Вариант 28

Оглавление

[Задача 1 3](#_Toc346781710)

[Задача 2 11](#_Toc346781711)

[Задача 3 18](#_Toc346781712)

# Задача 1

Раскройная задача

На предприятии производится раскрой материала на детали (заготовки), которые необходимы для обеспечения выполнения производственной программы выпуска продукции по ассортименту.

Известны:

 - потребность в деталях различных типоразмеров $t$ на плановый период $P\_{t}$

 - выход деталей определенного типоразмера при раскрое единицы материала по тому или иному варианту $a\_{ij}$

 - величина отходов при раскрое единицы материала по тому или иному вариант - $q\_{j}$

- количество материала, поступающего в раскрой в плановом периоде для обеспечения производственной программы выпуска готовой продукции $R$

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Типоразмер детали | Необходимо получить деталей при раскрое | Выход деталей при раскрое ед.материала по варианту | Количество материала, поступившего в раскрой |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| A | 180 | 0 | 1 | 3 | 0 | R<=300 |
| B | 600 | 3 | 0 | 0 | 2 |
| C | 430 | 2 | 2 | 0 | 0 |
| D | 130 | 0 | 0 | 2 | 1 |
| Величина отходов | 0.22 | 0.11 | 0.33 | 0.44 |  |

Решение

Составим математическую модель задачи. Пусть $x\_{1},x\_{2},x\_{3},x\_{4}$ - количество материалов, раскроенных по варианту 1, 2, 3, 4.

Определим минимальное значение целевой функции

F(X) = 0.22x1+0.11x2+0.33x3+0.44x4

при следующих условиях-ограничений.

x2+3x3≥180

3x1+2x4≥600

2x1+2x2≥430

2x3+x4≥130

x1+x2+x3+x4≤300

0x1 + 1x2 + 3x3 + 0x4-1x5 + 0x6 + 0x7 + 0x8 + 0x9 = 180

3x1 + 0x2 + 0x3 + 2x4 + 0x5-1x6 + 0x7 + 0x8 + 0x9 = 600

2x1 + 2x2 + 0x3 + 0x4 + 0x5 + 0x6-1x7 + 0x8 + 0x9 = 430

0x1 + 0x2 + 2x3 + 1x4 + 0x5 + 0x6 + 0x7-1x8 + 0x9 = 130

1x1 + 1x2 + 1x3 + 1x4 + 0x5 + 0x6 + 0x7 + 0x8 + 1x9 = 300

0x1 + 1x2 + 3x3 + 0x4-1x5 + 0x6 + 0x7 + 0x8 + 0x9 + 1x10 + 0x11 + 0x12 + 0x13 = 180

3x1 + 0x2 + 0x3 + 2x4 + 0x5-1x6 + 0x7 + 0x8 + 0x9 + 0x10 + 1x11 + 0x12 + 0x13 = 600

2x1 + 2x2 + 0x3 + 0x4 + 0x5 + 0x6-1x7 + 0x8 + 0x9 + 0x10 + 0x11 + 1x12 + 0x13 = 430

0x1 + 0x2 + 2x3 + 1x4 + 0x5 + 0x6 + 0x7-1x8 + 0x9 + 0x10 + 0x11 + 0x12 + 1x13 = 130

1x1 + 1x2 + 1x3 + 1x4 + 0x5 + 0x6 + 0x7 + 0x8 + 1x9 + 0x10 + 0x11 + 0x12 + 0x13 = 300

Для постановки задачи на минимум целевую функцию запишем так:

F(X) = 0.22x1+0.11x2+0.33x3+0.44x4+Mx10+Mx11+Mx12+Mx13 → min

Из уравнений выражаем искусственные переменные:

 x10 = 180-x2-3x3+x5

 x11 = 600-3x1-2x4+x6

 x12 = 430-2x1-2x2+x7

 x13 = 130-2x3-x4+x8

которые подставим в целевую функцию:

F(X) = (0.22-5M)x1+(0.11-3M)x2+(0.33-5M)x3+(0.44-3M)x4+(M)x5+(M)x6+(M)x7+(M)x8+(1340M) → min

Матрица коэффициентов A = a(ij) этой системы уравнений имеет вид:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 3 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 2 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Решим систему уравнений относительно базисных переменных:

x10, x11, x12, x13, x9,

Полагая, что **свободные переменные** равны 0, получим первый опорный план:

X1 = (0,0,0,0,0,0,0,0,300,180,600,430,130)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | В | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 | x12 | x13 |
| x10 | 180 | 0 | 1 | 3 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| x11 | 600 | 3 | 0 | 0 | 2 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| x12 | 430 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| x13 | 130 | 0 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| x9 | 300 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| F(X0) | 1340M | -0.22+5M | -0.11+3M | -0.33+5M | -0.44+3M | -M | -M | -M | -M | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Переходим к основному алгоритму симплекс-метода.

**Итерация №0**.

Текущий опорный план неоптимален, так как в индексной строке находятся положительные коэффициенты.

В индексной строке F(x) выбираем максимальный по модулю элемент. В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x1, так как это наибольший коэффициент .

Вычислим значения Di по строкам как частное от деления: bi / ai1

и из них выберем наименьшее:

Следовательно, 2-ая строка является ведущей.

Разрешающий элемент равен (3) и находится на пересечении ведущего столбца и ведущей строки.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | В | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 | x12 | x13 | min |
| x10 | 180 | 0 | 1 | 3 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | - |
| x11 | 600 | **3** | 0 | 0 | 2 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | **200** |
| x12 | 430 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 215 |
| x13 | 130 | 0 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | - |
| x9 | 300 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 300 |
| F(X1) | 1340M | **-0.22+5M** | -0.11+3M | -0.33+5M | -0.44+3M | -M | -M | -M | -M | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

После преобразований получаем новую таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | В | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 | x12 | x13 |
| x10 | 180 | 0 | 1 | 3 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| x1 | 200 | 1 | 0 | 0 | 0.67 | 0 | -0.33 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.33 | 0 | 0 |
| x12 | 30 | 0 | 2 | 0 | -1.33 | 0 | 0.67 | -1 | 0 | 0 | 0 | -0.67 | 1 | 0 |
| x13 | 130 | 0 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| x9 | 100 | 0 | 1 | 1 | 0.33 | 0 | 0.33 | 0 | 0 | 1 | 0 | -0.33 | 0 | 0 |
| F(X1) | 44+340M | 0 | -0.11+3M | -0.33+5M | -0.29-0.33M | -M | -0.0733+0.67M | -M | -M | 0 | 0 | 0.0733-1.67M | 0 | 0 |

**Итерация №1**.

Текущий опорный план неоптимален, так как в индексной строке находятся положительные коэффициенты.

В индексной строке F(x) выбираем максимальный по модулю элемент. В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x3, так как это наибольший коэффициент .

Вычислим значения Di по строкам как частное от деления: bi / ai3

и из них выберем наименьшее:

Следовательно, 1-ая строка является ведущей.

Разрешающий элемент равен (3) и находится на пересечении ведущего столбца и ведущей строки.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | В | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 | x12 | x13 | min |
| x10 | 180 | 0 | 1 | **3** | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | **60** |
| x1 | 200 | 1 | 0 | 0 | 0.67 | 0 | -0.33 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.33 | 0 | 0 | - |
| x12 | 30 | 0 | 2 | 0 | -1.33 | 0 | 0.67 | -1 | 0 | 0 | 0 | -0.67 | 1 | 0 | - |
| x13 | 130 | 0 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 65 |
| x9 | 100 | 0 | 1 | 1 | 0.33 | 0 | 0.33 | 0 | 0 | 1 | 0 | -0.33 | 0 | 0 | 100 |
| F(X2) | 44+340M | 0 | -0.11+3M | **-0.33+5M** | -0.29-0.33M | -M | -0.0733+0.67M | -M | -M | 0 | 0 | 0.0733-1.67M | 0 | 0 | 0 |

После преобразований получаем новую таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | В | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 | x12 | x13 |
| x3 | 60 | 0 | 0.33 | 1 | 0 | -0.33 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.33 | 0 | 0 | 0 |
| x1 | 200 | 1 | 0 | 0 | 0.67 | 0 | -0.33 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.33 | 0 | 0 |
| x12 | 30 | 0 | 2 | 0 | -1.33 | 0 | 0.67 | -1 | 0 | 0 | 0 | -0.67 | 1 | 0 |
| x13 | 10 | 0 | -0.67 | 0 | 1 | 0.67 | 0 | 0 | -1 | 0 | -0.67 | 0 | 0 | 1 |
| x9 | 40 | 0 | 0.67 | 0 | 0.33 | 0.33 | 0.33 | 0 | 0 | 1 | -0.33 | -0.33 | 0 | 0 |
| F(X2) | 63.8+40M | 0 | 1.33M | 0 | -0.29-0.33M | -0.11+0.67M | -0.0733+0.67M | -M | -M | 0 | 0.11-1.67M | 0.0733-1.67M | 0 | 0 |

**Итерация №2**.

Текущий опорный план неоптимален, так как в индексной строке находятся положительные коэффициенты.

В индексной строке F(x) выбираем максимальный по модулю элемент. В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x2, так как это наибольший коэффициент .

Вычислим значения Di по строкам как частное от деления: bi / ai2

и из них выберем наименьшее:

Следовательно, 3-ая строка является ведущей.

Разрешающий элемент равен (2) и находится на пересечении ведущего столбца и ведущей строки.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | В | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 | x12 | x13 | min |
| x3 | 60 | 0 | 0.33 | 1 | 0 | -0.33 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.33 | 0 | 0 | 0 | 180 |
| x1 | 200 | 1 | 0 | 0 | 0.67 | 0 | -0.33 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.33 | 0 | 0 | - |
| x12 | 30 | 0 | **2** | 0 | -1.33 | 0 | 0.67 | -1 | 0 | 0 | 0 | -0.67 | 1 | 0 | **15** |
| x13 | 10 | 0 | -0.67 | 0 | 1 | 0.67 | 0 | 0 | -1 | 0 | -0.67 | 0 | 0 | 1 | - |
| x9 | 40 | 0 | 0.67 | 0 | 0.33 | 0.33 | 0.33 | 0 | 0 | 1 | -0.33 | -0.33 | 0 | 0 | 60 |
| F(X3) | 63.8+40M | 0 | **1.33M** | 0 | -0.29-0.33M | -0.11+0.67M | -0.0733+0.67M | -M | -M | 0 | 0.11-1.67M | 0.0733-1.67M | 0 | 0 | 0 |

После преобразований получаем новую таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | В | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 | x12 | x13 |
| x3 | 55 | 0 | 0 | 1 | 0.22 | -0.33 | -0.11 | 0.17 | 0 | 0 | 0.33 | 0.11 | -0.17 | 0 |
| x1 | 200 | 1 | 0 | 0 | 0.67 | 0 | -0.33 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.33 | 0 | 0 |
| x2 | 15 | 0 | 1 | 0 | -0.67 | 0 | 0.33 | -0.5 | 0 | 0 | 0 | -0.33 | 0.5 | 0 |
| x13 | 20 | 0 | 0 | 0 | 0.56 | 0.67 | 0.22 | -0.33 | -1 | 0 | -0.67 | -0.22 | 0.33 | 1 |
| x9 | 30 | 0 | 0 | 0 | 0.78 | 0.33 | 0.11 | 0.33 | 0 | 1 | -0.33 | -0.11 | -0.33 | 0 |
| F(X3) | 63.8+20M | 0 | 0 | 0 | -0.29+0.56M | -0.11+0.67M | -0.0733+0.22M | -0.33M | -M | 0 | 0.11-1.67M | 0.0733-1.22M | -0.67M | 0 |

**Итерация №3**.

Текущий опорный план неоптимален, так как в индексной строке находятся положительные коэффициенты.

В индексной строке F(x) выбираем максимальный по модулю элемент. В качестве ведущего выберем столбец, соответствующий переменной x5, так как это наибольший коэффициент .

Вычислим значения Di по строкам как частное от деления: bi / ai5

и из них выберем наименьшее:

Следовательно, 4-ая строка является ведущей.

Разрешающий элемент равен (0.67) и находится на пересечении ведущего столбца и ведущей строки.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | В | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 | x12 | x13 | min |
| x3 | 55 | 0 | 0 | 1 | 0.22 | -0.33 | -0.11 | 0.17 | 0 | 0 | 0.33 | 0.11 | -0.17 | 0 | - |
| x1 | 200 | 1 | 0 | 0 | 0.67 | 0 | -0.33 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.33 | 0 | 0 | - |
| x2 | 15 | 0 | 1 | 0 | -0.67 | 0 | 0.33 | -0.5 | 0 | 0 | 0 | -0.33 | 0.5 | 0 | - |
| x13 | 20 | 0 | 0 | 0 | 0.56 | **0.67** | 0.22 | -0.33 | -1 | 0 | -0.67 | -0.22 | 0.33 | 1 | **30** |
| x9 | 30 | 0 | 0 | 0 | 0.78 | 0.33 | 0.11 | 0.33 | 0 | 1 | -0.33 | -0.11 | -0.33 | 0 | 90 |
| F(X4) | 63.8+20M | 0 | 0 | 0 | -0.29+0.56M | **-0.11+0.67M** | -0.0733+0.22M | -0.33M | -M | 0 | 0.11-1.67M | 0.0733-1.22M | -0.67M | 0 | 0 |

 После преобразований получаем новую таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | В | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 | x12 | x13 |
| x3 | 65 | 0 | 0 | 1 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | -0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.5 |
| x1 | 200 | 1 | 0 | 0 | 0.67 | 0 | -0.33 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.33 | 0 | 0 |
| x2 | 15 | 0 | 1 | 0 | -0.67 | 0 | 0.33 | -0.5 | 0 | 0 | 0 | -0.33 | 0.5 | 0 |
| x5 | 30 | 0 | 0 | 0 | 0.83 | 1 | 0.33 | -0.5 | -1.5 | 0 | -1 | -0.33 | 0.5 | 1.5 |
| x9 | 20 | 0 | 0 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.5 | 0.5 | 1 | 0 | 0 | -0.5 | -0.5 |
| F(X4) | 67.1 | 0 | 0 | 0 | -0.2 | 0 | -0.0367 | -0.055 | -0.17 | 0 | -M | 0.0367-M | 0.055-M | 0.17-M |

Конец итераций: индексная строка не содержит положительных элементов - найден оптимальный план

Окончательный вариант симплекс-таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис | В | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | x10 | x11 | x12 | x13 |
| x3 | 65 | 0 | 0 | 1 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | -0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.5 |
| x1 | 200 | 1 | 0 | 0 | 0.67 | 0 | -0.33 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.33 | 0 | 0 |
| x2 | 15 | 0 | 1 | 0 | -0.67 | 0 | 0.33 | -0.5 | 0 | 0 | 0 | -0.33 | 0.5 | 0 |
| x5 | 30 | 0 | 0 | 0 | 0.83 | 1 | 0.33 | -0.5 | -1.5 | 0 | -1 | -0.33 | 0.5 | 1.5 |
| x9 | 20 | 0 | 0 | 0 | 0.5 | 0 | 0 | 0.5 | 0.5 | 1 | 0 | 0 | -0.5 | -0.5 |
| F(X5) | 67.1 | 0 | 0 | 0 | -0.2 | 0 | -0.0367 | -0.055 | -0.17 | 0 | -M | 0.0367-M | 0.055-M | 0.17-M |

Оптимальный план можно записать так:

x3 = 65

x1 = 200

x2 = 15

x5 = 30

x9 = 20

F(X) = 0.22\*200 + 0.11\*15 + 0.33\*65 = 67.1

# Задача 2

Однопродуктовая транспортная задача

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | Запасы |
| 1 | 8 | 4 | 7 | 8 | 190 |
| 2 | 4 | 6 | 0 | 9 | 210 |
| 3 | 3 | 5 | M | 6 | 250 |
| Потребности | 180 | 120 | 100 | 70 |  |

Математическая модель транспортной задачи:

F = ∑∑cijxij, (1)

при условиях:

∑xij = ai, i = 1,2,…, m, (2)

∑xij = bj, j = 1,2,…, n, (3)

Стоимость доставки единицы груза из каждого пункта отправления в соответствующие пункты назначения задана матрицей тарифов

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | Запасы |
| 1 | 8 | 4 | 7 | 8 | 190 |
| 2 | 4 | 6 | 0 | 9 | 210 |
| 3 | 3 | 5 | M | 6 | 250 |
| Потребности | 180 | 120 | 100 | 70 |  |

Поскольку в матрице присутствуют запрещенные к размещению клетки, то для отыскания оптимального плана достаточно заменить их на максимальные тарифы (9 умноженное на 3).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | Запасы |
| 1 | 8 | 4 | 7 | 8 | 190 |
| 2 | 4 | 6 | 0 | 9 | 210 |
| 3 | 3 | 5 | 27 | 6 | 250 |
| Потребности | 180 | 120 | 100 | 70 |  |

Проверим необходимое и достаточное условие разрешимости задачи.

∑a = 190 + 210 + 250 = 650

∑b = 180 + 120 + 100 + 70 = 470

Занесем исходные данные в распределительную таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запасы |
| 1 | 8 | 4 | 7 | 8 | 0 | 190 |
| 2 | 4 | 6 | 0 | 9 | 0 | 210 |
| 3 | 3 | 5 | 27 | 6 | 0 | 250 |
| Потребности | 180 | 120 | 100 | 70 | 180 |  |

**Этап I. Поиск первого опорного плана**.

1. Используя *метод наименьшей стоимости*, построим первый опорный план транспортной задачи.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запасы |
| 1 | 8 | 4[120] | 7 | 8 | 0[70] | 190 |
| 2 | 4 | 6 | 0[100] | 9 | 0[110] | 210 |
| 3 | 3[180] | 5 | 27 | 6[70] | 0 | 250 |
| Потребности | 180 | 120 | 100 | 70 | 180 |  |

2. Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 6, а должно быть m + n - 1 = 7. Следовательно, опорный план является вырожденным.

Строим новый план.

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запасы |
| 1 | 8 | 4[120] | 7 | 8 | 0[70] | 190 |
| 2 | 4 | 6 | 0[100] | 9 | 0[110] | 210 |
| 3 | 3[180] | 5 | 27 | 6[70] | 0 | 250 |
| Потребности | 180 | 120 | 100 | 70 | 180 |  |

2. Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 6, а должно быть m + n - 1 = 7. Следовательно, опорный план является вырожденным.

Строим новый план.

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запасы |
| 1 | 8 | 4[120] | 7 | 8 | 0[70] | 190 |
| 2 | 4 | 6 | 0[100] | 9 | 0[110] | 210 |
| 3 | 3[180] | 5 | 27 | 6[70] | 0 | 250 |
| Потребности | 180 | 120 | 100 | 70 | 180 |  |

2. Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 6, а должно быть m + n - 1 = 7. Следовательно, опорный план является вырожденным.

Строим новый план.

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запасы |
| 1 | 8 | 4[120] | 7[70] | 8 | 0 | 190 |
| 2 | 4[180] | 6 | 0[30] | 9 | 0 | 210 |
| 3 | 3 | 5 | 27 | 6[70] | 0[180] | 250 |
| Потребности | 180 | 120 | 100 | 70 | 180 |  |

2. Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 6, а должно быть m + n - 1 = 7. Следовательно, опорный план является вырожденным.

Строим новый план.

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запасы |
| 1 | 8 | 4 | 7 | 8[70] | 0[120] | 190 |
| 2 | 4[50] | 6 | 0[100] | 9 | 0[60] | 210 |
| 3 | 3[130] | 5[120] | 27 | 6 | 0 | 250 |
| Потребности | 180 | 120 | 100 | 70 | 180 |  |

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность магазинов удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

2. Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 7, а должно быть m + n - 1 = 7. Следовательно, опорный план является *невырожденным*.

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

**Этап II. Улучшение опорного плана**.

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vi. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vi = cij, полагая, что u1 = 0.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=4 | v2=6 | v3=0 | v4=8 | v5=0 |
| u1=0 | 8 | 4 | 7 | 8[70] | 0[120] |
| u2=0 | 4[50] | 6 | 0[100] | 9 | 0[60] |
| u3=-1 | 3[130] | 5[120] | 27 | 6 | 0 |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vi > cij

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (1;2): 4

Для этого в перспективную клетку (1;2) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запасы |
| 1 | 8 | 4[+] | 7 | 8[70] | 0[120][-] | 190 |
| 2 | 4[50][-] | 6 | 0[100] | 9 | 0[60][+] | 210 |
| 3 | 3[130][+] | 5[120][-] | 27 | 6 | 0 | 250 |
| Потребности | 180 | 120 | 100 | 70 | 180 |  |

Цикл приведен в таблице (1,2; 1,5; 2,5; 2,1; 3,1; 3,2; ).

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (2, 1) = 50. Прибавляем 50 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 50 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запасы |
| 1 | 8 | 4[50] | 7 | 8[70] | 0[70] | 190 |
| 2 | 4 | 6 | 0[100] | 9 | 0[110] | 210 |
| 3 | 3[180] | 5[70] | 27 | 6 | 0 | 250 |
| Потребности | 180 | 120 | 100 | 70 | 180 |  |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vi. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vi = cij, полагая, что u1 = 0.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=2 | v2=4 | v3=0 | v4=8 | v5=0 |
| u1=0 | 8 | 4[50] | 7 | 8[70] | 0[70] |
| u2=0 | 4 | 6 | 0[100] | 9 | 0[110] |
| u3=1 | 3[180] | 5[70] | 27 | 6 | 0 |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vi > cij

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (3;4): 6

Для этого в перспективную клетку (3;4) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запасы |
| 1 | 8 | 4[50][+] | 7 | 8[70][-] | 0[70] | 190 |
| 2 | 4 | 6 | 0[100] | 9 | 0[110] | 210 |
| 3 | 3[180] | 5[70][-] | 27 | 6[+] | 0 | 250 |
| Потребности | 180 | 120 | 100 | 70 | 180 |  |

Цикл приведен в таблице (3,4; 3,2; 1,2; 1,4; ).

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (3, 2) = 70. Прибавляем 70 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 70 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запасы |
| 1 | 8 | 4[120] | 7 | 8[0] | 0[70] | 190 |
| 2 | 4 | 6 | 0[100] | 9 | 0[110] | 210 |
| 3 | 3[180] | 5 | 27 | 6[70] | 0 | 250 |
| Потребности | 180 | 120 | 100 | 70 | 180 |  |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vi. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vi = cij, полагая, что u1 = 0.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=5 | v2=4 | v3=0 | v4=8 | v5=0 |
| u1=0 | 8 | 4[120] | 7 | 8[0] | 0[70] |
| u2=0 | 4 | 6 | 0[100] | 9 | 0[110] |
| u3=-2 | 3[180] | 5 | 27 | 6[70] | 0 |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vi > cij

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (2;1): 4

Для этого в перспективную клетку (2;1) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запасы |
| 1 | 8 | 4[120] | 7 | 8[0][-] | 0[70][+] | 190 |
| 2 | 4[+] | 6 | 0[100] | 9 | 0[110][-] | 210 |
| 3 | 3[180][-] | 5 | 27 | 6[70][+] | 0 | 250 |
| Потребности | 180 | 120 | 100 | 70 | 180 |  |

Цикл приведен в таблице (2,1; 2,5; 1,5; 1,4; 3,4; 3,1; ).

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (1, 4) = 0. Прибавляем 0 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 0 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Запасы |
| 1 | 8 | 4[120] | 7 | 8 | 0[70] | 190 |
| 2 | 4[0] | 6 | 0[100] | 9 | 0[110] | 210 |
| 3 | 3[180] | 5 | 27 | 6[70] | 0 | 250 |
| Потребности | 180 | 120 | 100 | 70 | 180 |  |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vi. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vi = cij, полагая, что u1 = 0.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | v1=4 | v2=4 | v3=0 | v4=7 | v5=0 |
| u1=0 | 8 | 4[120] | 7 | 8 | 0[70] |
| u2=0 | 4[0] | 6 | 0[100] | 9 | 0[110] |
| u3=-1 | 3[180] | 5 | 27 | 6[70] | 0 |

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vi <= cij.

Минимальные затраты составят:

F(x) = 4\*120 + 0\*70 + 0\*100 + 0\*110 + 3\*180 + 6\*70 = 1440

# Задача 3

Задача о замене оборудования

**I этап. Условная оптимизация** (k = 4,3,2,1).

Переменной управления на k-м шаге является логическая переменная, которая может принимать одно из двух значений: сохранить (С) или заменить (З) оборудование в начале k-го года.

1-й шаг: k = 4. Для 1-го шага возможные состояния системы t = 1,2,3,4, а функциональные уравнения имеют вид:

F4(t) = max(r(t), (C); S(t) - P + r(0), (З) )

F4(1) = max(146 ; 120 - 55 + 158) = 223 (З)

F4(2) = max(132 ; 185 - 55 + 158) = 288 (З)

F4(3) = max(118 ; 70 - 55 + 158) = 173 (З)

F4(4) = max(109 ; 175 - 55 + 158) = 278 (З)

2-й шаг: k = 3. Для 2-го шага возможные состояния системы t = 1,2,3, а функциональные уравнения имеют вид:

F3(t) = max(r(t) + F4(t+1) ; S(t) - P + r(0) + F4(1))

F3(1) = max(146 + 288 ; 120 - 55 + 158 + 223) = 446 (З)

F3(2) = max(132 + 173 ; 185 - 55 + 158 + 223) = 511 (З)

F3(3) = max(118 + 278 ; 70 - 55 + 158 + 223) = 396 (C/З)

3-й шаг: k = 2. Для 3-го шага возможные состояния системы t = 1,2, а функциональные уравнения имеют вид:

F2(t) = max(r(t) + F3(t+1) ; S(t) - P + r(0) + F3(1))

F2(1) = max(146 + 511 ; 120 - 55 + 158 + 446) = 669 (З)

F2(2) = max(132 + 396 ; 185 - 55 + 158 + 446) = 734 (З)

4-й шаг: k = 1. Для 4-го шага возможные состояния системы t = 1, а функциональные уравнения имеют вид:

F1(t) = max(r(t) + F2(t+1) ; S(t) - P + r(0) + F2(1))

F1(1) = max(146 + 734 ; 120 - 55 + 158 + 669) = 892 (З)

Результаты вычислений по уравнениям Беллмана Fk(t) приведены в таблице, в которой k - год эксплуатации, а t - возраст оборудования.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  k / t | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | 892 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 669 | 734 | 0 | 0 |
| 3 | 446 | 511 | 396 | 0 |
| 4 | 223 | 288 | 173 | 278 |

В таблице выделено значение функции, соответствующее состоянию (З) - замена оборудования.

**II этап. Безусловная потимизация** (k = 4,3,2,1)

Безусловная оптимизация начинается с шага при k = 1. Максимальной возможный доход от эксплуатации оборудования за годы с 1-го по 5-й составляет F1(1) = 892. Этот оптимальный выигрыш достигается, если на первом году не производить замены оборудования.

К началу 2-го года возраст оборудования увеличится на единицу и составит: t2 = t1 + 1 = 1 + 1 = 2.

Безусловное оптимальное управление при k = 2, x2(2) = (З), т.е. для получения максимума прибыли за оставшиеся годы необходимо в этом году провести замену оборудования.

К началу 3-го года возраст оборудования увеличится на единицу и составит: t3 = t2 + 1 = 0 + 1 = 1.

Безусловное оптимальное управление при k = 3, x3(1) = (З), т.е. для получения максимума прибыли за оставшиеся годы необходимо в этом году провести замену оборудования.

К началу 4-го года возраст оборудования увеличится на единицу и составит: t4 = t3 + 1 = 0 + 1 = 1.

Безусловное оптимальное управление при k = 4, x4(1) = (З), т.е. для получения максимума прибыли за оставшиеся годы необходимо в этом году провести замену оборудования.

Таким образом, за 5 лет эксплуатации оборудования замену надо произвести:

- в начале 2-го года эксплуатации

- в начале 3-го года эксплуатации

- в начале 4-го года эксплуатации