приращений Лагранжа.
6. Формула Тейлора.
7. Правило Лопиталю и условия его применимости.
8. Возрастание и убывание функции. Условия экстремума.
9. Направление выпуклости. Условия перегиба.
10. Нахождение асимптот к графику функции.

2 Контрольная работа № 2

Задачи 210 -219. Найти пределы функций

210. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 3x + 1}{x^2 + 10}$ b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{2 + x}}{x^2 - 4}$
c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{7x^2}$ d) $\lim_{x \rightarrow 4} (5 - x)^{\frac{2}{x-4}}$
211. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 5x^2 + 12}{x^3 + 4}$ b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - \sqrt{x + 7}}{x^2 - 4}$
c) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x + 4}{\arcsin(x + 2)}$ d) $\lim_{x \rightarrow -1} (3 + 2x)^{\frac{5}{x+1}}$
212. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 3x}{2x - 2}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x} - \sqrt{1 - 2x}}{4x}$
c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{5x^2}$ d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 3}{x - 4} \right)^x$
213. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 1}{4x^3 + 2}$ b) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2 + x} - 3}{x - 7}$
c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 4x}{5x}$ d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x - 1}{2x + 2} \right)^x$
214. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + x - 5}{x^3 + x^2 - 2}$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - x}$
c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x \sin x}$ d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x + 1}{5x} \right)^{2x}$
215. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 + x^2 - 6}{2x^4 - x + 2}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1 + 3x} - 1}$
c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{\operatorname{arctg} 2x}$ d) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{4}{x}}$
216. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + 8x - 5}{5x^2 - x - 1}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - 3x^2}}{x^2}$
c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x^2}$ d) $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\ln(x + 1) - \ln x)$

217. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 + x + 2x^4}{x^4 - 11x + 1}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + 2x} - \sqrt{1 - 7x}}{x + x^2}$
c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \operatorname{ctg} 5x}{\sin 4x}$ d) $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x + 3)(\ln(x + 2) - \ln x)$

218. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - x^2 + 6x^4}{2 + x^2 + x^4}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + 5x^2} - 1}{x^2 + 2x^3}$
c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{1 - \cos 5x}$ d) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - 8)(\ln(x - 5) - \ln x)$

219. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^8 - 3x + 1}{3x^8 + x^2 - 5}$ b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x - 1} - \sqrt{8}}{x - 3}$
c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 \frac{x}{3}}{x^2}$ d) $\lim_{x \rightarrow 1} (9 - 8x)^{\frac{x}{3x-3}}$

Задачи 220 -229. Найти производные явно заданных функций.

220. a) $y = 2\sqrt{7x + 5} - \frac{5}{\sqrt{x^3 + x^2 + 1}}$ b) $y = (\exp(\sin x) + 5)^2$
c) $y = \log_8(\cos(3x + 6))$

221. a) $y = x^3\sqrt{1 - x^3 + x}$ b) $y = 4 \sin 2x / \cos^2 x$
c) $y = \arcsin(\exp(2x))$

222. a) $y = x\sqrt[3]{(1 + x^2)/(1 - x)}$ b) $y = 1 / \operatorname{tg}^2 2x$
c) $y = \arccos \sqrt{1 - 5x}$

223. a) $y = (10 + 8x) / \sqrt{6 - 4x + 7x^2}$ b) $y = \sin 2x - x \cos 3x$
c) $y = x^6 \log_7 x$

224. a) $y = x / \sqrt[7]{100 - x^4}$ b) $y = \sin^3 x / (6 + \cos^4 x)$
c) $y = x \log_5 x / (x^3 - 1)$

225. a) $y = 1 / \sqrt{x^3 + 1} + 6\sqrt[6]{x^2 + 1}$ b) $y = 4 \operatorname{th}^5(x^2 + 2x + 5)$
c) $y = 5^{\arcsin^3 x}$

226. a) $y = \sqrt[7]{(1 + x^4)/(1 - x^4)}$ b) $y = \frac{1}{3} \sin^3 x + \ln(\cos x)$
c) $y = \arccos \frac{x}{1 + \sqrt{1 - x^2}}$

$$227. \quad a) y = 4\sqrt[4]{x^7 + 5x^4 - 3/x} \quad b) y = \lg \sqrt{(1 - \sin x)/(1 + \sin x)}$$

$$c) y = \operatorname{th}(\operatorname{arctg}^2 x)$$

$$228. \quad a) y = 6\sqrt[6]{x^3 + x + 1/x} \quad b) y = 3^x e^{-x^2}$$

$$c) y = (\arccos x)/\sqrt[7]{1 - x^4}$$

$$229. \quad a) y = \sqrt[4]{x^4 + 5} + \sqrt[5]{x^5 + 4} \quad b) y = \frac{1}{4} \sin^4 x - \cos x + x^2$$

$$c) y = \operatorname{arctg} \sqrt[5]{(3 - x)/(x - 5)}$$

Задачи 230 - 239. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ неявно заданных функций и функций, заданных параметрически.

$$230. \quad a) \operatorname{tg}(y/x) = 7x \quad b) x = \cos t, \quad y = t - \sin t$$

$$231. \quad a) y = x + \operatorname{arctg} y \quad b) x = 4t^3 + 7t, \quad y = 2t^5 + t$$

$$232. \quad a) y \cos x = \sin(x - y) \quad b) x = t - \operatorname{tg} t, \quad y = 1 - \cos t$$

$$233. \quad a) y/x = \operatorname{arctg}(x/y) \quad b) x = \exp(t^2), \quad y = \cos 3t$$

$$234. \quad a) (e^x - 1)(e^y - 1) = 1 \quad b) x = 5 \cos^3 t, \quad y = 2 \sin^2 t$$

$$235. \quad a) y^3 x = \exp(y/x) \quad b) 3 \cos \sqrt{t}, \quad y = 4 \sin^2 t$$

$$236. \quad a) x^5 + y^5 = 5xy \quad b) x = t - t^4, \quad y = 3 \operatorname{arctg} t$$

$$237. \quad a) x - y + x \sin y = 0 \quad b) x = 2t - t^6, \quad y = 5 \sin t$$

$$238. \quad a) \ln y = \operatorname{arctg}(x/y) \quad b) x = t + \ln(\sin t), \quad y = t - \ln(\cos t)$$

$$239. \quad a) y = x + e^y \operatorname{arctg} x \quad b) x = \log_5 t, \quad y = t + 1/t$$

Задачи 240 - 249. Для заданной функции указать промежутки возрастания и убывания, участки выпуклости и вогнутости, максимумы и минимумы, точки перегиба, асимптоты (если есть). Построить график функции.

$$240. y = (4 - 8x^2)/(1 - 4x^2) \quad 241. y = \ln x/\sqrt{x}$$

$$242. y = x e^{-x^2} \quad 243. y = \exp(2x - x^2)$$

$$244. y = x^2 - 2 \ln x \quad 245. y = \ln(x^2 - 4)$$

$$246. y = \exp(1/(2 - x)) \quad 247. y = \ln(3x^2 + 1)$$

$$248. y = 4x/(4 + x^2) \quad 249. y = x^3/(x^2 + 1)$$

Задачи 250 - 259. Данную функцию $f(x)$ разложить в ряд Тейлора с точностью до членов 3 порядка вблизи указанной точки x_0 .

$$250. f(x) = \operatorname{arctg} x, \quad x_0 = 1$$

$$251. f(x) = \arcsin x, \quad x_0 = 0$$

$$252. f(x) = \arccos x, \quad x_0 = 0$$

$$253. f(x) = \log_5 x, \quad x_0 = 1$$

$$254. f(x) = \operatorname{sh} x, \quad x_0 = 0$$

$$255. f(x) = \operatorname{ch} x, \quad x_0 = 0$$

$$256. f(x) = \operatorname{ctg} x, \quad x_0 = \pi/2$$

$$257. f(x) = \exp(x^2), \quad x_0 = 1$$

$$258. f(x) = \sqrt[4]{16 + x^2}, \quad x_0 = 0$$

$$259. f(x) = \sqrt{1 + x^3}, \quad x_0 = 2$$

3 Рекомендуемая литература.

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для ВТУЗов. т.1. "Наука". М., 1970 -1978.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, ч.1 "Наука". М., 1971,1982.
3. Сборник задач по высшей математике для ВТУЗов. под ред. Б.П.Демидовича.

4 Правила оформления работ.

1. Каждая контрольная работа выполняется в отдельной тетради. Необходимо оставлять поля для замечаний рецензента.
2. На обложку должна быть наклеена аккуратно заполненная форма, предоставляемая деканатом.

3. В работу должны быть включены все задачи строго по положенному варианту.
4. Перед решением каждой задачи нужно выписать ее номер и полное условие. Если несколько задач, из которых студент выбирает задачи своего варианта, имеют общую формулировку, нужно, переписывая условие, заменить общие данные конкретными, взятыми из своего номера.
5. Решения следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя действия по ходу решения и делая необходимые чертежи.
6. Работа над ошибками в незачтенных (и зачтенных, если этого требует рецензия) контрольных выполняется в той же тетради, поэтому в ней необходимо оставлять место для этого.

Работы, выполненные без соблюдения этих правил, не засчитываются.