Федеральное Агентство Железнодорожного Транспорта
Федеральное Государственное Бюджетное
Образовательное Учреждение
Высшего Профессионального Образования
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»
(МИИТ)

Одобрено кафедрой
«Физика и химия»

ФИЗИКА

Задания на контрольные работы № 1и №2
с методическими указаниями для студентов 1 курса

направления: **190300.65 «Подвижной состав железных дорог»**
(для всех специализаций)

Москва - 2012

Составители: канд. техн. наук, доц. Т.Ф. Климова

ст. преп. В.Э. Геогджаев

Рецензент: доктор физ.-мат. наук, проф. З. Л. Шулиманова

Курс физики играет важную роль в теоретической подготовке современного инженера - транспортника. Решение физических задач способствует формированию у студентов инженерного мышления, без которого невозможна успешная работа на транспорте, промышленных предприятиях и стройках.

Цель методических указаний – оказать помощь студентам-заочникам в изучении курса физики. Предлагаемая работа состоит из двух частей, в каждой из них даны примеры решения задач, контрольные задания и общие методические указания.

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

В процессе изучения физики студент должен выполнить четыре контрольные работы (по две на каждом курсе). Решение задач в контрольных работах является проверкой степени усвоения студентом теоретического курса, а рецензии на работу помогают доработать и правильно освоить различные разделы курса физики. Перед выполнением контрольной работы студенту необходимо внимательно ознакомиться с примерами решения задач по данной контрольной работе, уравнениями и формулами, приведенными в методических указаниях. В некоторых случаях преподаватель может дать студенту индивидуальное задание – задачи, не входящие в вариант студента.

Выбор задач осуществляется **по таблицам 1 и 2** следующим образом: **первые четыре задачи выбираются по варианту, номер которого совпадает с последней цифрой учебного шифра, а пятая и шестая по варианту, номер которого совпадает с предпоследней цифрой шифра.**

Например, при шифре 1120–ПСс-1231 – студент решает в контрольной работе № 1 задачи 1, 11, 21, 31, 43, 53, в контрольной работе № 2 задачи 61, 71, 81, 91, 103, 113.

Таблица 1. Задачи контрольной работы № 1

Задача	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	20	11	12	13	14	15	16	17	18	19
3	30	21	22	23	24	25	26	27	28	29
4	40	31	32	33	34	35	36	37	38	39
5	50	41	42	43	44	45	46	47	48	49
6	60	51	52	53	54	55	56	57	58	59

Таблица 2. Задачи контрольной работы № 2

Задача	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	70	61	62	63	64	65	66	67	68	69
2	80	71	72	73	74	75	76	77	78	79
3	90	81	82	83	84	85	86	87	88	89
4	100	91	92	93	94	95	96	97	98	99
5	110	101	102	103	104	105	106	107	108	109
6	120	111	112	113	114	115	116	117	118	119

Правила оформления контрольных работ и решения задач:

1. Условия всех задач студенты переписывают полностью без сокращений.

2. Все значения величин, заданных в условии и привлекаемых из справочных таблиц, записывают для наглядности сокращенно (столбиком) в тех же единицах, которые заданы, а затем рядом осуществляют перевод в единицы СИ.
3. Кроме задач на ядерные реакции (работа № 3), все задачи следует решать в СИ.
4. В большей части задач необходимо выполнять чертежи или графики с обозначением всех величин. Рисунки надо выполнять аккуратно, используя чертежные инструменты; объяснение решения должно быть согласовано с обозначениями на рисунках.
5. Необходимо указать физические законы, которые должны быть использованы, и аргументировать возможность их применения для решения данной задачи.
6. С помощью этих законов, учитывая условие задачи, получить необходимые расчетные формулы.
7. Вывод формул и решение задач следует сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями.
8. Использованные в формулах буквенные обозначения должны быть согласованы с обозначениями, приведенными в условии задачи и на приведенном рисунке. Дополнительные буквенные обозначения следует сопровождать соответствующими объяснениями.
9. Получив расчетную формулу, необходимо проверить ее размерность.

Пример проверки размерности:

$$[v] = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{[м^3 \cdot кг^{-1} \cdot с^{-2}] \cdot [кг] \cdot [с^{-1}]} = м \cdot с^{-1}$$

10. Основные физические законы, которыми следует пользоваться при решении задач (вывод расчетных формул), приведены в каждом из разделов. Там же приведены некоторые формулы, которыми можно пользоваться без вывода.
11. После проверки размерности полученных формул проводится численное решение задачи.
12. Вычисления следует производить по правилам приближенных вычислений с точностью, соответствующей точности исходных числовых данных условия задачи. Числа следует записывать в стандартном виде, используя множитель 10, например не 0,000347, а $3{,}47 \cdot 10^{-4}$.
13. Каждая последующая задача должна начинаться с новой страницы.
14. В конце контрольной работы необходимо указать учебные пособия, учебники, использованные при ее выполнении, и дату сдачи работы и поставить подпись.
15. Если контрольная работа не допущена к зачету, то все необходимые дополнения и исправления сдают вместе с незачтенной работой. Исправления в тексте незачтенной работы не допускаются.
16. Допущенные к зачету контрольные работы с внесенными уточнениями предъявляются преподавателю на зачете. Студент должен быть готов дать во время зачета пояснения по решению всех выполненных задач.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основная литература:

1. Т. И Трофимова. Курс физики: Учебное пособие. М.: Академия,, 2008.
2. Т. И. Трофимова Краткий курс физики. М.: Высшая школа, 2009.
3. Т.И Трофимова. Сборник задач по курсу физики с решениями М.: Высшая школа. 2008.
4. А.А. Детлаф Курс физики. Учебное пособие. М.: Высшая школа, 2000.
5. В.Ф. Дмитриева Основы физики. М. Высшая школа, 2001.
6. В.Н. Недостаев. Физика. Конспект лекций т. 1-2. – М., РГОТУПС, 2005.

Дополнительная литература:

7. С. Е Мельханов Общая физика. Конспект лекций, М.: Высшая школа, 2001.
8. В.М. Гладской Физика. Сборник задач с решениями, М.:Дрофа, 2004.
9. Т.И. Трофимова Физика.. 500 основных законов и формул. М., Высшая школа, 2003.
10. В. Ф. Дмитриева, В. Ф. Прокофьев. Основы физики. М.: Высшая школа, 2002.
11. Физический энциклопедический словарь. М.: Российская энциклопедия, 2003.
12. С.М. Кокин, В.А. Селезнев Физика на транспорте. М.: 1995.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1.

ЗАДАНИЕ 1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

Кинематика поступательного движения

• Кинематические уравнения движения

$x = x(t), y = y(t), z = z(t)$, где t - время;

• Средняя скорость

$\langle \vec{V} \rangle = \dfrac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$, где $\Delta \vec{r}$ - перемещение материальной точки за время Δt;

• Средняя путевая скорость

$V = \dfrac{\Delta S}{\Delta t}$, где ΔS - путь, пройденный материальной точкой за время Δt;

• Мгновенная скорость

$\vec{V} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$, где $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ - радиус вектор;

• Проекции скорости $\vec{V}$ на оси координат x, y,z

$$V_x = \frac{dx}{dt}, V_y = \frac{dy}{dt}, V_z = \frac{dz}{dt};$$

• Модуль скорости

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2};$$

• Мгновенное ускорение

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}, \text{ где } \quad \vec{V} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} + V_z\vec{k};$$

• Проекции ускорения на оси координат x, y,z

$$a_x = \frac{dV_x}{dt}, a_y = \frac{dV_y}{dt}, a_z = \frac{dV_z}{dt};$$

• Модуль ускорения

$$V = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2};$$

• Ускорение при криволинейном движении (по дуге окружности)

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t,$$

где $\vec{a}_n$- нормальное ускорение, направленное по радиусу к центру окружности;

$\vec{a}_t$ -тангенциальное ускорение, направленное по касательной к точке окружности;

• Модули ускорений

$$a_n = \frac{V^2}{R}, \quad a_t = \frac{dV}{dt}, \quad a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2};$$ R -радиус окружности;

• Уравнения равномерного и равнопеременного движений

- равномерное движение: $V = const, a = 0, x = Vt$

- равнопеременное движение $a = const, V = V_0 \pm at, \quad x = V_0 t \pm \frac{at^2}{2}$;

“+” - равноускоренное, “ - “ - равнозамедленное

Кинематика вращательного движения

Положение твёрдого тела (при заданной оси вращения) задается углом поворота φ.

• Кинематическое уравнение вращательного движения $\varphi = \varphi(t)$;

• Мгновенная угловая скорость

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}; \qquad \omega = \frac{\Delta\varphi}{t}$$

• Угловое ускорение

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}; \qquad \varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

• Связь линейных характеристик с угловыми

линейная скорость - $V = \omega R,$ R – радиус окружности,

нормальное ускорение - $a_n = R\omega^2$,

тангенциальное ускорение - $a_t = \varepsilon R$,

полное ускорение - $a = R\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}$;

• Уравнения равномерного и равнопеременного вращений

$\omega = const, \varepsilon = 0, \qquad \varphi = \omega t$ - равномерное вращение;

$\varepsilon = const, \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t, \qquad \varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$ - равнопеременное вращение;

• Частота и период вращения:

Частота (число оборотов в единицу времени) - $\nu = \frac{N}{t}$,

Период T (время одного полного оборота) - $T = \frac{1}{\nu}$,

циклическая (круговая)частота - $\omega = \frac{2\pi}{T}$,

Связь циклической частоты с частотой $\omega = 2\pi\nu$,

Угол поворота $\varphi = 2\pi N$, где N – число оборотов.

ЗАДАНИЕ 2. ЗАКОНЫ ДИНАМИКИ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Динамика поступательного движения материальной точки

Динамика – раздел механики, изучающий движение материальной точки (тела) с учетом сил, действующих на неё (него) со стороны других тел и полей.

• **Импульс** материальной точки (тела)

$\vec{p} = m\vec{V}$, где m - масса м.т., $\vec{V}$ - скорость движения;

• **Второй закон Ньютона** с учетом импульса в векторной форме

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i\,, \quad \frac{d(m\vec{V})}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i\,; \quad m\vec{a} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \text{ или } \quad m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n\,,$$

где $\vec{F}$ -сила, действующая на м.т.

• **Второй закон Ньютона в скалярной форме**

$\frac{\Delta p}{\Delta t} = F$, $\Delta p = F\Delta t$, где $\Delta p = p_2 - p_1$- изменение импульса;

$F\Delta t$ - импульс силы.

• **Радиус-вектор и координаты центра масс**: $\vec{r}_C = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i \vec{r}_i}{m}$;

$x_C = \sum_{i=1}^{n} m_i x_i / m$; $y_C = \sum_{i=1}^{n} m_i y_i / m$; $z_C = \sum_{i=1}^{n} m_i z_i / m$,

где $m = \sum_{i=1}^{n} m_i$

Закон движения центра масс: $\frac{d(m\vec{\upsilon})}{dt} = \vec{F}$

Третий закон Ньютона: $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$

ЗАДАНИЕ 3. СИЛЫ ПРИРОДЫ. МЕХАНИКА СПЛОШНЫХ СРЕД

• **Сила гравитационного взаимодействия** (закон всемирного тяготения)

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ м^3/кг \cdot с^2$ - гравитационная постоянная r - расстояние между материальными точками.

на глубине h от поверхности Земли: $g = g_0\left(1 - \frac{2h}{R}\right)$

где g_0 = 9,81 м/с^2 –ускорение свободного падения у поверхности Земли.

• Определение **ускорения свободного падения у поверхности планет**

$$g = G\frac{M}{R^2},$$

где M- масса планеты, R – радиус планеты, ускорение свободного падения у поверхности Земли $g = 9{,}81 м/с^2$.

• Определение **ускорения свободного падения тела**, находящегося на некоторой высоте h от поверхности планеты

$$g = G\frac{M}{(h+R)^2}.$$

• **Сила тяжести**

$$\vec{F}_T = m\vec{g},$$

• **Космические скорости**

Первая космическая скорость $V = \sqrt{gR} = \sqrt{\frac{GM}{R}}$, R - радиус планеты;

Вторая космическая скорость $V = \sqrt{2gR}$.

• **Сила упругости (закон Гука)**

$$F = -kx, \quad \sigma = E\varepsilon = E\frac{\Delta l}{l},$$

где x - изменение размеров тела (удлинение), k - коэффициент упругости,

$\sigma = \frac{F}{S}$ - напряжение в теле, возникающее за счет действия силы, S - площадь поперечного сечения тела, $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{l - l_0}{l}$ - относительное удлинение, Е – модуль Юнга (модуль упругости).

• **Сила реакции опоры** - обозначается $\vec{N}$.

Если материальная точка находится на горизонтальной поверхности, то $N = mg$;

• **Сила трения скольжения**

$\vec{F} = \mu\vec{N}$, где μ - коэффициент трения;

Энергия и законы сохранения

• **Кинетическая энергия материальной точки**

$E_k = \frac{mV^2}{2}$, $E_k = \frac{p^2}{2m}$; где p - импульс;

• **Потенциальная энергия** материальной точки, находящейся в гравитационном поле Земли

$E_П = mgh$, где h - высота подъёма;

• **Потенциальная энергия сжатой (или растянутой) пружины**

$E_П = \frac{kx^2}{2}$; где x - изменение размеров тела.

• **Законы сохранения:**

Закон сохранения импульса $\vec{p} = const, m\vec{V} = const$ для замкнутых систем.

Закон сохранения энергии $E_П + E_k = const$ для замкнутых систем;

• **Законы сохранения для абсолютно упругого и неупругого ударов:**

Абсолютно упругий удар

Закон сохранения импульса $m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 = m_1\vec{V}_1' + m_2\vec{V}_2'$;

Закон сохранения энергии $m_1V_1^2 + m_2V_2^2 = m_1V_1'^2 + m_2V_2'^2$;

Абсолютно неупругий удар

Закон сохранения импульса $m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2 = (m_1 + m_2)\vec{V}$;

Закон сохранения энергии $m_1V_1^2 + m_2V_2^2 = (m_1 + m_2)V^2$;

Механика сплошных сред

Гидростатическое давление столба жидкости: $P = \rho g h$, где ρ – плотность жидкости. Закон Архимеда: $F_a = \rho g V$, где F_a–выталкивающая сила; V - объем вытесненной жидкости
Уравнение неразрывности струи: $Sv = const$, где S- площадь поперечного сечения трубки тока; v –скорость движения жидкости
Уравнение Бернулли для стационарного течения идеальной жидкости: $\rho v^2/2 + \rho g h + P = const$, где P– статическое давление жидкости для определенного сечения трубки тока; v-скорость жидкости для этого сечения; $\rho v^2/2$ - динамическое давление жидкости этого сечения; h -высота на которой располагается сечение; $\rho g h$ - гидростатическое давление, ρ – плотность жидкости
Скорость истечения жидкости из малого отверстия в открытом сосуде: $\upsilon = \sqrt{2gh}$, где h – глубина, на которой находится отверстие относительно уровня жидкости в сосуде
Сила внутреннего трения между слоями текущей жидкости: $\vec{F} = -\eta \frac{d\vec{\upsilon}}{dx}\Delta s$ где η - коэффициент динамической вязкости жидкости; $\frac{d\vec{\upsilon}}{dx}$ - градиент скорости; ΔS - площадь соприкасающихся слоев

Сила сопротивления, действующая на шарик равномерно движущийся в вязкой среде (формула Стокса): $F_C = -6\pi\eta r v$,

где r -радиус шарика;

v - скорость его движения

ЗАДАНИЕ 4. ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

Динамика вращательного движения

Момент инерции материальной точки относительно оси вращения:

$$J = mr^2,$$

где m –масса,

r –расстояние до оси вращения.

Момент инерции системы материальных точек (тела): $J = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$,

где r_i – расстояние i–й материальной точки массой m до оси вращения.

В случае непрерывного распределения масс: $J = \int_{(m)} r^2 dm$.

Теорема Штейнера: момент инерции тела массой m относительно неподвижной оси вращения, не проходящей через центр масс и параллельный оси вращения:

$$J = J_z + mr^2,$$

где J_z –момент инерции тела относительно оси z, проходящей через центр масс,

r - расстояние между осями.

Момент инерции тел правильной геометрической формы относительно неподвижной оси вращения

Форма тела	Ось вращения проходит через:	Момент инерции
Однородный шар радиусом R и массой m	центр масс	$0,4mR^2$
Круглый однородный цилиндр или диск радиусом R и массой m	центр масс перпендикулярно плоскости основания	$0,5mR^2$
Тонкий обруч или кольцо радиусом R и массой m	центр масс перпендикулярно плоскости обруча	mR^2
Однородный тонкий стержень длиной L и массой m	центр масс стержня перпендикулярно стержню	$mL^2/12$
Однородный тонкий стержень длиной L и массой m	конец стержня перпендикулярно стержню	$mL^2/3$

Момент силы, момент импульса. Основное уравнение динамики вращательного движения

Момент силы относительно произвольной точки: $\vec{M}=[\vec{r},\vec{F}]$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный из этой точки в точку приложения силы $\vec{F}$.

Модуль момента силы: $M = Fl$,

где $l = r \cdot sin\ \alpha$ – плечо силы (кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью вращения)

Момент импульса твердого тела относительно оси вращения:

$$\vec{L}=\sum_{i=1}^{n}\vec{L}_i=\sum_{i=1}^{n}[\vec{r}_{i,}(m_i\vec{\upsilon}_i);\qquad \vec{L}=J\vec{\omega}$$

где $\vec{r}_i$ –радиус-вектор отдельной i - й частицы;

$m_i\vec{\upsilon}_i$ - импульс этой частицы;

J- момент инерции тела относительно оси; $\vec{\omega}$ – угловая скорость

Основное уравнение (закон) динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси:

$$\vec{M}=\frac{d\vec{L}}{dt};\quad M=J_z\frac{d\omega}{dt}=J_z\varepsilon$$

где ε – угловое ускорение;

J_z-момент инерции тела относительно оси

Закон сохранения момента импульса для замкнутой системы

$$\vec{L}=\sum_{i=1}^{n}\vec{L}_i=\sum_{i=1}^{n}J_i\vec{\omega}_i=const$$

Работа при вращении тела: $\Delta A = M_z\Delta\varphi$

где $\Delta\varphi$ - угол поворота тела;

M_z - момент силы относительно оси

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси:

$$W_{kb}=\frac{J\omega^2}{2}$$

где J– момент инерции тела относительно оси,

ω - угловая скорость

Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения:

$$W_k = \frac{m\upsilon_c^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$$

где m– масса тела;

v_c - скорость центра масс тела;

J – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс;

ω –угловая скорость тела

ЗАДАНИЕ 5. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ.

Механическая работа, мощность, КПД. Энергия.

Работа, совершаемая переменной силой на пути: A = $\int_1^2 \vec{F}d\vec{r} = \int_1^2 Fdr\cos\alpha$

Работа силы тяжести вблизи поверхности Земли: $A = mgh$;

Работа силы упругости: $A = kx^2/2$.

Работа силы трения: $A = -F_t \Delta r$.

Мгновенная мощность: $N = \frac{dA}{dt}$ $\qquad N = Fv = F_r v = Fv\cos\alpha$

Коэффициент полезного действия (КПД): $\eta = \frac{A_n}{A_з} = \frac{N_n}{N_з}(\%)$

$A_n, A_З, N_n, N_З$ – соответственно полезные и затраченные работа и мощность

Кинетическая энергия: $W_k = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$

Связь между консервативной силой, действующей на тело в данной точке, и потенциальной энергией частицы: $\vec{F} = -\,grad\, W_n$;

Потенциальная энергия частицы в поле центральных сил:

$$W_п(r) = \Delta A = -\int_1^2 \vec{F}_c(\vec{r})d\vec{r},$$

предположив $W_n(\infty) = 0$,

получим $W_n(\boldsymbol{r}) = -\int_\infty^0 \vec{F}_c(\vec{r})d\vec{r} = \int_0^\infty \vec{F}_c(\vec{r})d\vec{r}$.

Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух материальных точек массами m_1 и m_2, находящихся на расстоянии r: $W_n = G\frac{m_1 m_2}{r}$

Потенциальная энергия тела в поле силы тяжести Земли: $W_n = -G\frac{Mm}{r}$

где $r = R + h$ - расстояние от центра Земли до центра масс тела.

Потенциальная энергия тела в однородном поле силы тяжести ($h \ll R$):

$W_n = mgh$, где g – ускорение свободного падения.

Потенциальная энергия упруго деформированного тела: $W_n = \dfrac{kx^2}{2} = \dfrac{\sigma^2 V}{2E}$

где k - коэффициент жесткости, x – смещение;

σ – нормальное напряжение; E – модуль Юнга; V – объем.

ЗАДАНИЕ 6. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ ПРИ ВРАЩАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ

Закон сохранения момента импульса. Работа при вращении тела. Кинетическая энергия вращательного движения.

Закон сохранения момента импульса для замкнутой системы $$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i = \sum_{i=1}^{n} J_i \vec{\omega}_i = const$$
Работа при вращении тела: $\Delta A = M_z \Delta\varphi$, где $\Delta\varphi$ - угол поворота тела; M_z - момент силы относительно оси
Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси: $$W_{kb} = \frac{J\omega^2}{2},$$ где J– момент инерции тела относительно оси, ω - его угловая скорость Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения: $$W_k = \frac{m\upsilon_c^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$$ где m– масса тела; v_c - скорость центра масс тела; J – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс; ω –угловая скорость тела

Аналогия между формулами поступательного и вращательного движения.

Поступательное движение	Вращательное движение
$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \varepsilon t$
$S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$	$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$
$\vec{F} = m\vec{a}$	$\vec{M} = J\vec{\varepsilon}$

$$\vec{P} = m\vec{v} \qquad \vec{L} = J\vec{\omega}$$

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F} \qquad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

$$E_\kappa = \frac{mv^2}{2} \qquad E_\kappa = \frac{J\omega^2}{2}$$

$$A = \int_0^S F_S dS \qquad A = \int_0^\varphi M_Z d\varphi$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Пример 1. Кинематическое уравнение движения материальной точки по прямой (ось x) имеет вид $x = A + B\,t + C\,t^3$, где A = 4 м, B = 2 м/с, C = - 0,5 м/с^2. Для момента времени t_1 = 2 с определить: 1) координату x_1 точки; 2) мгновенную скорость V_1; 3) мгновенное ускорение a_1.

Дано:

$x = A + B\,t + C\,t^3$

A = 4 м

B = 2 м/с

C = - 0,5 м/с^2.

t_1 = 2 с

---

x_1-? V_1-? a_1-?

Решение. Найдем координату точки, для которой известно кинематическое уравнение движения, подставив в уравнение движения вместо t заданное значение t_1:

$$x_1 = A + B\,t_1 + C\,t_1^3; \qquad x_1 = 4 \text{ м}.$$

Мгновенную скорость V в произвольный момент времени t найдем, продифференцировав координату x по времени:

$$V = \frac{dx}{dt} = B + 3Ct^2.$$

Тогда в заданный момент времени мгновенная скорость:

$$V_1 = B + 3Ct^2_1;$$

Мгновенное ускорение в произвольный момент времени найдем, взяв вторую производную от координаты по времени:

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = 6Ct, \text{ т.е. } a_1 = 6Ct_1$$

Вычисления:

Скорость V_1 = - 4 м/с. Знак минус указывает на то, что в момент времени t_1 = 2 с точка движется в отрицательном направлении координатной оси.

Мгновенное ускорение в заданный момент времени равно:

$$a_1 = -6 \text{ м/с}^2,$$

Знак минус указывает на то, что направление вектора ускорения совпадает с отрицательным направлением координатной оси.

Ответ: V_1 = - 4 м/с, a_1 = - 6 м/с^2

Пример 2. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону, выражаемому формулой $\varphi = 10 + 20\,t\ - 2\,t^2$ (рис. 1). Найдите по величине и направлению полное ускорение точки, находящейся на расстоянии $R = 0{,}1$ м от оси вращения, для момента времени $t_1 = 4$ с.

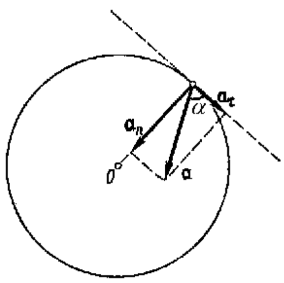


Рис. 1

Условие:

$\varphi=10+20t-2t^2$;

R=0,1 м;

t_1=4 с;

a - ? α - ?

Решение. Точка вращающегося тела описывает окружность. Полное ускорение точки определяется геометрической суммой тангенциального и нормального ускорения:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} \qquad (1)$$

Тангенциальное и нормальное ускорения точки вращающегося тела выражаются формулами:

$$a_t = \varepsilon R; \qquad (2)$$

$$a_n = \omega^2 R, \qquad (3)$$

где ω - угловая скорость тела; ε - его угловое ускорение; R - расстояние от оси вращения.

Подставляя выражения a_t и a_n в формулу (1) находим:

$$a = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}\,. \qquad (4)$$

Угловая скорость вращающегося тела равна первой производной от угла поворота по времени

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 20 - 4t.$$

В момент времени $t = 4$ с угловая скорость $\omega = 4$ с$^{-1}$.

Угловое ускорение вращающегося тела равна первой производной от угловой скорости по времени:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = -4\ c^{-2}.$$

Подставляя найденные и заданные значения в формулу (4) получим:

$$a = 1{,}65\ \text{м/с}^2.$$

Направление полного ускорения можно определить, если найти углы, которые векторы ускорения составляют с касательной к траектории или нормалью к ней:

$$\cos\alpha = \frac{a_\tau}{a}. \qquad (5)$$

Вычисления:

По формулам (2) и (3) найдем значения a_t и a_n:

$$a_t = -0{,}4\ /c^2; \qquad a_n = 1{,}6\ /c^2\,.$$

Подставив эти значения и значения полного ускорения в формулу (5), получим:

$$\cos\alpha = 0{,}242;\ \alpha = 76^0.$$

Ответ: $a = 1{,}65$ м/с^2, $\alpha = 76^0$

Пример 3. Автомобиль массой m = 1000 кг движется вверх по наклонной плоскости с уклоном 0,1, развивая на пути S = 200 м скорость $v_к$ = 54 км/ч. Коэффициент трения μ = 0,05. Определить силу тяги двигателя

Условие:

m =1000 кг;

S=200 м;

$\sin\alpha$ =0,1

μ=0,05;

v_0 =0;

$v_к$ =54км/ч = 15м/с;

F - ?

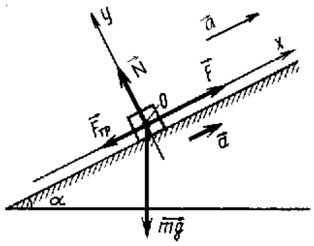


Рис. 3

Решение. Автомобиль движется равноускоренно, причем начальная скорость равна нулю. Выберем ось x, расположенную вдоль наклонной плоскости, ось y – перпендикулярно ей (рис. 3).

На автомобиль действует четыре силы: сила тяжести $\boldsymbol{F_T}=m\boldsymbol{g}$, сила реакции опоры $\boldsymbol{N}$, сила тяги **F** и сила трения $\mathbf{F_{TP}}$. Запишем основной закон динамики:

$$m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F} + \vec{F}_{TP}.$$

Это уравнение в проекциях на оси координат

$$на\ ось\ x:\ ma = F - mg\sin\alpha - F_{TP},$$

$$на\ ось\ y:\ 0 = N - mg\cos\alpha,$$

$$F_{TP} = \mu N.$$

$$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$$

Выразим из этих уравнений силу тяги *F*

$$F = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha + ma.$$

Ускорение на этом участке равно:

$$a = (v_k^2 - v_0^2)/(2s) = v_k^2/(2s).$$

Найдем силу тяги двигателя на этом участке:

$$F = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha + \frac{mv^2}{2s} = m(g\sin\alpha + \mu g\cos\alpha + \frac{v^2}{2s})$$

Вычисления:

$$F = 1000(0.98+0{,}50+0{,}56) = 2043(\ Н)$$

Ответ: $F = 2043(\ Н)$

Пример 4. На горизонтальной платформе шахтной клети стоит человек массой m = 60 кг. Определить силу давления человека на платформу: 1) при ее подъеме с ускорением
$a_1 = 3$ м/с^2; 2) при равномерном подъеме и спуске; 3) при спуске с ускорением $a_3 = 9{,}8$ м/с^2.

Условие:
m=60 кг;
a_1=3 м/с^2;
v_2=const, a_2=0;
a_3=9,8 м/с;
F_1- ? F_2 - ? F_3 - ?

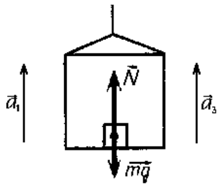


Рис. 2

Решение. На человека, стоящего на платформе шахтной клети действуют две силы: сила тяжести ***mg*** и сила реакции опоры ***N***. Согласно второму закону Ньютона:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}\,. \qquad (1)$$

Согласно третьему закону Ньютона сила давления человека на платформу равна силе реакции опоры:

$$\vec{N} = -m\vec{g} \;\; \boldsymbol{N} \qquad \mathrm{N} = \mathrm{F} \qquad (2)$$

1. Согласно рис. 2 запишем уравнение (1) в проекции на ось У

$$ma_1 = N_1 - mg$$

Учитывая (2) получим

$$F_1 = N_1 = m\,(g + a_1),$$

2. При равномерном движении шахтной клети $a_2 = 0$ и, следовательно, сила давления человека на платформу равна силе тяжести: $F_2 = N_2 = mg$.

3. При спуске платформы с ускорением, направленным вниз уравнение движения платформы имеет вид $ma_3 = mg - N_3$.

Откуда сила давления человека на платформу: $F_3 = N_3 = =m(g - a_3)$.
Учитывая, что $a_3 = g$ имеем $F_3 = 0$.
Следовательно, человек не давит на платформу.

Вычисления:
F_1 = 783 Н, F_2 =60·9,81=588,6 (Н), $F_3 = 0$.

Ответ: F_1 = 783 Н, F_2 =588,6 (Н), $F_3 = 0$.

Пример 5 . Каким был бы период обращения ИСЗ на круговой орбите, если бы он был удален от поверхности Земли на расстояние, равное земному радиусу (R = 6400 км).

Условие: $h = R = 6370$ км;

T - ?

Решение. Период обращения ИСЗ по круговой орбите

$$T = \frac{2\pi(R+h)}{V} = \frac{4\pi R}{V}.$$

Для определения скорости спутника учтем, что при его движении по круговой орбите на спутник действует только сила притяжения Земли F_t, сообщающая ему нормальное ускорение:

$$F_t = F_n; \qquad \frac{GmM}{(R+h)^2} = \frac{mV^2}{R+h}$$

где G – гравитационная постоянная, m – масса спутника, M – масса Земли.

Отсюда скорость спутника равна

$$V = \sqrt{\frac{GM}{R=h}} = \sqrt{\frac{GM}{2R}}$$

Учитывая, что

$$\frac{GmM}{R^2} = mg$$

где g – ускорение силы тяжести на поверхности Земли, получаем

$$V = \sqrt{gR}$$

Подставляя это значение скорости в формулу периода, найдем, что

$$T = 4\sqrt{\frac{2R}{g}}$$

Вычисление: $\mathrm{T} = 4\sqrt{\dfrac{2 \cdot 64 \cdot 10^4}{9{,}81}} = 14360$ (c) = 3 ч 59 мин

Ответ: Т = 3 ч 59 мин.

Пример 6. Стальная проволока сечением S= 3 мм^2 под действием растягивающей силы, равной $F = 4 \cdot 10^4$ Н имеет длину $L_1 = 2$ м. Определить абсолютное удлинение проволоки при увеличении растягивающей силы на $F_1 = 10^4$ Н. Модуль Юнга стали $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па.

Условие:
$E = 2\cdot10^{11}$ Па;
$S = 3$ мм^2 $=3\cdot10^{-6}$ м^2;
$L_1 = 2$ м;
$F = 4\cdot10^4$ Н;
$F_1 = 1{,}0\cdot10^4$ Н;
ΔL_2 - ?

Решение. Для того чтобы найти абсолютное удлинение проволоки при увеличенной растягивающей силе, необходимо узнать ее первоначальную длину L. Из закона Гука

$$F = \varepsilon E = E(L_1 - L)S/L$$

находим $L = EL_1S/(F + ES)$.
При увеличении растягивающей силы на величину F_1

$$F + F_1 = E\Delta L_2S/L.$$

Откуда $\Delta L_2 = (F + F_1)L/ES$.
Заменив L выражением, записанным выше, получаем

$$\Delta L_2 = (F + F_1)L_1/(F + ES).$$

Проверка размерности: $\Delta L_2 = \dfrac{Н \cdot м}{Н} = м$.

Вычисление: $\Delta L_2 = (4\cdot10^4 + 1{,}0\cdot10^4)2/(4\cdot10^4 + 2\cdot10^{11}3\cdot10^{-6}) = 0{,}16(м)$

Ответ: $\Delta L_2 = 0{,}16$ м.

Пример 7. Маховик, массу которого $m = 5$ кг можно считать распределенной по ободу радиуса $r = 20$ см, свободно вращается вокруг горизонтальной оси, проходящей через его центр с частотой $n = 720$ мин$^{-1}$. При торможении маховик останавливается через $\Delta t = 20$ с. Определить тормозящий момент M и число оборотов N, которое сделает маховик до полной остановки.

Условие:
$m = 5$ кг
$r = 20$см $=0{,}20$ м
$n = 720$ мин$^{-1}$ $= 12$ с$^{-1}$
$\Delta t = 20$ с
M - ? N - ?

Решение. Если тормозящий момент постоянен, то движение маховика равнозамедленное, и основное уравнение динамики вращательного движения можно записать в виде:

$$J\Delta\vec{\omega} = \vec{M}\Delta t \quad (1)$$

где $\Delta\vec{\omega} = \vec{\omega} - \vec{\omega}_0$ - изменение угловой скорости за интервал времени Δt; M – искомый тормозящий момент.

Число оборотов *N* может быть найдено как кинематически, так и по изменению кинетической энергии, равному работе совершаемой тормозящей силой.

Векторному уравнению (1) соответствует скалярное уравнение

$$J\Delta\omega = M\Delta t, \quad (2)$$

где $\Delta\omega$, *M* - модули соответствующих векторов.

Из условия задачи следует, что

$$\Delta\omega = |\omega - \omega_0| = \omega_0 = 2\pi n \quad (3)$$

Поскольку масса маховика распределена по ободу, момент инерции

$$J = mr^2 \quad (4)$$

Подставляя выражения (2), (3) в (1) получим

$$mr^2 2\pi n = M\Delta t.$$

Откуда $M = 2\pi nmr^2/\Delta t$.

Векторы $\vec{M}, \Delta\vec{\omega}$ направлены в сторону противоположную вектору $\vec{\omega}_0$.

Угловое перемещение, пройденное маховиком до остановки

$$\varphi = \omega_0\Delta t - \varepsilon\Delta t^2/2. \quad (5)$$

Учитывая, что $\omega = \omega_o - \varepsilon\Delta t = 0$ преобразуем выражение (6)

$$\varphi = \omega_0\Delta t/2.$$

Так *как* $\varphi = 2\pi N$, $\omega = 2\pi n$, где *N* - число оборотов, которое делает маховик до полной остановки, окончательно получим

$$N = nt/2$$

Проверяем размерность: $[M] = \frac{кг \cdot м^2}{c^2} = Н \cdot м = Дж$

Вычисления: M = 2·3,14·5·0,04/20 = 0,75 (Дж)

$$N = 12\cdot 20/2 = 120 \ (об)$$

Ответ: M = 0,75 Дж , *N* = 120 об.

Пример 8. Автомобиль массой m = 2000 кг движется вверх по наклонной плоскости под углом $\alpha = 15^0$, развивая на пути S = 100 м скорость $v_к$ = 36 км/ч. Коэффициент трения μ = 0,05. Найти среднюю и максимальную мощность двигателя автомобиля при разгоне.

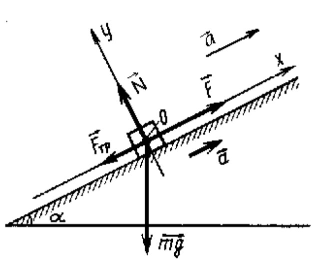


Рис. 3

Условие:
m =2000 кг;
S=100 м;
α= 15^0;
μ=0,05;
v_0 =0;
$v_к$ =36км/ч = 10м/с;
$P_{ср}$ - ? P_{max} - ?

Решение. Автомобиль движется равноускоренно, причем начальная скорость равна нулю. Выберем ось x, расположенную вдоль наклонной плоскости, ось y – перпендикулярно ей (рис. 3).

На автомобиль действует четыре силы: сила тяжести $\boldsymbol{F_T}=m\boldsymbol{g}$, сила реакции опоры $\boldsymbol{N}$, сила тяги **F** и сила трения $\mathbf{F_{TP}}$. Запишем основной закон динамики:

$$m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F} + \vec{F}_{TP}.$$

Это уравнение в проекциях на оси координат

на ось x: $ma = F - mg\sin\alpha - F_{TP}$,

на ось y : $0 = N - mg\cos\alpha$,

$F_{TP} = \mu N = \mu\, mg\cos\alpha$,

Выразим из этих уравнений силу тяги F

$$F = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha + ma.$$

Ускорение на этом участке равно:

$$a = (v_k^2 - v_0^2)/(2s) = v_k^2/(2s).$$

Найдем силу тяги двигателя на этом участке:

$$F = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha + \frac{mv^2}{2s} = m(g\sin\alpha + \mu g\cos\alpha + \frac{v^2}{2s})$$

Работа двигателя на этом участке: $A = Fs\cos\varphi$,

Где φ– угол между F и s, равный нулю. Следовательно $A = Fs$

Подставив сюда выражение для F, получим

$$A = m(g\sin\alpha + \mu g\cos\alpha + \frac{v^2}{2s})s$$

Средняя мощность равна $<P> = \dfrac{A}{t}$, где $t = \dfrac{v_K - v_0}{a} = \dfrac{2s}{v_K}$, откуда

$$<P> = \frac{mv_K(g\sin\alpha + \mu g\cos\alpha + \frac{v_K^2}{2s})}{2}$$

Максимальная мощность автомобиля достигается в тот момент, когда скорость максимальна: $P_{max} = F\cdot v_k$,

Проверка размерности: $[P] = \dfrac{кг\cdot м\cdot м}{с\cdot с^2} = \dfrac{Н\cdot м}{с} = Вт$

Вычисление:

$<P>$ = $3{,}58\cdot10^4$ Вт, $P_{max} = 7\cdot10^4$ Вт.

Ответ: $<P>$ = $3{,}58\cdot10^4$ Вт, $P_{max} = 7\cdot10^4$ Вт.

Пример 9. На скамье Жуковского сидит человек и держит в вытянутых руках гири массой m =10 кг каждая. Расстояние от каждой гири до оси вращения скамьи l_1 = 50 см. Скамья вращается с частотой n_1 = 1,0 с$^{-1}$. Как изменится частота вращения скамьи и какую работу А произведет человек, если он сожмет руки так, что расстояние от каждой гири до оси уменьшится до l_2 = 20 см. Суммарный момент инерции человека и скамьи относительно оси вращения J =2,5 кг·м^2. Ось вращения проходит через центр масс человека и скамьи.

Условие:

m = 10 кг;

l_1=50 см = 0,5 м;

n_1 =1,0 с$^{-1}$;

l_2 =20 см =0,2 м;

J = 2,5 кг·м^2.

n_2 - ? A - ?

Решение. Частота вращения скамьи Жуковского изменится в результате действий, производимых человеком при сближении гирь. В системе тел скамья – человек – гири все силы, кроме сил реакции опоры, являются внутренними и не изменяют момента импульса системы. Однако моменты сил реакции опоры относительно вертикальной оси равны нулю. (Для скамьи Жуковского силы трения в оси можно считать отсутствующими.) Следовательно, момент импульса этой системы остается постоянным:

$$\vec{L}_1 = \vec{L}_2 \;; \qquad J_1\vec{\omega}_1 = J_2\vec{\omega}_2 , \qquad (1)$$

где $J_1\omega_1$, $J_2\omega_2$ - моменты импульса системы соответственно до и после сближения гирь.

Перепишем векторное уравнение (1) в скалярном виде:

$$J_1\omega_1 = J_2\omega_2. \qquad (2)$$

До сближения гирь момент инерции всей системы: $J_1 = J_0 + 2ml_1^2$.

После сближения: $J_2 = J_0 + 2ml_2^2$,

где m - масса каждой гири.

Выражая угловую скорость через частоту вращения по формуле

$\omega = 2\pi n$ и подставляя ее в уравнение (1) получаем

$$(J_0 + 2ml_1^2)n_1 = (J_0 + 2ml_2^2)n_2.$$

Откуда

$$n_2 = \frac{n_1(J_0 + 2ml_1^2)}{J_0 + 2ml_2^2} = \quad 2{,}3\ c^{-1}.$$

Все внешние силы не создают вращающего момента относительно оси и, следовательно, не совершают работы. Поэтому изменение кинетической энергии системы равно работе, совершенной человеком:

$$A = W_2 - W_1 = \frac{J_2\omega_2^2 - J_1\omega_1^2}{2} \; .$$

Учитывая, что $\omega_2 = J_1\omega_1/J_2$, получаем работу, совершаемую человеком:

$$A = \frac{J_1(J_1 - J_2)\omega_1^2}{2J_2} = \frac{(J_0 + 2ml_1^{2)})2\pi^2 n_1^2 (l_1^2 - l_2^2)}{J_0 + 2ml_2^2}$$

Проверка размерности:

$$[A] = Дж, \quad [n_2] = \frac{кг \cdot м^2}{с \cdot кг \cdot м^2} = с^{-1}$$

Вычисление: A = 190 Дж , n_2= 2,3 $с^{-1}$

Ответ: A = 190 Дж , n_2= 2,3 $с^{-1}$

ЗАДАЧИ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ № 1

1. У подъемного крана скорость горизонтального передвижения тележки равна 18 м/мин. На какую высоту поднимется груз за 1 минуту, если результирующая скорость движения груза равна 0.5 м/с

2. Материальная точка за 10 секунд прошла путь 30 м и ее скорость увеличилась в 5 раз. Считая движение равноускоренным. Найти ускорение материальной точки

3. Свободно падающее тело в последние 2 с своего движения проходит ¾ всего пути. Определите высоту с которой падало тело без начальной скорости.

4. Тело движется с постоянным ускорением и в шестую секунду проходит путь 12 м. Определить путь пройденный телом за шесть секунд, если начальная скорость равна нулю

5. Свободно падающее с высоты тело прошло последние 25 м пути за 1 с. Найти высоту, с которой падало тело. Принять ускорение свободного падения равным 10 м/с^2

6. Материальная точка движется прямолинейно в течение времени 4с с постоянной скоростью 2 м/с. Затем ее движение становится равнозамедленным. Определить величину ускорения точки на втором этапе движения, если точка вернулась в начальное положение через 4 с после начала движения.

7. С крыши дома сорвалась сосулька, которая за 0.2 с пролетела мимо окна высотой 1,5 м. С какой высоты относительно верхнего края окна сорвалась сосулька? Сопротивлением воздуха и размерами сосульки пренебречь

8. Моторная лодка проходит одно и то же расстояние по течению реки за 1,5 часа, а против течения за 2,5 часа. За какое время лодка пройдет это расстояние в стоячей воде? Скорость лодки относительно воды во всех случаях одинакова

9. Пловец проплывает дистанцию вольным стилем за 50 с. За какое время он проплывет эту дистанцию брассом, если его средняя скорость при плавании брассом на этой дистанции в 1,2 раза меньше, чем при плавании вольным стилем?

10. Выезжая на поврежденный участок шоссе, каждый автомобиль в колоне мгновенно уменьшает свою скорость от 3 м/с до 0,5 м/с. Какова должна быть минимальная дистанция между автомобилями, чтобы при этом они не сталкивались? Длина одного автомобиля 3,4 м.

11. К телу массой 2 кг, скользящему горизонтально по гладкой поверхности со скоростью 3 м/с в некоторый момент времени прикладывается перпендикулярно скорости постоянная и неизменная по направлению сила 4 Н. Найти величину скорости к концу 2-ой секунды действия силы.

12. Определить импульс, полученный стенкой при ударе об нее шарика массой 300 г, если шарик двигался со скоростью 3 м/с под углом 60^0 к плоскости удара. Удар считать упругим.

13. Какова средняя сила давления <F> на плечо при стрельбе из автомата, если масса пули m = 10 г. а скорость пули при вылете из канала ствола V= 300 м/с. Автомат делает N = 300 выстрелов в минуту.

14. Тело массой 3 кг движется по горизонтальной поверхности под действием силы величиной 30 Н, приложенной под углом 30^0 к горизонту. Коэффициент трения равен 0,1. Определить величину силы трения, действующей на тело.

15. Длина посадочной полосы для самолета равна 400 м. Определить максимальную посадочную скорость, при которой он не выйдет за пределы полосы. Коэффициент трения по бетону равен 0,2. Принять ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2

16. По наклонной плоскости с углом наклона 30^0 движется брусок массой 1 кг, соединенный нитью, перекинутой через установленный на вершине наклонной плоскости блок, с грузом массой 3 кг. Коэффициент трения бруска о плоскость 0,2. Определить ускорение бруска. Массой блока и нити пренебречь

17. Из орудия, масса которого равна 450 м, вылетает снаряд со скоростью 450 м/с. Масса снаряда 5 кг, при вылете орудие откатывается на 45 см. Определить среднее значение силы торможения, развивающейся в противооткатном устройстве орудия.

18. Граната, летящая со скоростью 10 м/с, разорвалась на два осколка. Больший осколок, масса которого составляла 0,7 массы всей гранаты, продолжал двигаться в том же направлении, но с увеличенной скоростью 20 м/с. Найти скорость меньшего осколка.

19. Лодка длиной 5 м и массой 125 кг обращена носом к берегу, расстояние до которого, считая от носа лодки, равно 6 м. Каким станет это расстояние, если человек стоящий на корме, медленно перейдет на нос лодки. Масса человека 75 кг.

20. На подножку вагонетки, которая движется прямолинейно со скоростью 2 м/с, прыгает человек массой 60 кг в направлении, перпендикулярном к ходу вагонетки. Масса вагонетки 240 кг. Определить скорость вагонетки вместе с человеком.

21. На сколько километров орбита первого спутника Земли короче орбиты третьего спутника, если средние радиусы отличались на 410 км?

22. Вес некоторого тела на полюсе Земли на 1568 мН больше, чем на экваторе. Чему равна масса этого тела. Угловая скорость вращения Земли вокруг своей оси равна $7 \cdot 10^{-5}$ рад/с, а ее радиус 6400 км. Считать Землю идеальным шаром.

23. Ракета взлетает с ускорением 30 м/с^2. Определить коэффициент перегрузки космонавта.

24. Человек массой 70 кг поднимается на лифте, движущимся равноускоренно вертикально вверх с ускорением 1 м/с^2. Определить силу давления человека на пол лифта. Принять ускорение свободного падения равным 10 м/с^2

25. Найти линейную скорость и период обращения искусственного спутника Земли на высоте 7000 км от ее поверхности.

26. Каким должен быть предельный диаметр стального троса, чтобы он выдержал нагрузку 9,8 кН. Предел прочности стали 700 ГПа.

27. Для взятия проб грунта со дна моря с теплохода опускают прибор. На какую наибольшую глубину можно опустить прибор? Плотность воды - 10^3 кг/м^3, плотность стали – $7{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3. Предел прочности стали 700 ГПа.

28. Стеклянный шарик радиусом 0,50 мм падает в большом сосуде с глицерином с установившейся скоростью 5,0 см/с. Найти коэффициент динамической вязкости глицерина, если плотность стекла равна $2{,}7 \cdot 10^3$ кг/м^3, плотность глицерина - $1{,}2 \cdot 10^3$ кг/м^3

29. При какой скорости автомобиля давление, оказываемое на вогнутый мост, в 2 раза больше давления на выпуклый мост? Радиус кривизны моста в обоих случаях одинаков и равен 30 м.

30. При какой длине подвешенная вертикально стальная проволока начинает рваться под действием собственного веса? Предел прочности стали равен 0.69 ГПа. Плотность стали $7{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3

31. Определить момент инерции шара относительно оси, совпадающей с касательной к его поверхности. Радиус шара равен 0,1 м, а его масса 5 кг

32. Чему равен момент инерции прямого стержня длиной 0.5 м и массой 0,2 кг относительно си, перпендикулярной к его длине и проходящей через точку стержня, которая удалена на 0,15 м от одного из его концов?

33. Определить момент инерции и момент импульса Земли относительно оси вращения, приняв Землю за шар радиусом 6400 км и массой $6 \cdot 10^{24}$ кг

34. На барабан радиусом 10 см намотана нить, к концу которой привязан груз массой 0.50 кг. Найти момент инерции барабана, если груз опускался с ускорением 1,0 м/с^2

35. На барабан массой 9 кг намотан шнур, к концу которого привязан груз массой 2 кг. Найти ускорение груза. Барабан считать однородным цилиндром. Трением пренебречь

36. К ободу однородного диска радиусом 0, 25 м приложена касательная сила 100 Н. При вращении на диск действует момент силы трения 100 Н$\cdot$м$\cdot$ Найти массу диска, если известно, что диск вращается с ускорением 100 рад/с^2

37. Однородный стержень длиной 1,2 м массой 1,5 кг вращается в вертикальной плоскости вокруг горизонтальной оси, проходящей через его конец. С каким угловым ускорением вращается стержень, если на него действует момент сил 10 Н$\cdot$м?

38. Маховик, момент инерции которого равен 70 $кг \cdot м^2$ вращается с частотой 5 об/с. Найти момент сил торможения, под действием которого маховик остановится через 20 с. Маховик считать однородным диском

39. К ободу колеса радиусом 0.75 м и массой 60 кг приложена касательная сила 100 Н. Найти угловое ускорение колеса. Через какое время после начала действия силы колесо будет иметь частоту вращения 50 об/с?

40. Два груза массами 0.5 и 1 кг соединены нитью, перекинутой через блок массой 1 кг. Найти ускорение, с которым движутся гири, и силы натяжения нитей, с которым подвешены гири. Блок считать однородным диском. Трением пренебречь

41. С помощью подъемника, используемого в качестве буксира, груз массой 1 кг тянут канатом равномерно со скоростью 1 м/с по плоскости с углом наклона 30^0 к горизонту. Коэффициент трения равен $\sqrt{3}/2$. Какую мощность развивает буксир при движении груза

42. На вершине гладкой полусферы, радиус которой 0,6 м, находится шайба массой 10 г. Шайба начинает скользить под действием горизонтально направленного кратковременного импульса силы $2 \cdot 10^{-2}$ $Н \cdot с$. На какой высоте от основания полусферы шайба оторвется от ее поверхности.

43. Автомобиль массой 1 т трогается с места и, двигаясь равноускоренно, проходит путь 20 м за 4 с. Какую мощность (в кВт) развивает автомобиль в конце четвертой секунды своего движения Сопротивлением движению пренебречь

44. Камень массой 300 г, привязанный к нити длиной 40 см, вращается в вертикальной плоскости, проходящий через другой конец нити. Натяжение в нижней точке окружности равно 48 Н. На какую высоту, отсчитываемую от нижней точки окружности, поднимется камень, если нить оборвется в тот момент, когда скорость камня направлена вертикально вверх?

45. Шарик массой 100 подвешен на нерастяжимой и невесомой нити длиной 1 м. Шарик раскручивают так, что он описывает окружность в горизонтальной плоскости. При этом угол, составляемый нитью с вертикалью равен 45^0. Определить работу, совершенную при раскручивании шарика. Сопротивлением движению пренебречь

46. Двигатель теплохода развивает мощность 1,5 МВт при КПД равном 0,2. Определить массу топлива, расходуемого за 1 час. Теплотворность топлива $3 \cdot 10^7$ Дж/кг

47. Какой кинетической энергией обладает тело массой 2,0 кг, если оно поднялось по наклонной плоскости с углом наклона 30^0 на высоту 1.0м? Коэффициент трения между телом и наклонной плоскостью равен 0,10.

48. Какая энергия пошла на деформацию двух столкнувшихся шаров массами по 4,0 кг, если они двигались навстречу друг другу со скоростями 3 м/с и 8 м/с, а удар был прямой неупругий?

49. Какую работу совершает двигатель электропоезда на пути 100 м при разгоне с ускорением 1,5 $м/с^2$ вверх по уклону с углом наклона 10^0, если масса электропоезда 1200 т. а коэффициент трения равен 0,05

50. Найти общую мощность, развиваемую моторами электропоезда. Который состоит из 12 вагонов массой 40 т, если он в течение 10 с от начала движения приобрел скорость 10 м/с. Коэффициент трения равен 0,20.

51. Вычислить кинетическую энергию диска массой 2 кг, катящийся без скольжения по горизонтальной поверхности с относительной скоростью 2 м/с.

52. Какую работу надо совершить. чтобы маховику в виде диска массой 100 кг и радиусом 0.4 м, сообщить частоту вращения 10 об/с, если он находился в состоянии покоя?

53. Диск массой 5 кг и радиусом 5 см, вращающийся с частотой 10 об/мин, приводится в сцепление с неподвижным диском массой 10 кг такого же радиуса. Определить энергию, которая пойдет на нагревание дисков, если при их сцеплении скольжение отсутствует

54. Шар скатывается по наклонной плоскости с углом наклона 30^0. Какую скорость будет иметь центр шара относительно наклонной плоскости через 1,5 с, если его начальная скорость была равна нулю.

55. Шар диаметром 6 см и массой 0.25 кг катится по горизонтальной плоскости с частотой вращения 4 об\с. Найти кинетическую энергию шара.

56. На барабан массой 9 кг намотан шнур, к концу которого привязан груз массой 2 кг. Найти ускорение груза. Барабан считать цилиндром. Трением пренебречь

57. Диск массой 3 кг катится без скольжения по горизонтальной поверхности со скоростью 4 м/с. Найти кинетическую энергию диска.

58. Шар диаметром 5 см и массой 0.25 кг катится без скольжения по горизонтальной плоскости с частотой обращения 10 об/с. Найти кинетическую энергию шара.

59. Обруч и диск одинаковой массы катятся без скольжения с одинаковой скоростью. Кинетическая энергия обруча 10 Дж. Определите энергию диска.

60. Кинетическая энергия вала, вращающегося с частотой 10 об/с равна 120 Дж. Найти момент импульса вала.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

ЗАДАНИЕ 7. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЗАРЯДОВ. НАПРЯЖЕННОСТЬ И ПОТЕНЦИАЛ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

7.1.Электрический заряд. Закон Кулона

Закон сохранения электрических зарядов

В замкнутой системе: $Q = \sum_{i=1}^{n} Q_1 = const$

Дискретность электрических зарядов: $Q = ne$,
где n= 1, 2...
$e = \pm 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл – элементарный электрический заряд

Закон Кулона:

в векторной форме: $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1Q_2}{r^3}\vec{r}$

в скалярной форме: $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1Q_2}{r^2}$

где F_{12} - сила взаимодействия двух точечных зарядов в вакууме;

r - расстояние между зарядами;

$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф·/м - электрическая постоянная

Линейная плотность зарядов: $\tau = \frac{dQ}{dl}$

Поверхностная плотность зарядов: $\sigma = \frac{dQ}{ds}$

Объемная плотность зарядов: $\rho = \frac{dQ}{dV}$

7.2. Напряженность и потенциал электростатического поля, связь между ними. Принцип суперпозиции

Напряженность электростатического поля**:** $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q_0}$

где $\vec{F}$ - сила, действующая на точечный положительный заряд Q_0, помещенный в данную точку поля.

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

Потенциал электростатического поля: $\varphi = \frac{W_n}{Q_0}; \varphi = \frac{A_\infty}{Q_0}$ $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$ где W_n - потенциальная энергия заряда Q_0; A_∞ - работа перемещения заряда из данной точки поля за его пределы.
Принцип суперпозиции: Напряженность и потенциал результирующего поля, создаваемого системой точечных зарядов, равны соответственно: $$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} E_i; \quad \varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i,$$ где E_1 и φ_i - напряженность и потенциал, создаваемый в данной точке поля зарядом Q_i.
Разность потенциалов между двумя точками электростатического поля: $$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{Q_0}$$ где A_{12} – работа поля по перемещению заряда между двумя **точками поля**
Связь между напряженностью и потенциалом электростатического поля: $$\vec{E} = -grad\varphi; \qquad \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E}d\vec{l} = \int_1^2 \mathrm{Edl}\cos\alpha = \int_1^2 \mathrm{E_1 dl},$$ где $\int_1^2 \vec{E}d\vec{l} =$ - линейный интеграл напряженности электростатического поля Однородное электрическое поле: $E = const$; $\Delta\varphi = Ed$. $E = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{d}$
Циркуляция вектора напряженности электростатического поля: $$\oint \vec{E}d\vec{l} = = \oint \mathrm{Edl}\,cos\,\alpha = \oint \mathrm{E_1 dl} = 0$$ где E_l - проекция вектора E на направление элементарного перемещения *dl*. Интегрирование производится по любому замкнутому контуру
Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда из точки 1 в точку **2**: $A_{12} = Q_0(\varphi_1 - \varphi_2)$; $$A_{12} = Q_0 \int_1^2 \vec{E}d\vec{l} = = Q_0 \int_1^2 \mathrm{E_1 dl}.$$ Работа по перемещению точечного заряда Q в поле точечного заряда Q_0:

$$A_{12} = \frac{QQ_0}{4\pi\varepsilon_0 r_1} - \frac{QQ_0}{4\pi\varepsilon_0 r_2}$$

Работа по перемещению заряда в однородном электростатическом поле:

$$A_{12} = QE\, cos\alpha$$

ЗАДАНИЕ 8. ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРЕМЫ ГАУССА К РАСЧЕТУ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

8.1 Поток вектора напряженности электростатического поля (ПВЭН). Теорема Гаусса

Поток вектора напряженности электростатического поля через элементарную площадку: $$d\,\Phi = \vec{E}d\vec{S} = EdS\cos\alpha = E_n dS,$$ где $d\vec{S} = \vec{n}dS$ -вектор, модуль которого равен dS, а направление совпадает с нормалью $\vec{n}$ к площади; $E_n = E\cos\alpha$ - составляющая вектора $\vec{E}$ по направлению нормали к площади
Поток вектора электростатического поля через произвольную напряженности поверхность: $$\Phi_E = \int_S \vec{E}d\vec{S} = \int_s E dS\cos\alpha = \int_s E_n dS$$
Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме: $$\Phi_E = \oint_S \vec{E}d\vec{S} = \oint E_n dS = \sum_{i=1}^{n} Q_i/\varepsilon_0;$$ в случае непрерывного распределения зарядов $$\Phi_E = \oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho dV,$$ где ε_0– электрическая постоянная Q_i - алгебраическая сумма зарядов внутри поверхности; n-число зарядов; ρ - объемная плотность зарядов

8.2 Применение теоремы Гаусса к расчету электрических полей

Система зарядов	Напряженность поля	II потенциал
Точечный заряд Q	$E = Q/4\pi\varepsilon_0 r^2$	$\varphi = Q/4\pi\varepsilon_0 r$ $\varphi_\infty = 0$
Равномерно заряженная бесконечная плоскость с поверхностной плотностью зарядов σ	$E = \sigma/2\varepsilon_0$	$\begin{matrix} r>0: \\ r<0: \end{matrix} \quad \varphi = \begin{cases} \varphi_0 - Er \\ \varphi_0 + Er \end{cases}$
Две равномерно разноименно заряженные бесконечные плоскости, расположенные на расстоянии d	$0 \le r \le d$: $E = 0$ $r < 0$; $r > d$: $E = \sigma/\varepsilon_0$	$\begin{matrix} r \le 0: \\ 0<r<d: \\ r \ge d: \end{matrix} \quad \varphi = \begin{cases} \varphi_0 \\ \varphi_0 - Er \\ \varphi_0 - Ed \end{cases}$
Равномерно заряженная сфера радиусом R	$0 < r < R$: $E = 0$ $r = R$: $E = Q/4\pi\varepsilon_0 R^2$ $r > R$: $E = Q/4\pi\varepsilon_0 r^2$	$0 < r \le R$: $\varphi = Q/4\pi\varepsilon_0 R$ $r > R$: $\varphi = Q/4\pi\varepsilon_0 r$
Равномерно объемно	$0 < r < R$:	$0 < r < R$:

заряженный шар, радиусом R	$E = Qr/4\pi\varepsilon_0 R^3$ $r = R$: $E = O/4\pi\varepsilon_0 R^2$ $r > R$: $E = Q/4\pi\varepsilon_0 r^2$	$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} - \frac{Q(R^2 - r^2)}{8\pi\varepsilon_0 R}$ $r = R$: $\varphi = Q/4\pi\varepsilon_0 R$ $r > R$: $\varphi = Q/4\pi\varepsilon_0 r$
Равномерно заряженный бесконечный цилиндр радиуса R (нить) с линейной плотностью заряда τ	$r < R$: $E = 0$ $r = R$: $E = \tau/2\pi\varepsilon_0 R$; $r > R$: $E = \tau/2\pi\varepsilon_0 r$	$r < R$: $\varphi = \tau/2\varepsilon_0$ $r > R$: $\varphi = \frac{\tau \ln r/R}{2\pi\varepsilon_0}$

ЗАДАНИЕ 9. ДИЭКТРИКИ, ПРОВОДНИКИ И КОНДЕНСАТОРЫ

9.1. Диэлектрики. Электрическое поле в диэлектриках

Электрический момент диполя: $\vec{p} = Q\vec{l}$ где $\vec{l}$ – плечо диполя
Поляризованность: $\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i}{V} = n\vec{p}_i \qquad P = \sigma'$, где V – объем диэлектрика; p_i -дипольный момент i -й молекулы; n_0 – концентрация молекул; σ' - поверхностная плотность связанных зарядов.
Связь между поляризованностью и напряженностью электростатического поля: $P = æ\varepsilon_0 E$, где æ > 0 - диэлектрическая восприимчивость вещества
Связь между диэлектрической проницаемостью и диэлектрической восприимчивостью вещества: $\varepsilon = 1 + æ$
Связь между векторами электрического смещения и напряженностью электростатического поля: $\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon}; \vec{E} = \vec{E}_0 - \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}$. Связь между векторами электростатического смещения, напряженностью и поляризованностью: $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E} \qquad \vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$
Элементарный поток вектора электрического смещения через площадку: $d\Phi_D = \vec{D}d\vec{S} = DdS\cos\alpha = D_n dS$, где $d\vec{S} = \vec{n}dS$ –вектор, модуль которого равен dS, а направление совпадает с нормалью к площадке; D_n –составляющая вектора $\vec{D}$ по направлению нормали n к площадке
Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике: $\Phi_d = \oint_S \vec{E}d\vec{S} = \oint_S DdS\cos\alpha = \oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^{n} Q_i$,

где $\sum_{i=1}^{n} Q_i$ - алгебраическая сумма Q_i, заключенных внутри замкнутой поверхности свободных электрических зарядов. Интегрирование ведется по всей поверхности.

9.2. Электроемкость проводников и конденсаторов

Электроемкость уединенного проводника: $C = \frac{Q}{\varphi}$

где Q–заряд, сообщенный проводнику, φ - потенциал проводника.

Электроемкость проводника, помещенного в диэлектрик: $C = \varepsilon C_0$

Электроемкость шарового проводника: $C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$

где R–радиус шара; ε – диэлектрическая проницаемость среды

Электроемкость конденсатора: $C = \frac{Q}{\Delta\varphi}$,

где Q – заряд, сообщенный одной из обкладок;

Δφ - разность потенциалов между обкладками

Емкость плоского конденсатора: $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$

где S - площадь каждой пластины конденсатора;

d – расстояние между пластинами

Емкость цилиндрического конденсатора: $C = 2\pi l \varepsilon\varepsilon_0 \ln\frac{r_1}{r_2}$,

где l – длина обкладок конденсатора;

r_1 и r_2 - радиусы полых коаксиальных цилиндров

Емкость сферического конденсатора: $C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1 r_2}{r_2 - r_1}$

где r_1 и r_2 - радиус концентрических сфер

Емкость системы конденсаторов

последовательное соединение: $1/C = \sum_{i=1}^{n} 1/C_i$;

параллельное соединение: $C = \sum_{i=1}^{n} C_i$,

где C_i - емкость i-го конденсатора, n - число конденсаторов в батарее.

8.3 Энергия системы точечных электрических зарядов, заряженных проводников и конденсаторов. Энергия электростатического поля. Объемная плотность энергии. Пондермоторные силы.

Энергия взаимодействия системы точечных зарядов: $W_n = \sum\limits_{i=1}^{n} Q_i\varphi_i/2,$ где φ_i - потенциал, создаваемый в той точке, где находится заряд Q_{i} всеми зарядами, кроме i–го
Энергия уединенного заряженного проводника: $$W_n = C^2/2\varphi = Q\varphi/2 = Q^2/2C,$$ Где Q– заряд ; C –электроемкость, φ –потенциал проводника
Энергия заряженного конденсатора: $$W_n = C^2/2\Delta\varphi = Q\Delta\varphi/2 = Q^2/2C,$$ Где $\Delta\varphi$ - разность потенциалов между обкладками
Энергия электростатического поля плоского конденсатора (однородное поле): $\mathrm{W_П} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2 V}{2} = \frac{D^2 V}{2\varepsilon\varepsilon_0},$ Где S– площадь одной из пластин; $V = Sd$ - объем конденсатора
Объемная плотность энергии: $w = \dfrac{dW_n}{dV};$ $w = \varepsilon\varepsilon_0 E^2/2 = D^2/2\,\varepsilon\varepsilon_0 = ED/2,$ где D - электрическое смещение
Энергия электрического поля $W_n = \int\limits_V w\,dV$
Силы притяжения между двумя разноименно заряженными обкладками плоского конденсатора (пондермоторные силы): $$F = Q^2/(2\,\varepsilon\varepsilon_0 S) = \sigma^2 S/(2\,\varepsilon\varepsilon_0) = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 S/2$$

ЗАДАНИЕ 10. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

10.1. Электрический ток, сила и плотность тока

Сила тока $I = \dfrac{dQ}{dt}$

Единица силы тока - 1 А (ампер)

Сила постоянного тока: $I = \dfrac{\Delta Q}{\Delta t} = const$

Плотность тока: $j = \dfrac{dI}{dS} = \dfrac{dQ}{dt \cdot dS}$

Единица плотности тока - 1 А/м^2

Заряд, переносимый через поперечное сечение проводника за время *dt,*:

$$dQ = ne\langle v\rangle Sdt,$$

где n и e – концентрация и заряд носителей тока,

$\langle v\rangle$ - средняя арифметическая скорость упорядоченного движения электронов

Сила тока: $I = ne < \vec{v} > S$

Плотность тока: $\vec{j} = ne < \vec{v} >$

10.2. Электродвижущая сила (ЭДС). Напряжение

ЭДС: $\varepsilon = \dfrac{A_{cm}}{Q_o}$,

где A_{cm} - работа сторонних сил по перемещению положительного заряда Q_o

Работа сторонних сил $\vec{F}_{cm}$ по перемещению заряда Q_0 на замкнутом участке пути:

$$A = \oint \vec{F} d\vec{l}_{cm} = Q_0 \oint \vec{E} d\vec{l},$$

где $\vec{E}$ - напряженность поля сторонних сил.

ЭДС, действующая в цепи,: $\varepsilon = \oint \vec{E} d\vec{l}$

ЭДС на участке цепи $\varepsilon = \int_1^2 \vec{E}_{cm} d\vec{l}$

Сила, действующая на заряд в проводнике:

$$\vec{F} = \vec{F}_{cm} + \vec{F}_e = Q_0(\vec{E}_{cm} + \vec{E})$$

Работа результирующей силы на участке 1-2 зарядом Q_0:

$$A_{12} = Q_0 \int_1^2 \vec{E}_{cm} d\vec{l} + Q_0 \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = Q_0 \varepsilon_m + Q_0(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Для замкнутой цепи: $A = Q\varepsilon$

Напряжение на участке 1-2: $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}$

10.3. Сопротивление проводников

Сопротивление однородного линейного проводник длиной l и площадью поперечного сечения S $\qquad R = \rho \frac{l}{S}$

где ρ - удельное электрическое сопротивление

Единица измерения сопротивления – Ом

Единица измерения удельного сопротивления – Ом·м

Электрическая проводимость: $G = \frac{1}{R}$

Единица измерения электрической проводимости – См (сименс)

Удельная электропроводимость: $\gamma = \frac{1}{\rho}$

Единица измерения удельной электропроводности – См$^{-1}$

Зависимость сопротивления от температуры:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t)$$

$$R = R_0\ (1 + \alpha t),$$

где α - температурный коэффициент сопротивления, K^{-1}, t – температура, ^0C.

10.4. Последовательное и параллельное соединение проводников

Соединение	Последовательное	Параллельное
Постоянная величина	$I_1 = I_2 = \ldots = I_n$ I=concs	$U_1 = U_2 = \ldots U_n$ U=const
Суммируемая величина	Напряжение $U = \sum_{i=1}^{n} U_i$	сила тока $I = \sum_{i=1}^{n} I_i$
Результирующее сопротивление	$R = \sum_{i=1}^{n} R_i$	$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$ $G = \sum^{n} i = 1 G_i$
	$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_2}{R_1}$	$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$

10.5. Закон Ома для однородного участка и замкнутой цепи.

Закон Ома для однородного участка цепи (не содержащего источника тока):

$$I = \frac{U}{R},$$

Закон Ома в дифференциальной форме: $j = \gamma E, \vec{j} = \gamma \vec{E}$

Закон Ома для замкнутой цепи: $I=\dfrac{\varepsilon}{R+r}$ где R –сопротивление внешней цепи, r – внутреннее сопротивление источника тока. Напряжение на внешней цепи: $$U=IR=\varepsilon-Ir$$ Ток короткого замыкания: $I_{кз}=\dfrac{\varepsilon}{r}$
Закон Ома для батареи последовательно соединенных элементов: $$I=\frac{n\varepsilon}{R+nr}$$ где n- число элементов в батарее
Закон Ома для батареи параллельно соединенных элементов: $$I=\frac{\varepsilon}{R+\frac{r}{n}}$$ где n – число элементов в батарее
Закон Ома для смешанного соединения элементов в батарею: $$I=\frac{k\varepsilon}{R+\frac{kr}{n}}$$ где k- число ветвей в батарее, n – число элементов в ветви.
Закон Ома для неоднородного участка цепи (обобщенный закон Ома): $$I=\frac{\varphi_1-\varphi_2+\varepsilon_{12}}{R}$$ где ε_{12} - действующая на участке 1-2 ЭДС, $\varphi_1-\varphi_2$- разность потенциалов, приложенная к концам проводника.

10.6. Анализ обобщенного закона Ома

1	Источника тока нет: $\varepsilon_{12}=0$	Из ОЗО: $I=\dfrac{\varphi_1-\varphi_2}{R}=\dfrac{U}{R}$	Закон Ома для однородного участка цепи
2	Цепь замкнута $\varphi_1=\varphi_2$	Из ОЗО: $I=\dfrac{\varepsilon}{R}$ где R- сопротивление всей цепи	Закон Ома для замкнутой цепи
3	Цепь разомкнута: $I=0$	Из ОЗО $\varepsilon_{12}=\varphi_1-\varphi_2$:	ЭДС в разомкнутой цепи равна разности потенциалов на ее концах

10.7. Правила Кирхгофа для разветвленных цепей

Первое правило Кирхгофа: Алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю: $\sum_{i=1}^{n} I_i = 0$
Второе правило Кирхгофа: В любом замкнутом контуре: $\sum_{i=1}^{n} I_i R_i = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i$

10.8. Работа и мощность тока

Элементарная работа электрического тока: $$dA = Udq = IUdt = I^2Rdt = \frac{U^2}{R}dt$$
Работа электрического тока: $$A = \int_{e_1}^{e_2} IUdt = \int_{e_1}^{e_2} I^2Rdt = \int_{e_1}^{e_2} \frac{U^2}{R}dt$$ Единица работы – Дж (джоуль) Внесистемная единица работы 1квт·ч= 3,6 МДж=.3,6.10^6 Дж
Работа постоянного электрического тока: $$A = Uq = IUt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t$$
Мощность электрического тока: $$P = \frac{dA}{dt} = UI = I^2R = \frac{U^2}{R}$$ Единица мощности – Вт (ватт)
Закон Джоуля - Ленца: dQ= $Udq = IUdt = I^2Rdt = \frac{U^2}{R}dt$ Закон Джоуля –Ленца в интегральной форме: $$Q = \int_{e_1}^{e_2} IUdt = \int_{e_1}^{e_2} I^2Rdt = \int_{e_1}^{e_2} \frac{U^2}{R}dt$$
Закон Джоуля – Ленца для постоянного тока $$Q = Uq = IUt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t$$
Закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме: $$w = \rho j^2 = iE = \gamma E^2,$$ где $w = \frac{dQ}{dVdt}$ - удельная тепловая мощность тока
Коэффициент полезного действия источника тока (КПД):

$$\eta = \frac{P_{пол}}{P_{затр.}}\% = \frac{R}{R+r}\% = \frac{U}{\varepsilon}\%$$

ЗАДАНИЕ 11. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

11.1. Основные характеристики магнитного поля

Вращающий момент сил на рамку с током в магнитном поле $\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}]; M = p_m B \sin\alpha$ где p_m-магнитный момент рамки с током, $\vec{B}$ - магнитная индукция; α - угол между нормалью к плоскости контура и вектором $\vec{B}$
Магнитный момент рамки с током $\vec{p}_m = IS\vec{n}, p_m = IS$ S – площадь поверхности контура (рамки); $\vec{n}$ - единичный вектор нормали к поверхности рамки
Магнитная индукция $B = \dfrac{M_{\max}}{p_m}$ где $M_{мах}$ – максимальный вращающий момент Единица измерения индукции магнитного поля: Тл (Тесла)= 1Н/А·м
Магнитная индукция: $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$, где $\vec{H}$ - вектор напряженности магнитного поля, А/м μ - магнитная проницаемость среды, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ Гн/м$ - магнитная постоянная
Принцип суперпозиции (наложения) магнитных полей: Магнитная индукция результирующего поля равна: $B = \sum_{i=1}^{n} B_i$ где B_i – магнитная индукция, создаваемая каждым током (движущимся зарядом) в отдельности

11.2. Закон Био -Савара – Лапласа и его применение

Закон Вио – Савара – Лапласа: Магнитная индукция, создаваемая элементом проводника $d\vec{l}$ с током I в некоторой точке равна: $d\vec{B} = \dfrac{\mu_0\mu I[d\vec{l}, \vec{r}]}{4\pi r^3}$, где $\vec{r}$ - радиус-вектор, проведенный из элемента dl проводника в точку поля. Скалярная форма записи закона Био – Савара – Лапласа имеет вид: $dB = \dfrac{\mu_0\mu I dl \sin\alpha}{4\pi r^2}$ где α - угол между $d\vec{l}$ и $\vec{r}$.
Магнитное поле прямого тока: $B = \dfrac{\mu_0\mu I}{4\pi r}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$, где α_1, α_2 - углы, под которыми из рассматриваемой точки поля видны начало и конец проводника, r – расстояние до проводника

Магнитное поле бесконечного прямого тока: $B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi r}$
Магнитное поле в центре кругового витка радиусом r: $B = \frac{\mu_0 \mu I}{2r}$
Магнитное поле на оси кругового витка на расстоянии b от его центра $$B = \frac{\mu_0 \mu I \pi r^2}{4\pi (r^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\mu_0 \mu 2 p_m}{4\pi (r^2 + b^2)^{3/2}}$$ где $p_m = I \cdot 2\pi r^2$ – магнитный момент витка с током I
Магнитное поле на оси соленоида конечной длины: $$B = \frac{1}{2}\mu_0 \mu n I(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1),$$ где $n=N/L$ – число витков, приходящихся на единицу длины, N, L – соответственно, число витков и длина соленоида, α_1, α_2 - углы, под которыми из произвольной точки на оси соленоида видны его концы Максимальная индукция в центре соленоида равна: $$B = \mu_0 \mu I[1 + (\frac{2r}{L})^2]^{-1/2},$$ где r – радиус витка соленоида.

11.3. Закон. Ампера. Взаимодействие параллельных токов.

Сила Ампера, действующая на элемент проводника $d\vec{l}$ с током I $$d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}], \quad dF = IBdl\sin\alpha,$$ где α - угол между $d\vec{l}$ и $\vec{B}$. Сила Ампера, действующая в магнитном поле на проводник конечной длины l с током I: $\vec{F} = I\int\limits_{(l)}[d\vec{l}, \vec{B}]$, **Сила Ампера**, действующая в однородном магнитном поле на прямолинейный проводник: $F = IlB\sin\alpha$, где α -угол между током (вектором плотности тока) в проводнике и вектором $\vec{B}$
Сила взаимодействия двух параллельных токов I_1, I_2 длиной l находящихся на расстоянии r друг от друга: $F = \frac{\mu\ \mu I_1 I_2 l}{2\pi r}$

11.4. Магнитное поле движущегося заряда

Магнитное поле $\vec{B}$ точечного заряда Q, свободно движущегося с нерялитивистской скоростью $\vec{\upsilon}(\vec{\upsilon}=const)$: $$\vec{B}=\frac{\mu_0\mu Q[\vec{\upsilon},\vec{r}]}{4\pi r^3}, B=\frac{\mu_0\mu Q\upsilon}{4\pi r^2}\sin\alpha,$$ где $\vec{r}$ - радиус-вектор, проведенный из заряда Q к точке наблюдения, α - угол между $\vec{\upsilon}$ и $\vec{r}$.

11.5. Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца. Движение заряженных частиц в магнитном поле

Сила Лоренца: $\vec{F}_л = Q[\vec{\upsilon},\vec{B}], F_л = Q\upsilon B\sin\alpha$ где Q – электрический заряд, движущийся со скоростью $\vec{\upsilon}$ в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$, α угол между $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$
Формула Лоренца (сила, действующая на движущийся заряд со стороны магнитного поля с индукцией $\vec{B}$ и электрического поля с напряженностью $\vec{E}$: $\vec{F}=Q\vec{E}+Q[\vec{\upsilon},\vec{B}]$
1. В однородном магнитном поле, если угол α между $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$ равен 0 или π, сила Лоренца $F_л=0$, то частица движется равномерно и прямолинейно 2. Если угол $\alpha=\pi/2$, тогда $F_л=Q\upsilon B$, частица движется по окружности радиуса: $r=\dfrac{m\upsilon}{QB}$, период обращения частицы равен: $T=\dfrac{2\pi m}{BQ}$ 3. Заряженная частица движется со скоростью $\vec{\upsilon}$ под углом α к вектору $\vec{B}$, возникает движение по спирали, ось которой параллельна магнитному полю. Шаг винтовой линии: $h=\dfrac{2\pi m\upsilon\cos\alpha}{BQ}$ Радиус спирали равен: $r=\dfrac{m\upsilon\sin\alpha}{QB}$

ЗАДАНИЕ 12. РАБОТА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ. ЯВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ. ЭНЕРГИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ.

12.1. Поток вектора магнитной индукции (магнитный поток). Теорема Гаусса для поля $\vec{B}$

Элементарный магнитный поток сквозь площадку *dS:* $$d\Phi_B = \vec{B}dS = B_n dS = DdS\cos\alpha$$
Магнитный поток сквозь произвольную поверхность S $$\Phi_B = \int_S \vec{B}d\vec{S} = \int_S B_n dS = \int_S BdS\cos\alpha$$
Магнитный поток в однородном поле: $\Phi = BS\cos\alpha$ где α - угол между направлением вектора нормали к площадки и вектора $\vec{B}$ Единица измерения магнитного потока – 1 Вб (вебер) =1 Тл.м^2
Теорема Гаусса для поля $\vec{B}$**:**   Поток вектора магнитной индукции сквозь произвольную замкнутую поверхность равен нулю: $\oint_S \vec{B}d\vec{S} = \oint_S B_n dS = 0$

12.2 Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле

Элементарная работа по перемещению проводника с током в магнитном поле: $dA = Id\Phi$
Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле: $$A = I\Delta\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1)$$
Работа по перемещению контура с током в магнитном поле $$A = I\Delta\Psi = I(\Psi_2 - \Psi_1)$$ где $\Psi = N\Phi$ - потокосцепление, *N*- число витков контура.

12.3. Закон Фарадея (закон электромагнитной индукции). Правило Ленца.

Закон Фарадея   ЭДС электромагнитной индукции в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность. ограниченную контуром: $\varepsilon_i = -\dfrac{d\Phi}{dt}$
Правило Ленца: Индукционный ток в контуре имеет всегда такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызвавшему этот индукционный ток
ЭДС индукции в неподвижных проводниках: $\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = -\dfrac{d\Phi}{dt}$,   где $\vec{E}_B$- напряженность электрического поля индуцированного переменным

магнитным полем
ЭДС индукции в проводнике длиной l, движущемся в однородном магнитном поле с постоянной скоростью υ: $\varepsilon_i = Bl\upsilon\sin\alpha$, где α - угол между векторами υ и $\vec{B}$
ЭДС индукции, возникающая при вращении рамки в магнитном поле – модель генератора: $\varepsilon_i = NBS\omega\sin\omega t = \varepsilon_{\max}\sin\omega t$ где N и S– число витков и площадь рамки, B – индукция магнитного поля, ω - угловая скорость вращения рамки, $\varepsilon_{\max} = NBS\omega$ - максимальное значение ЭДС

12.4. Индуктивность контура. Самоиндукция.

Сцепленный с контуром магнитный поток $$\Phi = LI,$$ где коэффициент пропорциональности L называется индуктивностью. Единица индуктивности – Гн (генри) =1 Ом.с
ЭДС самоиндукции в контуре: $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(LI)$ Если контур не деформируется и магнитная проницаемость среды не меняется, то L=const и ЭДС самоиндукции $$\varepsilon_i = -L\frac{dI}{dt}$$
Индуктивность соленоида: $L = \mu_0\mu\frac{N^2S}{l} = \mu_0\mu n^2V$

12.5 Токи при размыкании и замыкании цепи

Экстраток, возникающий при размыкании цепи: $I = I_0 e^{-t/\tau} = I_0 e^{-Rt/L}$, где $\tau = \frac{L}{r}$ - время релаксации, за которое сила тока уменьшается в е раз
Экстраток при замыкании цепи: $I = I_0(1 - e^{-t/\tau})$. где $I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$ - установившийся ток (при $t \to \infty$)

12.6. Взаимная индукция. Трансформатор

Взаимная индукция - явление возникновения ЭДС в одном из контуров при изменении силы тока в другом Индуцируемая в контурах ЭДС $$\varepsilon_{12} = -\frac{d\phi_2}{dt} = -L\frac{dI_1}{dt}, \varepsilon_{21} = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -L\frac{dI_2}{dt}$$
Взаимная индуктивность двух катушек, намотанных на тороидальный

сердечник: $L=\mu_0\mu\frac{N_1N_2}{l}S$
Трансформатор – устройство для понижения или повышения напряжения переменного тока Коэффициент трансформации: $k=\frac{N_1}{N_2}=\frac{U_1}{U_2}=\frac{I_2}{I_1}$ k > 1 – трансформатор понижающий k < 1 – трансформатор повышающий Коэффициент полезного действия трансформатора: $\eta=\frac{P_2}{P_1}\%=\frac{I_2U_2}{I_1U_1}\%$

12.7. Энергия магнитного поля.

Энергия магнитного поля контура с током: $W=\frac{LI^2}{2}$
Энергия магнитного поля соленоида $$W=\frac{1}{2}\mu_0\mu\frac{N^2I^2}{l}S=\frac{B^2}{2\mu_0\mu}V=\frac{\mu_0\mu H^2}{2}V=\frac{BH}{2}V,$$ где $V=Sl$ – объем соленоида.
Объемная плотность энергии магнитного поля: $$w=\frac{dW}{dV}=\frac{B^2}{2\mu_0\mu}=\frac{\mu_0\mu H^2}{2}=\frac{BH}{2}$$

12.8 Магнитные свойства вещества. Магнетики

Орбитальный магнитный момент электрона $$p_m=IS=e\nu S, \vec{p}_m=-\frac{e}{2m}\vec{L}=g\vec{L},$$ где $I=e\nu$, ν - частота вращения электрона по орбите, S – площадь орбиты, g – гиромагнитное отношение орбитальных моментов, e и m – заряд и масса электрона
Механический момент электрона: $L_l=m\upsilon r=2m\pi^2\nu S$
Собственный механический момент электрона (спин): $\vec{p}_{ms}=g\vec{L}_{ls}$
Проекция $\vec{p}_{ms}=g\vec{L}_{ls}$ на направление вектора $\vec{B}$ может иметь одно из двух значений: $p_{msB}=\pm\frac{e\hbar}{2m}=\pm\mu_B$ где $\mu_B=\frac{e\hbar}{2m}$ - магнетон Бора
Магнетик – вещество способное под действием магнитного поля приобретать магнитный момент (намагничиваться) диамагнетики: $\mu<1$ парамагнетики: $\mu>1$

ферромагнетики: $\mu >> 1$

12.9 Закон полного тока для магнитного поля в веществе. Циркуляция вектора $\vec{H}$

Теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$: Циркуляция вектора магнитной индукции $\vec{B}$: по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов проводимости и молекулярных токов, охватываемых этим контуром. умноженной на магнитную постоянную: $\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 (I + I')$
Теорема о циркуляции вектора $\vec{H}$**:** $\oint_L \vec{H}d\vec{l} = I$, где $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu} - \vec{J}$

12.10 Условия на границе раздела двух магнетиков

Вблизи границы раздела двух магнетиков: $B_{n1} = B_{n2}, \frac{H_{n1}}{H_{n2}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$ $\quad$ $H_{\tau 1} = H_{\tau 2}, \frac{B_{\tau 1}}{B_{\tau 2}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$

12.11Основы теории Максвелла для электромагнитного поля

Изменяющееся во времени магнитное поле порождает электрическое поле E_B циркуляция которого6 $\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$
Ток смещения: $I = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}$ Плотность тока смещения: $\vec{j} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$. где $\vec{D}$ - вектор электрического смещения
Плотность тока смещения в диэлектрике: $\vec{j}_{см} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$, где $\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ - плотность тока смещения в вакууме; $\frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$ - плотность тока поляризации.
Плотность полного тока: $\vec{j}_{полн} = \vec{j} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$
Обобщенная теорема о циркуляции вектора $\vec{H}$: $\oint_L \vec{H}d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}$

12.13 Уравнения Максвелла для электромагнитного поля

Полная система уравнений Максвелла в интегральной форме:

$$\oint_L \vec{E}d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}; \qquad \oint_{\text{ЫI}} \vec{D}d\vec{S} = \int_V \rho dV$$

$$\oint_L \vec{H}d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}; \qquad \oint_S \vec{B}d\vec{S} = 0$$

Величины, входящие в уравнение Максвелла, не являются независимыми и связаны так:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}; \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}; \vec{j} = \gamma \vec{E}$$

Полная система уравнений Максвелла в дифференциальной форме

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \qquad div\vec{D} = \rho;$$

$$rot\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \qquad div\vec{B} = 0.$$

12.13 Следствия из уравнений Максвелла Свойства электромагнитных волн.

Волновое уравнение $\Delta \vec{E} = \frac{1}{\upsilon^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}; \qquad \Delta \vec{H} = \frac{1}{\upsilon^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$.

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ - оператор Лапласа

$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}$ - фазовая скорость

$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ - скорость распространения электромагнитных волн в вакууме

Векторы $\vec{E}, \vec{H}$ колеблются в одинаковых фазах, причем:

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H$$

Объемная плотность энергии электромагнитных волн?

$$\omega = \frac{1}{2} (\varepsilon_0 \varepsilon E^2 + \mu_0 \mu H^2) = \varepsilon_0 \varepsilon E^2 = \mu_0 \mu H^2 = \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu} EH = \frac{EH}{\upsilon}$$

Вектор плотности потока энергии электромагнитной волны – вектор Пойнтинга:

$$\vec{\Pi} = \omega \vec{\upsilon} = [\vec{E}, \vec{H}]$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

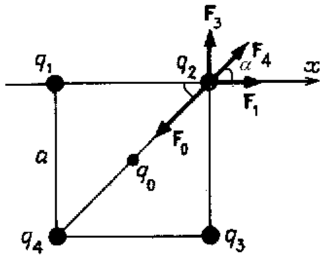
Пример 1. В вершинах квадрата находятся одинаковые по величине одноименные заряды (рис 9). Определить величину заряда q_0, который надо поместить в центр квадрата, чтобы система зарядов находилась в равновесии. Будет ли это равновесие устойчивым?

Условие:

$q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = q$;

q_o - ?

Решение. Рассмотрим силы, действующие на любой из зарядов в вершинах, например на заряд q_2 (рис. 9). Со стороны зарядов q_1, q_2, q_3 на него действуют силы F_1, F_3, F_4 соответственно,



причем $F_1 = F_3 = kq^2/a^2$, где а – сторона квадрата, $F_4 = kq^2/2a^2$. Сила, действующая на заряд q_2 со стороны заряда q_0 равна $F_0 = 2kqq_0/a^2$. Условие равновесия заряда имеют вид

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_0 = 0\,, \qquad (1)$$

В проекции на ось х уравнение (1) запишется

$$F_1 + F_4 \cos\alpha - F_0 \cos\alpha = 0,$$

или $$\frac{kq^2}{a^2} + \frac{\sqrt{2}kq^2}{4a^2} - \frac{\sqrt{2}kqq_0}{a^2} = 0\,.$$

Вычисление: $q_0 = q(1 + \frac{\sqrt{2}}{4})/\sqrt{2} = 0{,}9\, q$.

Ответ: $q_0 = 0{,}9\, q$.

Согласно теореме Ирншоу, система неподвижных точечных зарядов, находящихся на конечном расстоянии друг от друга, не может находиться в состоянии устойчивого равновесия лишь под действием кулоновских сил.

Пример 2. Электрон влетает в плоский воздушный конденсатор параллельно пластинам со скоростью $v_0 = 1{,}0\cdot10^{6}$ м/с. Длина конденсатора L=1,0 см, напряженность электрического поля в нем E =5,0·10^3 В/м. Найти скорость v электрона при вылете из конденсатора и его смещение у.

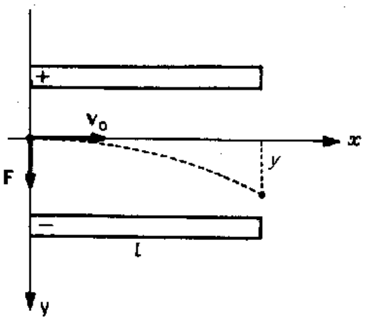
Условие:

$v_0 = 1{,}0\cdot10^6$ м/с;

L = 1,0 см = 0,01 м;

$E = 5{,}0\cdot10^3$ В/м;

$e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл;



$m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$кг;

v - ? y - ?

Решение. Сила тяжести, действующая на электрон, равна
$F_t = mg = 9{,}1 \cdot 10^{-30}$ Н.

Кулоновская сила равна $F = eE = 8 \cdot 10^{-16}$ Н, т. е. кулоновская сила много больше, чем сила тяжести. Поэтому можно считать, что движение электрона происходит только под действием кулоновской силы.

Запишем для электрона второй закон Ньютона

$$ma = F, \text{ где } F = eE.$$

Направление осей координат показано на рис. 10. Движение электрона вдоль оси x – равномерное со скоростью v_0, так как проекция силы F на ось x равна нулю, следовательно время, в течении которого электрон пролетает между пластинами конденсатора $t = L/v_0$.

Движение электрона вдоль оси y – равноускоренное под действием силы F, направленное вдоль этой оси.

Ускорение $a_y = a = eE/m$.

Начальная скорость и смещение электрона вдоль оси y равны: $v_y = 0$

$$y = \frac{at^2}{2} = \frac{eEL^2}{2mv_0^2}$$

Скорость электрона в момент вылета v, направленная по касательной к траектории его движения равна:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \; ; \qquad v = (v_x^2 + v_y^2)^{1/2},$$

где $v_x = v_0$, $v_y = at$.

Окончательно получаем: $v = \sqrt{v_0^2 + \dfrac{e^2E^2L^2}{m^2v_0^2}} = 8{,}7 \cdot 10^6$ м/с.

Проверяем размерность: $v = \sqrt{\dfrac{Кл^2 \cdot Н^2 \cdot м^2 \cdot c^2}{Кл^2 \cdot кг^2 \cdot м^2} + \dfrac{м^2}{c^2}} = \dfrac{м}{c}$,

Вычисления: $v = \sqrt{10^{12} + \dfrac{1{,}6^2 \cdot 10^{-38} \cdot 25 \cdot 10^6 10^{-4}}{9{,}1^2 \cdot 10^{-62} 10^{12}}} = 8{,}7 \cdot 10^6 (м/с)$

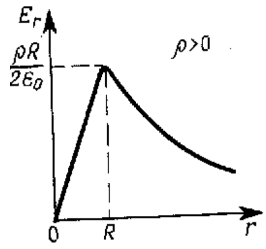
Угол между вектором скорости и осью x определяется по формуле

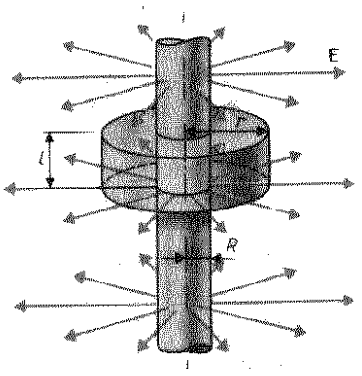
$$\alpha = arctg\frac{v_e}{v_x} = arctg\frac{eEL}{mv_0^2} == 83{,}5^0.$$

Ответ: $v = 8{,}7 \cdot 10^6$м/с, $\alpha = 83{,}5^0$.

Пример 3. В вакууме имеется скопление зарядов в форме длинного цилиндра радиуса $R = 2$ см (рис. 11). Объемная плотность зарядов постоянна и равна $\rho = 2$ мКл/м^3. Найти напряженность поля в точках 1 и 2, лежащих на расстояниях $r_1 = 1{,}0$ см и $r_2 = 2{,}0$ см от оси цилиндра. Построить график E(r).

Условие





R = 2 см = 0,02 м;
r_1 = 1,0 см =0,01 м;
r_2= 2,0 см = 0,02 м;
E_1 - ? E_2 - ? E(r) - ?

Решение. Поле создано зарядом, равномерно распределенным по объему. Конфигурация зарядов позволяет считать, что поле обладает осевой симметрией: силовые линии - прямые и в любой плоскости, перпендикулярной оси цилиндра радиальны. Предполагаемая симметрия позволяет искать напряженность с помощью теоремы Гаусса. Вспомогательной поверхности следует придать форму цилиндрической поверхности, коаксиальной заряду.

Характер функциональной зависимости *E(r)* для точек лежащих внутри и вне объемного заряда различен. Поэтому следует провести две вспомогательные поверхности S_1 и S_2 с радиусами $r_1 < R$ и $r_2 > R$. Для каждой поверхности теорема Гаусса может быть записана в виде

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \qquad (1)$$

Боковая поверхность вспомогательного цилиндра и его торцы находятся в заведомо разных условий относительно силовых линий поля, причем во всех точках торцов $\widehat{\mathbf{E}, d\mathbf{S}} = \pi/2$ и поток вектора напряженности сквозь торцевые поверхности равен нулю. На боковых поверхностях $S_{1,2\ бок}$ нормаль совпадает с направлением радиуса-вектора, поэтому $\mathbf{EdS} = E_r dS$ и

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \int_{S_{бок}} E_r dS. \qquad (2)$$

Все точки боковой поверхности находятся в одинаковых условиях относительно заряда, что позволяет считать $E_r(г)$ постоянной величиной. Тогда

$$E_r dS = E_r 2\pi r h, \qquad (3)$$

где r и h - радиус и высота вспомогательной поверхности.

Сумма зарядов, охваченных вспомогательной поверхностью, стоящая в правой части выражения (3), зависит от радиуса вспомогательной поверхности.

При $r < R$ $\qquad Q = \rho\pi r^2 h, \qquad (4)$

где r – расстояние от оси цилиндра до точки, в которой определяется напряженность поля и одновременно радиус вспомогательной поверхности S_1.

Подставляя выражение (3) в (1) и заменяя интеграл по замкнутой поверхности S_1 правой частью равенства (4) получаем

$$E_1 2\pi rh = \rho\pi r^2 h/\varepsilon_0,$$

откуда $$E_1 = \rho r/2\varepsilon_0, \qquad (5)$$

$E_1 = 1{,}1\cdot10^3$ В/м.

При $r > R$ $\qquad Q = \rho\pi R^2 h$.

Подставляя (3) в (31) и заменяя интеграл по замкнутой поверхности S_2 правой частью равенства (4) получаем

$$E_2 2\pi rh = \tau\pi R^2 h/\varepsilon_0.$$

Откуда $\quad E_2 = \rho R^2/2\varepsilon_0 r. \qquad (6)$

***E_2* $= 1{,}5\cdot10^3$ В/м.**

Для построения графика $E(r)$ на оснований выражений (5) и (6) целесообразно рассчитать E_r при $r = R$: $E(R) = \rho R/2\varepsilon_0$

***$E(R)$* $= 2{,}3\cdot10^3$ В/м.**

Расчет по формулам (5) и (6) дает один и тот же результат, так как напряженность на этой поверхности не терпит разрыва.

Пример 4. Между обкладками плоского конденсатора, заряженного до разности потенциалов U = 1,5 кВ, зажата парафиновая пластинка ($\varepsilon = 2$) толщиной d = 5 мм. Определить поверхностную плотность связанных зарядов на парафине.

Условие:
U = 1,5 кВ = $1{,}5\cdot10^3$ В;
$\varepsilon = 2$;
d = 5 мм = $5\cdot10^{-3}$ м;
σ' - ?

Решение. Вектор электрического смещения $\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}$, где $\mathbf{E}$ – вектор напряженности электрического поля, $\mathbf{P}$ – вектор поляризации.

Так как векторы **D** и **E** нормальны к поверхности диэлектрика, то $D = D_n$, $E = E_n$.

Тогда можно записать $D = \varepsilon_0 E + P$, где $P = \sigma'$, т.е. равна поверхностной плотности связанных зарядов диэлектрика. Тогда

$$\sigma' = D - \varepsilon\varepsilon_0 E.$$

Учитывая, что $D = \varepsilon\varepsilon_0 E$ и $E = U/d$, где d – расстояние между обкладками конденсатора, найдем

$$\sigma' = (\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)U/d\ .$$

Проверяем размерность: $[\sigma'] = \frac{Кл^2 В}{Н \cdot м^2 \cdot м} = \frac{Кл}{м^2}$

Вычисление: $\sigma' = 8{,}5 \cdot 10^{-12} 1{,}5 \cdot 10^3 / 5 \cdot 10^{-3} = 2{,}65$ (мкКл/м^2)

Ответ: $\sigma' = 2{,}65$ (мкКл/м^2).

Пример 5. Определить ускоряющую разность потенциалов $\Delta\varphi$, которую должен пройти в электрическом поле электрон, чтобы его скорость возросла от $v_1 = 1{,}0$ Мм/с до $v_2 = 5{,}0$ Мм/с.

Условие:
$v_1 = 1{,}0$ Мм/с $= 1{,}0 \cdot 10^6$ м/с;
$v_2 = 5{,}0$ Мм/с $= 5{,}0 \cdot 10^6$ м/с ;
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл;
$m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг;
$\Delta\varphi$ - ?

Решение. Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда из точки 1 в точку 2

$$A = e\,\Delta\varphi. \qquad (1)$$

С другой стороны, она равна изменению кинетической энергии электрона

$$A = W_2 - W_1 = mv_2^2/2 - mv_1^2/2. \qquad (2)$$

Приравняв выражения (1) и (2), найдем ускоряющую разность потенциалов

$$\Delta\varphi = m\,(v_2^2 - v_1^2)/2e\ .$$

Проверяем размерность: $[\Delta\varphi]$=кг·м^2/с^2·Кл= Дж/Кл= В

Вычисление: $\Delta\varphi =$ 68, 3 В.

Ответ: $\boldsymbol{\Delta\varphi} =$ 68, 3 В

Пример 5. К пластинам плоского воздушного конденсатора приложена разность потенциалов $\Delta\varphi_1 = 1{,}5$ кВ. Площадь пластин $S = 150$ см^2 и расстояние между ними $d = 5{,}0$ мм. После отключения конденсатора от источника напряжения в пространство между пластинами внесли стекло ($\varepsilon = 7$). Определить: 1) разность потенциалов между пластинами после внесения диэлектрика; 2) емкость конденсатора C_1 и C_2 до и после внесения диэлектрика; 3) поверхностную плотность заряда σ на пластинах до и после внесения диэлектрика.

Условие:
$\Delta\varphi_1 = 1{,}5$ кВ $= 1{,}5 \cdot 10^3$ В;
$S = 150$см^2 $= 1{,}5 \cdot 10^{-2}$ м^2;
$d = 5$ мм $= 5 \cdot 10^{-3}$ м;

$\varepsilon_1 = 7$, $\varepsilon_2 = 1$;

$\Delta\varphi_2$ - ? C_1 -? C_2 - ?

σ_1 - ?, σ_2 - ?

Решение. Так как $E_1 = \Delta\varphi_1/d = \frac{\sigma}{\varepsilon_1\varepsilon_0}$ до внесения диэлектрика и $E_2 = \Delta\varphi_2/d = \frac{\sigma}{\varepsilon_2\varepsilon_0}$ после внесения диэлектрика, поэтому

$$\frac{\Delta\varphi_1}{\Delta\varphi_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \text{ и}$$

$$\Delta\varphi_2 = \varepsilon_1\Delta\varphi_1/\varepsilon_2 = 214 \text{ В.}$$

Емкость конденсатора до и после внесения диэлектрика

$$C_1 = 4\pi\varepsilon_1\varepsilon_0 S/d = 26{,}5 \text{ пФ}, \quad C_2 = 4\pi\varepsilon_1\varepsilon_0 S/d = 186 \text{ пФ}.$$

Заряд пластин после отключения от источника напряжения не меняется, т. е. $Q = const$. Поэтому поверхностная плотность заряда на пластинах до и после внесения диэлектрика

$$\sigma_1 = \sigma_2 = Q/S = C_1\Delta\varphi_1/S = C_2\Delta\varphi_2/S$$

Вычисление: $\sigma_1 = \sigma_2 = 2{,}65$ мкКл/м^2.,

Ответ: $\sigma_1 = \sigma_2 = 2{,}65$ мкКл/м^2

$C_1 = 26{,}5$ пФ, $C_2 = 186$ пФ, $\Delta\varphi_2 = 214$ В.

Пример 6. Найти сопротивление R , железного стержня диаметром d = 1 см, если масса стержня m = 1 кг.

Условие:

d = 1 см = 0,01 м

m = 1 кг

ρ=0,087 мкОм.м=8,7.10^{-8} Ом$\cdot$м.

$\rho_{ж}$=7,7$\cdot$10^3 кг/м^3

R -?

<u>*Решение*</u>:

-Сопротивление стержня определяется по формуле

$$R = \rho\frac{l}{S},$$

где ρ удельное сопротивление железа, l, S -длина стержня и площадь поперечного сечения.

Масса проволоки $m = \rho_{ж}V = \rho_{ж}Sl$,

где V - объем стержня, $\rho_{ж}$ - плотность стали.

Откуда длина стержня равна: $l = \frac{m}{S\rho_{ж}} = \frac{4m}{\pi d^2\rho_{ж}}$,

поскольку площадь поперечного сечения стержня $S = \frac{\pi d^2}{4}$

Тогда сопротивление стержня равно:

$$R = \rho \frac{16m}{\pi^2 d^4 \rho_{ж}}$$

Проверяем размерность:
$$[R] = \frac{Ом \cdot м \cdot кг \ м^3}{м^4 кг} = Ом$$

Вычисление:
$$R = \frac{16 \cdot 8{,}7 \cdot 10^{-8}}{3{,}14^2 10^{-8} 7.7 \cdot 10^3} = 18 (мОм)$$

Ответ: R = 18 мОм.

Пример 7. Ток I =20 А, протекая по кольцу из медной проволоки сечением S = 1 мм^2, создает в центре кольца напряженность H = 178 А/м. Какая разность потенциалов U приложена к концам проволоки. образующей кольцо?

Условие:
I=20 А
S = 1 мм^2 = 10^{-6} м^2
H = 178 А/м
$\rho = 0.017$ мкОм.м=1,7.10^{-8} Ом·м
U-?

Решение

Напряженность в центре кругового тока $H = \frac{I}{2r}$, (1)

Откуда радиус витка равен $r = \frac{I}{2H}$. (2)

К концам проволоки приложено напряжение $U = IR$, (3)

где сопротивление проволоки равно $R = \rho \frac{l}{S} = \rho 2\pi r / S$

Подставив полученные значения R в (3), получим: $U = \frac{\pi \rho I^2}{HS}$

Проверяем размерность:
$$[U] = \frac{Ом \cdot м \ \cdot A^2 м}{м^2 A} = Ом \cdot A = B$$

Вычисления: U=3,14·1,7·10^{-8}·400/178·10^{-6}=0,12(В)

Ответ: U = 0,12 В.

Пример 8. Заряженная частица движется в магнитном поле по окружности со скоростью V = 10^6 м/с. Индукция магнитного поля B =0,3 Тл. Радиус окружности R = 4 см. Найти заряд q частицы, если известно, что ее энергия W=12 кэВ.

Условие**:**
V=10^6 м/с
B = 0,3 Тл

R = 4 см = 0,04 м
W=12кэВ= 1,92.10^{-14}Дж
q-?
Решение

В магнитном поле на частицу действует сила Лоренца: $\vec{F} = q[\vec{\upsilon}, \vec{B}]$

Поскольку частица движется по окружности $F = q\upsilon B$, то сила Лоренца сообщает частице ускорение $a_n = \frac{\upsilon^2}{R}$. Следовательно $q\upsilon B = \frac{m\upsilon^2}{R}$ (1)

Энергия частицы: $W = \frac{m\upsilon^2}{2}$, следовательно $m\upsilon^2 = 2W$ (2)

Подставляя (2) в (1), получим $q\upsilon B = \frac{2W}{R}$,

Из этого уравнения найдем заряд частицы: $q = \frac{2W}{\upsilon BR}$

Проверяем размерность: $[q] = \frac{Дж \cdot с}{м \cdot Тл \cdot м} = \frac{Дж \cdot с \cdot A \cdot м^2}{м^2 Дж} = Кл$

Вычисления: $q = \frac{3{,}84 \cdot 10^{-14}}{10^6 0{,}3 \cdot 0{,}04} = 3{,}2 \cdot 10^{-19} (Кл)$

Ответ: q = 3,2·10^{-19}Кл.

Пример 9. В однородном магнитном поле. индукция которого B =0.8 Тл. равномерно вращается рамка с угловой скоростью ω =15 рад/с. Площадь рамки S = 150 см^2. Ось вращения находится в плоскости рамки и составляет угол α =30^0 с направлением магнитного поля. Найти максимальную ЭДС индукции ε_0 во вращающейся рамке.

Условие:
B = 0,8 Тл
ω =15 рад/с
S= 150 см^2 =1,5.10^{-2} м^2
α =30^0
ε_0 -?

Решение:
Мгновенное значение ЭДС индукции определяется законом Фарадея

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} \,(1)$$

При вращении рамки магнитный поток, охватывающий рамку, изменяется по закону:

$$\Phi = BS \sin\alpha \cos\omega t \,(2)$$

подставив (2) в (1) и продифференцировав по времени, найдем мгновенное значение ЭДС индукции

$$\varepsilon = BS\omega \sin\alpha \sin\omega t$$

Максимальное значение ЭДС достигнет при $\sin\omega t = 1$. Отсюда

$$\varepsilon_0 = BS\omega \sin\alpha = 0{,}09B$$

Вычисление: $\varepsilon_0 = 0{,}8 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-2} 15 \cdot 0{,}5 = 0{,}09(B)$

Ответ: ε_0=0,09 В.

ЗАДАЧИ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 2

61. В вершинах квадрата со стороной 0,5 м расположены заряды одинаковой величины. В случае, когда два соседних заряда положительные, а два других – отрицательные, напряженность поля в центре квадрата равна 144 В/м. Определить величины зарядов.

62. Электрон, двигающийся со скоростью $5 \cdot 10^6$ м/с влетает в параллельное его движению электрическое поле напряженностью 10^3 В/м. Какой путь пройдет электрон до остановки и сколько времени ему для этого потребуется? Масса электрона $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг, заряд электрона – $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

63. Если в центр квадрата, в вершинах которого находятся заряды по +2 нКл, поместить отрицательный заряд, то результирующая сила, действующая на каждый заряд, будет равна нулю. Вычислить величину отрицательного заряда.

64. Два одинаковых заряда находятся в воздухе на расстоянии 0,1 м друг от друга. Напряженность поля в точке, удаленной на расстоянии 0,06 м от одного и 0,08 м от другого заряда, равна 10 кВ/м. Определить потенциал поля в этой точке и величины зарядов.

65. Равномерно заряженный шар радиусом 10 см создает на расстоянии 20 см от его поверхности электрическое поле напряженностью 20 В/м. Определить объемную плотность заряда шара, а также напряженность поля на расстоянии 5 см от его центра.

66. В поле бесконечной равномерно заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда 10 мкКл/м^2 перемещается заряд из точки, находящейся на расстоянии 0,1 м от плоскости, в точку на расстоянии 0,5 м от нее. Определить заряд, если при этом совершается работа 1 мДж.

67. Заряд 1 нКл притянулся к бесконечной плоскости, равномерно заряженной с поверхностной плотностью 0,2 мкКл/м^2. На каком расстоянии от плоскости находился заряд, если работа сил поля по его перемещению равна 1 мкДж.

68. Два точечных положительных электрических заряда по 1 нКл каждый расположены в вершинах прямоугольного треугольника со сторонами 40 см и 30 см. Найти напряженность поля, создаваемого этими зарядами в вершине прямого угла. Заряды находятся в вакууме.

69. Какое ускорение получит ион водорода в однородном электрическом поле напряженностью 1 В/м. Заряд иона водорода равен $1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл, масса иона водорода равна $1{,}67\cdot10^{-27}$ кг .

70. Два точечных заряда 20 нКл и - 10 нКл находятся в воздухе на расстоянии 10 см друг от друга. Определить напряженность и потенциал в точке, удаленной на расстояние 8 см от первого и 7 см от второго заряда.

Задачи 71 - 80. Две равномерно заряженные концентрические сферы с радиусами R_1 и R_2 имеют заряды соответственно q_1 и q_2 .
Определить напряженность и потенциал, создаваемые заряженными сферами в точках a, b, и c, находящимися на расстоянии соответственно r_1, r_2 и r_3 от центра сфер.
Построить график зависимости напряженности от расстояния E(r), взяв за начало координат центр сферы.
Числовые значения заданных величин указаны в таблице

№ варианта	$q_1\cdot10^{-10}$, Кл	$q_2 10^{-10}$, Кл	R_1 , см	R_2, см	r_1 см	r_2 см	r_3 см
71	2	-1	1	4	0,5	3	5
72	-2	1	2	5	1,5	4	6
73	2	-3	3	6	2,0	5	7
74	-1	5	1	4	0,5	3	5
75	1	-3	2	5	1,5	4	6
76	3	-5	3	6	2,0	5	7
77	1	-4	1	4	0,5	3	5
78	3	-5	2	5	1,5	4	6
79	4	-2	3	6	2,0	5	7
80	5	-8	1	4	0,5	3	5

81. Конденсатор емкостью 3мкф зарядили до разности потенциалов 300В, а конденсатор емкостью 2 мкФ - до 200В. После зарядки конденсаторы соединили параллельно. Найти разность потенциалов на обкладках конденсаторов после их соединения.

82. Два шара, электроемкости которых 2 пФ и 3 пФ заряжены соответственно зарядами 200 нКл и 100 нКл. Определите заряды на шарах после их соединения проводником.

83. Между пластинами плоского конденсатора, заряженного до напряжения 400 В помещена пластина из диэлектрика толщиной 1,2 см и диэлектрической проницаемостью 5. Найти поверхностную плотность свободных зарядов на конденсаторе и поверхностную плотность связанных зарядов на пластине.

84. Найти внутренний радиус цилиндрического конденсатора емкостью 1,5 мкФ, если внешний радиус его 10,0 см, длина конденсатора 20.0 см. Конденсатор заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью равной 6.

85. Плоский конденсатор с расстоянием между пластинами 1 мм заряжен до напряжения 1 кВ. Определить силу взаимодействия между пластинами конденсатора площадью 50 см^2.

86. Батарею из двух конденсаторов емкостями по $3 \cdot 10^{-10}$ Ф и $4{,}5 \cdot 10^{-10}$ Ф, соединенных последовательно, включили в сеть с напряжением 220В. Потом батарею отключили от сети, а конденсаторы соединили параллельно. Каково напряжение на зажимах полученной батареи?

87. Плоский воздушный конденсатор емкостью 1 мкФ зарядили до потенциала 300 В и отключили от источника напряжения. Какую работу протии в сил электрического поля надо совершить. чтобы увеличить расстояние между пластинами конденсатора в 5 раз. Какова при этом будет разность потенциалов между пластинами?

88. Два конденсатора емкость 2 мкФ и 3 мкФ соединили последовательно и зарядили до разности потенциалов 1 кВ. Как изменится энергия системы, если ее отключить от источника напряжения и одноименно заряженные обкладки конденсаторов соединить параллельно?

89. К пластинам плоского воздушного конденсатора приложена разность потенциалов U = 500В. Площадь пластин S = 200см^2, расстояние между ними d_1 = 1,5мм. Пластины раздвинули до расстояния d_2 = 1,5см. Найти энергию W_1 и W_2 конденсатора до и после раздвижения пластин, если источник напряжения перед раздвижением: 1) отключался; 2) не отключался.

90. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора равна 100 см^2. Расстояние между пластинами 5 мм. Какая разность потенциалов была приложена к пластинам конденсатора, если известно, что при разряде конденсатора выделилось 400 мДж теплоты?

91. Вольтметр предназначен для измерения напряжения до 30 В и имеет сопротивление 2 кОм. Какое добавочное сопротивлении надо взять, чтобы этим вольтметром можно было измерить напряжение до 75 В?

92. Два проводника, сопротивления которых равны 7 Ом и 5 Ом, соединили параллельно и подключили к источнику тока. В первом проводнике в течение некоторого времени выделилось 300 Дж теплоты. Какое количество теплоты выделится во втором проводнике за это же время?

93. При включении электромотора в сеть с напряжением 220 В он потребляет ток 5 А. Определить КПД электромотора, если сопротивление его обмотки равно 5 Ом.

94. Десять ламп сопротивлением 24 Ом каждая, рассчитанные на напряжение 16 В, соединены последовательно и подключены к сети постоянного напряжения 220 В последовательно с сопротивлением. Какова должна быть величина этого сопротивления, чтобы лампы горели полным накалом?

95. Сколько аккумуляторов с ЭДС 2,1 В и внутренним сопротивлением 0.2 Ом каждый необходимо соединить в батарею последовательно, чтобы в проводнике с сопротивлением 6 Ом получить силу тока 1,5 А?

96. Определить ЭДС источника электрической энергии с внутренним сопротивлением 0.25 Ом, если при замыкании его железным проводником длиной 5 м и сечением 0,2 мм^2 в цепи возникает ток 0,5 А. Удельное сопротивление железа равно $9{,}9 \cdot 10^{-8}$ Ом$\cdot$м.

97. В проводнике сопротивлением 2 Ом, подключенному к элементу с ЭДС 1,1 В сила тока равна 0.5 А. Определите силу тока короткого замыкания.

98. В электроплите имеется две спирали с одинаковым сопротивлением. При включении одной из них мощность плитки равна 600 Вт. Какова будет мощность плитки при включении обеих спиралей параллельно?

99. При последовательном включении к сети двух проводников сила тока в 4 раза меньше, чем при параллельном их подключении. Во сколько раз сопротивление одного проводник больше сопротивления другого?

100. Сила тока при коротком замыкании источника с внутренним сопротивлением 2 Ом равна 6 А. Определить силу тока при замыкании источника на внешнее сопротивление 4 Ом.

101. Чему равна сила тока, проходящего по периметру правильного шестиугольника со стороной 20 см, если в его центре индукция магнитного поля равна 10 мкТл?

102. Чему равна магнитная индукция на оси кругового витка в точке, расположенной на расстоянии 40 см от центра, если в центре витка радиус которого 30 см, индукция равна 35 мкТл?

103. Соленоид длиной 10 см и диаметром 4 см содержит 20 витков на каждом сантиметре длины. Определить магнитный момент соленоида, если сила тока в нем 2 А?

104. Электрон движется по окружности радиусом 10 см в однородном магнитном поле с индукцией 0,02 Тл. Определить частоту вращения частицы. Масса электрона $9{,}1\cdot10^{-31}$ кг, заряд электрона – $1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл.

105 Прямой проводник длиной 10 см подвешен горизонтально на двух нитях в однородном магнитном поле с индукцией 10 мТл. Вектор индукции перпендикулярен проводнику. На сколько изменится сила натяжения каждой нити, если по проводнику пропустить ток 10 А?

106. На двух тонких нитях висит горизонтально расположенный стержень длиной 2 м и массой 0.5 кг. Стержень находится в однородном магнитном поле, индукция которого 0.5 Тл и направлена вниз. На сколько градусов отклонится нить от вертикали, если пропустить по стержню ток 5 А?

107. Проволочный виток радиусом R=25 см расположен в плоскости магнитного меридиана. В центре расположена небольшая магнитная стрелка, способная вращаться вокруг вертикальной оси. На какой угол α отклонится стрелка, если по витку пустить ток силой I =15 А? Горизонтальную составляющую магнитного поля Земли принять равной $B=20\cdot10^{-3}$ Тл.

108. Из проволоки длинно 1 м сделана квадратная рамка. По рамке течет ток силой 10 А. Найти напряженность магнитного поля магнитного поля в центре рамки.

109. В однородном магнитном поле с напряженностью 80 А/м помещена квадратная рамка, плоскость которого составляет с направлением магнитного поля 45^0. Сторона рамки 4 см. Найти магнитный поток, пронизывающий рамку.

110. Ток 20 А, протекая по кольцу из стальной проволоки сечением 1 $мм^2$, создает в центре кольца напряженность магнитного поля 200 А/м. Какая разность потенциалов приложена к концам проволоки, образующей кольцо? Удельное сопротивление стали равно $9{,}9\cdot10^{-8}$ Ом·м.

111. В однородном магнитном поле с индукцией 0.1 Тл расположен плоский проволочный виток так, что плоскость его перпендикулярна линиям индукции. Виток замкнут на гальванометр. Полный заряд, прошедший через гальванометр при повороте витка равен $7{,}5 \cdot 10^{-4}$ Кл. На какой угол повернули виток?. Площадь витка равна 0,01 $см^2$, сопротивление – 20 Ом.

112. По двум параллельным проводам длиной $l = 10м$ текут одинаковые токи силой $I = 100A$. Расстояние между проводами $d = 10см$. Определить силу взаимодействия проводников.

113. Нормаль к плоскости рамки, по которой течёт ток 1 *А,* составляет угол 30° с направлением однородного магнитного поля. На какой угол повернулась рамка по отношению к полю, если вращающий момент, действующий на рамку, уменьшился в 10 раз. Сделать пояснительный рисунок.

114. Какой магнитный поток пронизывает каждый виток катушки, имеющий 6 витков, если при равномерном исчезновении магнитного поля в течении 0,2 с в катушке индуцируется ЗДС 120 В?

115. Проволочная рамка в виде квадрата со стороной 5 см и сопротивлением 6 Ом расположена в однородном магнитном поле, линии индукции которого составляет угол 45^0 с плоскостью рамки. При повороте рамки в положение при котором линии поля перпендикулярны плоскости рамки, по ней протек заряд 14 мкКл. Определить индукцию магнитного поля.

116. В длинной катушке радиусом 2 см. содержащей 500 витков, сила тока равна 5 А. определить индуктивность катушки, если индукция магнитного поля внутри катушки равна 12,5 мТл.

117. Найти индуктивность соленоида, полученного при намотке провода длиной 10м на цилиндрический железный стержень длиной 10 см. Магнитная проницаемость железа 400.

118. Определить энергию магнитного поля соленоида, содержащего 500 витков, которые намотаны на картоны каркас радиусом 2 см и длиной 0,5 м, если сила тока в нем равна 5 А.

119. Соленоид длиной 5- см и площадью поперечного сечения 2 $см^2$ имеет индуктивность 0.2 мкГн. При каком токе объемная плотность энергии магнитного поля соленоида равна 1 $мДж/м^3$?

120. Катушка имеет индуктивность 0.2 Гн и сопротивление 1,64 Ом. Во сколько раз уменьшится ток в катушке через 0,05 с после того, как ЭДС выключена и катушка замкнута накоротко?

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Основные физические постоянные

Физические постоянные	Обозначения	Значения
Ускорение свободного падения	g	9,81 м/с^2
Гравитационная постоянная	G	$6{,}67\cdot10^{-11}$ м^3/кг·с^2
Постоянная Авогадро	N_A	$6{,}62\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$
Молярная газовая постоянная	R	8,31Дж/моль·К
Постоянная Больцмана	k	$1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Элементарный заряд (заряд электрона)	e	$1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл
Скорость света в вакууме	c	$3\cdot10^{8}$ м/с
Постоянная Стефана-Больцмана	σ	$5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/м^2·К^4
Постоянная закона смещения Вина	b	$2{,}9\cdot10^{-3}$ м·К
Постоянная Планка	h	$6{,}62\cdot10^{-34}$ Дж·с
Комптоновская длина волны электрона	λ_C	$2{,}43\cdot10^{-12}$ м
Атомная единица массы	а.е.м.	$1{,}66\cdot10^{-27}$ кг
Электрическая постоянная	ε_0	$8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м

Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования

Приставка			Приставка		
Наименование	Обозначение	Множитель	Наименование	Обозначение	Множитель
экса	Э	10^{18}	деци	д	10^{-1}
пэта	П	10^{15}	санти	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	милли	м	10^{-3}
гига	Г	10^{9}	микро	мк	10^{-6}
мега	М	10^{6}	нано	н	10^{-9}
кило	к	10^{3}	пико	п	10^{-12}
гекто	г	10^{2}	фемто	ф	10^{-15}
дека	да	10^{1}	атто	а	10^{-18}

Греческий алфавит

Обозначения букв	**Названия букв**	**Обозначения букв**	**Названия букв**
Α,α	альфа	Ν,ν	ню (ни)
Β,β	бета	Ξ,ξ	кси
Γ,γ	гамма	Ο,ο	омикрон
Δ,δ	дельта	Π,π	пи
Ε,ε	эпсилон	Ρ,ρ	Ро
Ζ,ζ	дзета	Σ,σ	сигма

Η,η	эта	Τ,τ	тау
Θ,θ	тета	Υ,υ	ипсилон
Ι,ι	йота	Φ,φ	фи
Κ,κ	каппа	Χ,χ	хи
Λ,λ	лямбда	Ψ,ψ	пси
Μ,μ	ми (мю)	Ω,ω	омега