

ДИНАМИКА

Задача Д1

Груз D массой m , получив в точке A начальную скорость v_0 , движется в изогнутой трубе ABC , расположенной в вертикальной плоскости; участки трубы или оба наклонные, или один горизонтальный, а другой наклонный (рис. Д1.0 — Д1.9, табл. Д1).

На участке AB на груз кроме силы тяжести действуют постоянная сила \bar{Q} (ее направление показано на рисунках) и сила сопротивления среды \bar{R} , зависящая от скорости v груза (направлена против движения); трением груза о трубу на участке AB пренебречь.

В точке B груз, не изменяя своей скорости, переходит на участок BC трубы, где на него кроме силы тяжести действуют сила трения (коэффициент трения груза о трубу $f = 0,2$) и переменная сила \bar{F} , проекция которой F_x на ось x задана в таблице.

Считая груз материальной точкой и зная расстояние $AB = l$ или время t_1 движения груза от точки A до точки B , найти закон движения груза на участке BC , т. е. $x = f(t)$, где $x = BD$.

Указания. Задача Д1 — на интегрирование дифференциальных уравнений движения точки (решение основной задачи динамики). Решение задачи разбивается на две части. Сначала нужно составить и проинтегрировать методом разделения переменных дифференциальное уравнение движения точки (груза) на участке AB , учтя начальные условия. Затем, зная время движения груза на участке AB или длину этого участка, определить скорость груза в точке B . Эта скорость будет начальной для движения груза на участке BC . После этого нужно составить и проинтегрировать дифференциальное уравнение движения груза на участке BC тоже с учетом начальных условий, ведя отсчет времени от момента, когда груз находится в точке B , и полагая в этот момент $t = 0$. При интегрировании уравнения движения на участке AB в случае, когда задана длина l участка, целесообразно перейти к переменному x , учтя, что

$$-\frac{dv_x}{dt} = v_x \frac{dv_x}{dx}.$$

Таблица Д1

Номер условия	m , кг	v_0 , м/с	Q , Н	R , Н	l , м	t_1 , с	F_x , Н
0	2	20	6	$0,4v$	—	2,5	$2\sin(4t)$

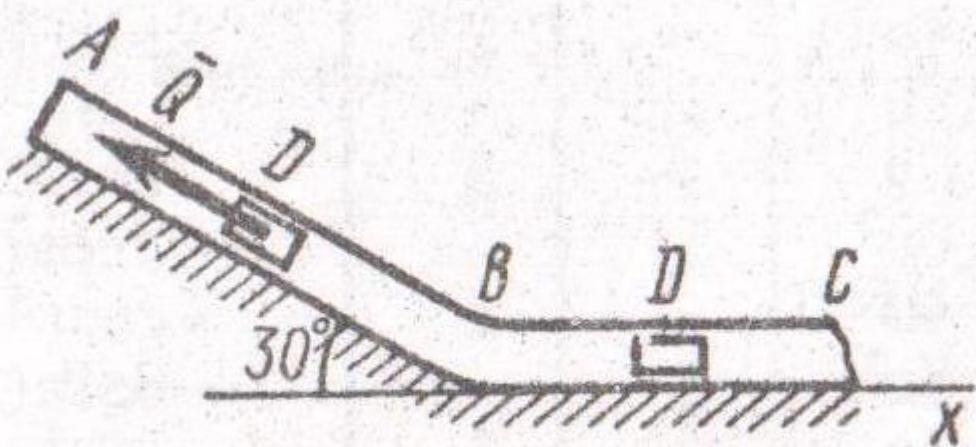


Рис. Д1.6

Задача Д4

Механическая система состоит из прямоугольной вертикальной плиты I массой $m_1 = 18$ кг, движущейся вдоль горизонтальных направляющих, и груза D массой $m_2 = 6$ кг (рис. Д4.0 — Д4.9, табл. Д4). В момент времени $t_0 = 0$, когда скорость плиты $u_0 = 2$ м/с, груз под действием внутренних сил начинает двигаться по желобу плиты.

На рис. 0—3 желоб KE прямолинейный и при движении груза расстояние $s = AD$ изменяется по закону $s = f_1(t)$, а на рис. 4—9 желоб — окружность радиуса $R = 0,8$ м и при движении груза угол $\phi = \angle AC_1D$ изменяется по закону $\phi = f_2(t)$. В табл. Д4 эти зависимости даны отдельно для рис. 0 и 1, для рис. 2 и 3 и т. д., где s выражено в метрах, ϕ — в радианах, t — в секундах.

Считая груз материальной точкой и пренебрегая всеми сопротивлениями, определить зависимость $u = f(t)$, т. е. скорость плиты как функцию времени.

Указания. Задача Д4 на применение теоремы об изменении количества движения системы. При решении составить уравнение, выражающее теорему, в проекции на горизонтальную ось.

Т а б л и ц а Д4

Номер усло- вия	$s = f_1(t)$		$\varphi = f_2(t)$	
	рис. 0,1	рис. 2,3	рис. 4,5,6	рис. 7,8,9
0	$0,8 \sin(\pi t^2)$	$0,4(3t^2 - 2)$	$\pi(3 - 2t^2)/3$	$\pi(2t^2 - 1)$

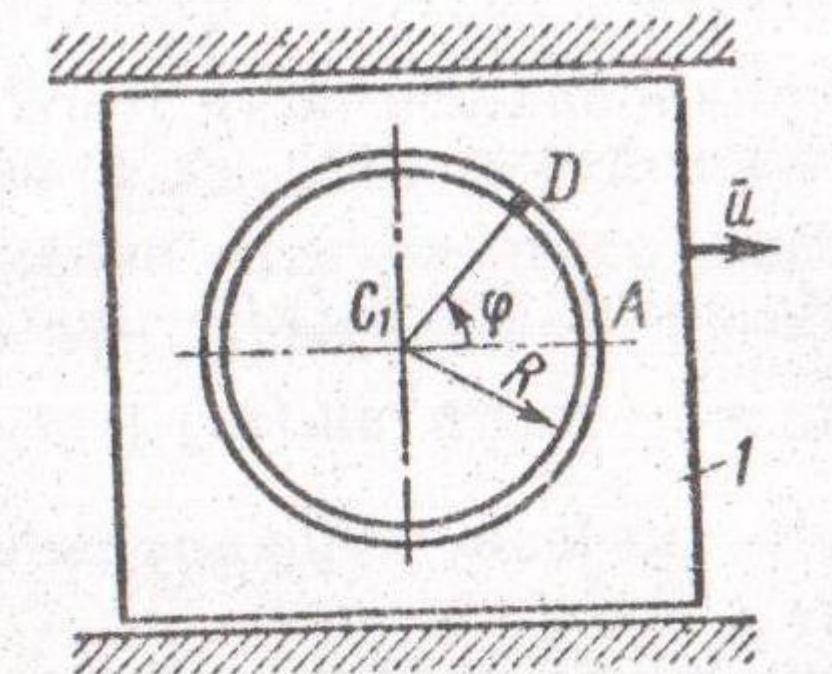


Рис. Д4.6

Задача Д6

Механическая система состоит из грузов 1 и 2, ступенчатого шкива 3 с радиусами ступеней $R_3 = 0,3$ м, $r_3 = 0,1$ м и радиусом инерции относительно оси вращения $\rho_3 = 0,2$ м, блока 4 радиуса $R_4 = 0,2$ м и катка (или подвижного блока) 5 (рис. Д6.0 – Д6.9, табл. Д6); тело 5 считать сплошным однородным цилиндром, а массу блока 4 – равномерно распределенной по ободу. Коэффициент трения грузов о плоскость $f = 0,1$. Тела системы соединены друг с другом нитями, перекинутыми через блоки и намотанными на шкив 3 (или на шкив и каток); участки нитей параллельны соответствующим плоскостям. К одному из тел прикреплена пружина с коэффициентом жесткости c .

Под действием силы $F = f(s)$, зависящей от перемещения s точки ее приложения, система приходит в движение из состояния покоя; деформация пружины в момент начала движения равна нулю. При движении на шкив 3 действует постоянный момент M сил сопротивления (от трения в подшипниках).

Определить значение искомой величины в тот момент времени, когда перемещение s станет равным $s_1 = 0,2$ м. Искомая величина указана в столбце «Найти» таблицы, где обозначено: v_1 , v_2 , v_{c5} – скорости грузов 1, 2 и центра масс тела 5 соответственно, ω_3 и ω_4 – угловые скорости тел 3 и 4.

Все катки, включая и катки, обмотанные нитями (как, например, каток 5 на рис. 2), катятся по плоскостям без скольжения.

На всех рисунках не изображать груз 2, если $m_2 = 0$; остальные тела должны изображаться и тогда, когда их масса равна нулю.

Указания. Задача Д6 – на применение теоремы об изменении кинетической энергии системы. При решении задачи учесть, что кинетическая энергия T системы равна сумме кинетических энергий всех входящих в систему тел; эту энергию нужно выразить через ту скорость (линейную или угловую), которую в задаче надо определить. При вычислении T для установления зависимости между скоростями точек тела, движущегося плоскопараллельно, или между его угловой скоростью и скоростью центра масс воспользоваться мгновенным центром скоростей (кинематика). При вычислении работы надо все перемещения выразить через заданное перемещение s_1 , учтя, что зависимость между перемещениями здесь будет такой же, как между соответствующими скоростями.

Т а б л и ц а Д6

Номер усло- вия	m_1 , кг	m_2 , кг	m_3 , кг	m_4 , кг	m_5 , кг	c , Н/м	M , Н·м	$F=f(s)$, Н	Найти
0	0	6	4	0	5	200	1,2	$80(4 + 5s)$	ω_3

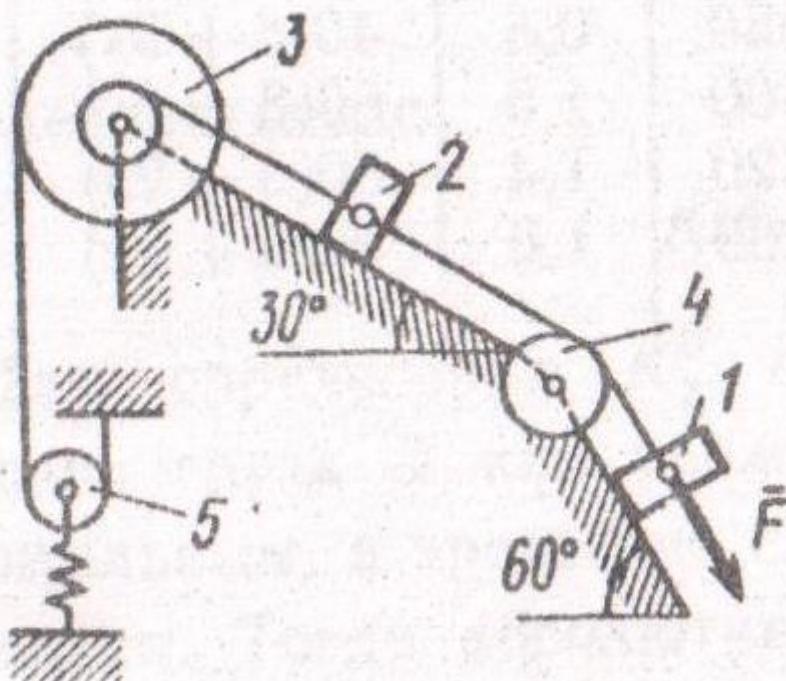


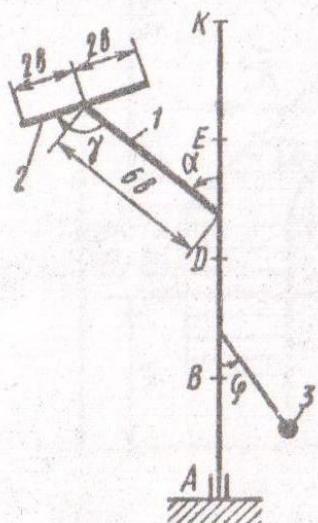
Рис. Д6.6

Задача Д8

Вертикальный вал AK (рис. Д8.0 — Д8.9), вращающийся с постоянной угловой скоростью $\omega = 10 \text{ с}^{-1}$, закреплен подпятником в точке A и цилиндрическим подшипником в точке, указанной в табл. Д8 в столбце 2 ($AB = BD = DE = EK = a$). К валу жестко прикреплены тонкий однородный ломаный стержень массой $m = 10 \text{ кг}$, состоящий из частей 1 и 2 (размеры частей стержня показаны на рисунках, где $b = 0,1 \text{ м}$, а их массы m_1 и m_2 пропорциональны длинам), и невесомый стержень длиной $l = 4b$ с точечной массой $m_3 = 3 \text{ кг}$ на конце; оба стержня лежат в одной плоскости. Точки крепления стержней указаны в таблице в столбцах 3 и 4, а углы α , β , γ , Φ даны в столбцах 5—8.

Пренебрегая весом вала, определить реакции подпятника и подшипника. При подсчетах принять $a = 0,6 \text{ м}$.

Указания. Задача Д8 — на применение к изучению движения системы принципа Даламбера. При решении задачи учесть, что когда



силы инерции частиц тела (в данной задаче стержня) имеют равнодействующую \bar{R}^n , то численно $R^n = ma_c$, где a_c — ускорение центра масс C тела, но линия действия силы \bar{R}^n в общем случае не проходит через точку C .

Рис. Д8.6

Таблица Д8

Номер условия	Подшипник в точке	Крепление в точке		α , град	β , град	γ , град	Φ , град
		ломаного стержня	невесомого стержня				
I	2	3	4	5	6	7	8
0	B	D	K	45	135	225	60

ДИНАМИКА

Задача Д1

Груз D массой m , получив в точке A начальную скорость v_0 , движется в изогнутой трубе ABC , расположенной в вертикальной плоскости; участки трубы или оба наклонные, или один горизонтальный, а другой наклонный (рис. Д1.0 — Д1.9, табл. Д1).

На участке AB на груз кроме силы тяжести действуют постоянная сила \bar{Q} (ее направление показано на рисунках) и сила сопротивления среды \bar{R} , зависящая от скорости v груза (направлена против движения); трением груза о трубу на участке AB пренебречь.

В точке B груз, не изменяя своей скорости, переходит на участок BC трубы, где на него кроме силы тяжести действуют сила трения (коэффициент трения груза о трубу $f = 0,2$) и переменная сила \bar{F} , проекция которой F_x на ось x задана в таблице.

Считая груз материальной точкой и зная расстояние $AB = l$ или время t_1 движения груза от точки A до точки B , найти закон движения груза на участке BC , т. е. $x = f(t)$, где $x = BD$.

Указания. Задача Д1 — на интегрирование дифференциальных уравнений движения точки (решение основной задачи динамики). Решение задачи разбивается на две части. Сначала нужно составить и проинтегрировать методом разделения переменных дифференциальное уравнение движения точки (груза) на участке AB , учтя начальные условия. Затем, зная время движения груза на участке AB или длину этого участка, определить скорость груза в точке B . Эта скорость будет начальной для движения груза на участке BC . После этого нужно составить и проинтегрировать дифференциальное уравнение движения груза на участке BC тоже с учетом начальных условий, ведя отсчет времени от момента, когда груз находится в точке B , и полагая в этот момент $t = 0$. При интегрировании уравнения движения на участке AB в случае, когда задана длина l участка, целесообразно перейти к переменному x , учтя, что

$$-\frac{dv_x}{dt} = v_x \frac{dv_x}{dx}.$$

Таблица Д1

Номер условия	m , кг	v_0 , м/с	Q , Н	R , Н	l , м	t_1 , с	F_x , Н
0	2	20	6	$0,4v$	—	2,5	$2\sin(4t)$

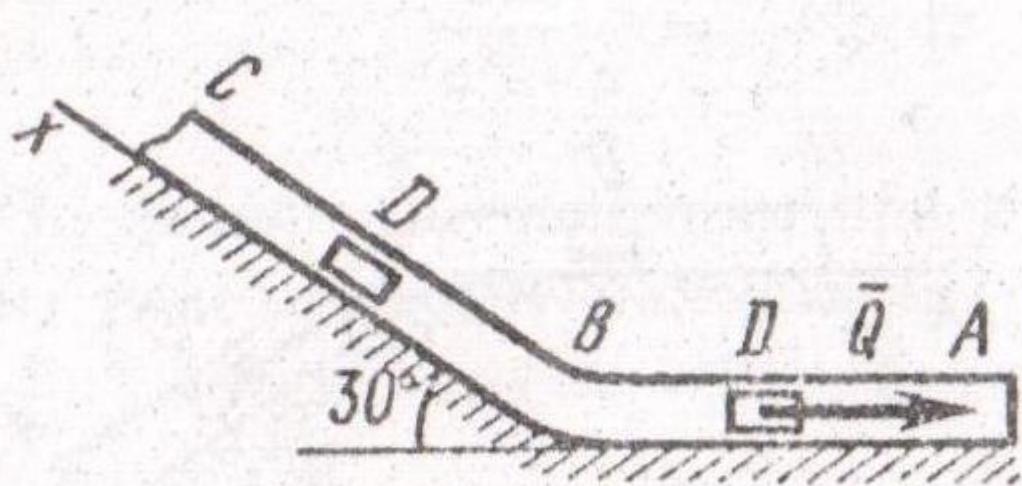


Рис. Д1.0

Задача Д4

Механическая система состоит из прямоугольной вертикальной плиты I массой $m_1 = 18$ кг, движущейся вдоль горизонтальных направляющих, и груза D массой $m_2 = 6$ кг (рис. Д4.0 — Д4.9, табл. Д4). В момент времени $t_0 = 0$, когда скорость плиты $u_0 = 2$ м/с, груз под действием внутренних сил начинает двигаться по желобу плиты.

На рис. 0—3 желоб KE прямолинейный и при движении груза расстояние $s = AD$ изменяется по закону $s = f_1(t)$, а на рис. 4—9 желоб — окружность радиуса $R = 0,8$ м и при движении груза угол $\phi = \angle AC_1D$ изменяется по закону $\phi = f_2(t)$. В табл. Д4 эти зависимости даны отдельно для рис. 0 и 1, для рис. 2 и 3 и т. д., где s выражено в метрах, ϕ — в радианах, t — в секундах.

Считая груз материальной точкой и пренебрегая всеми сопротивлениями, определить зависимость $u = f(t)$, т. е. скорость плиты как функцию времени.

Указания. Задача Д4 на применение теоремы об изменении количества движения системы. При решении составить уравнение, выражающее теорему, в проекции на горизонтальную ось.

Т а б л и ц а Д4

Номер усло- вия	$s = f_1(t)$		$\varphi = f_2(t)$	
	рис. 0,1	рис. 2,3	рис. 4,5,6	рис. 7,8,9
0	$0,8 \sin(\pi t^2)$	$0,4(3t^2 - 2)$	$\pi(3 - 2t^2)/3$	$\pi(2t^2 - 1)$

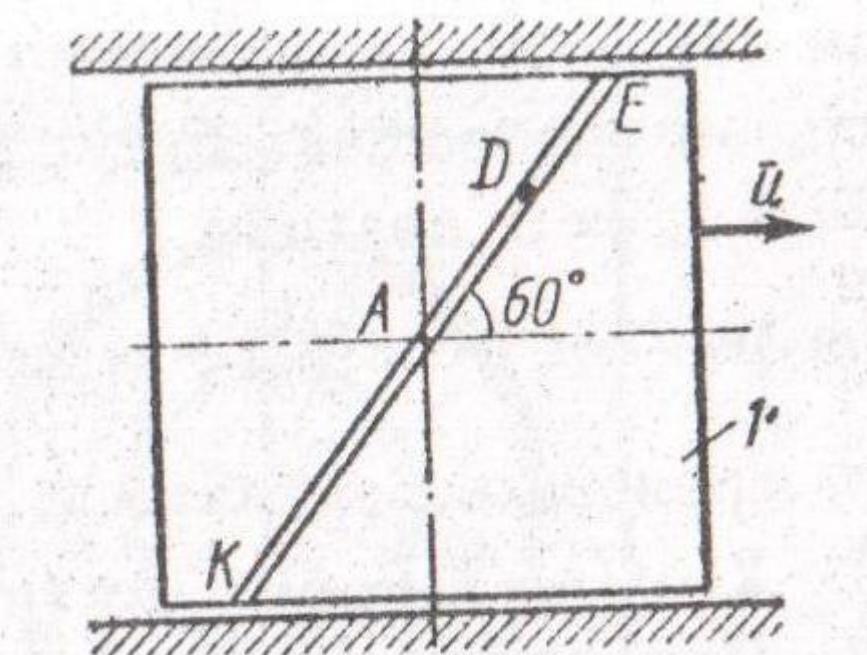


Рис. Д4.0

Задача Д6

Механическая система состоит из грузов 1 и 2, ступенчатого шкива 3 с радиусами ступеней $R_3 = 0,3$ м, $r_3 = 0,1$ м и радиусом инерции относительно оси вращения $\rho_3 = 0,2$ м, блока 4 радиуса $R_4 = 0,2$ м и катка (или подвижного блока) 5 (рис. Д6.0 – Д6.9, табл. Д6); тело 5 считать сплошным однородным цилиндром, а массу блока 4 – равномерно распределенной по ободу. Коэффициент трения грузов о плоскость $f = 0,1$. Тела системы соединены друг с другом нитями, перекинутыми через блоки и намотанными на шкив 3 (или на шкив и каток); участки нитей параллельны соответствующим плоскостям. К одному из тел прикреплена пружина с коэффициентом жесткости c .

Под действием силы $F = f(s)$, зависящей от перемещения s точки ее приложения, система приходит в движение из состояния покоя; деформация пружины в момент начала движения равна нулю. При движении на шкив 3 действует постоянный момент M сил сопротивления (от трения в подшипниках).

Определить значение искомой величины в тот момент времени, когда перемещение s станет равным $s_1 = 0,2$ м. Искомая величина указана в столбце «Найти» таблицы, где обозначено: v_1 , v_2 , v_{c5} – скорости грузов 1, 2 и центра масс тела 5 соответственно, ω_3 и ω_4 – угловые скорости тел 3 и 4.

Все катки, включая и катки, обмотанные нитями (как, например, каток 5 на рис. 2), катятся по плоскостям без скольжения.

На всех рисунках не изображать груз 2, если $m_2 = 0$; остальные тела должны изображаться и тогда, когда их масса равна нулю.

Указания. Задача Д6 – на применение теоремы об изменении кинетической энергии системы. При решении задачи учесть, что кинетическая энергия T системы равна сумме кинетических энергий всех входящих в систему тел; эту энергию нужно выразить через ту скорость (линейную или угловую), которую в задаче надо определить. При вычислении T для установления зависимости между скоростями точек тела, движущегося плоскопараллельно, или между его угловой скоростью и скоростью центра масс воспользоваться мгновенным центром скоростей (кинематика). При вычислении работы надо все перемещения выразить через заданное перемещение s_1 , учтя, что зависимость между перемещениями здесь будет такой же, как между соответствующими скоростями.

Т а б л и ц а Д6

Номер усло- вия	m_1 , кг	m_2 , кг	m_3 , кг	m_4 , кг	m_5 , кг	c , Н/м	M , Н·м	$F=f(s)$, Н	Найти
0	0	6	4	0	5	200	1,2	$80(4 + 5s)$	ω_3

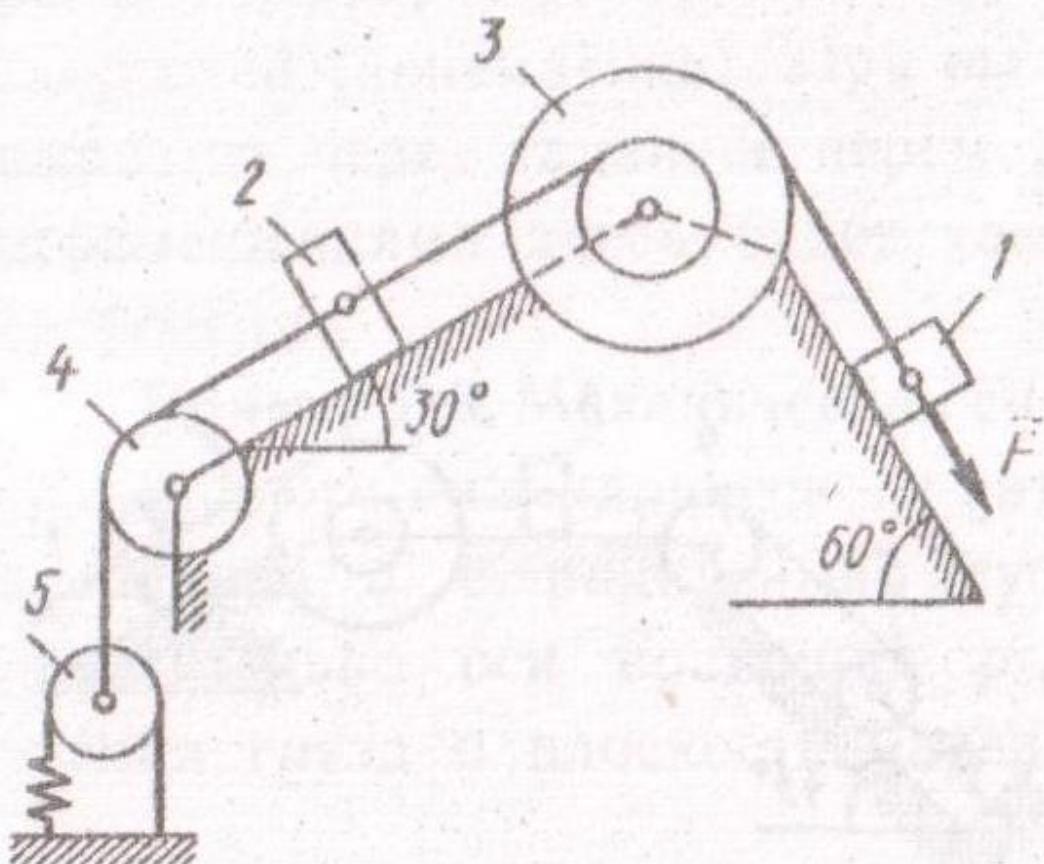


Рис. Д6.0

Задача Д8

Вертикальный вал AK (рис. Д8.0 — Д8.9), вращающийся с постоянной угловой скоростью $\omega = 10 \text{ с}^{-1}$, закреплен подпятником в точке A и цилиндрическим подшипником в точке, указанной в табл. Д8 в столбце 2 ($AB = BD = DE = EK = a$). К валу жестко прикреплены тонкий однородный ломаный стержень массой $m = 10 \text{ кг}$, состоящий из частей 1 и 2 (размеры частей стержня показаны на рисунках, где $b = 0,1 \text{ м}$, а их массы m_1 и m_2 пропорциональны длинам), и невесомый стержень длиной $l = 4b$ с точечной массой $m_3 = 3 \text{ кг}$ на конце; оба стержня лежат в одной плоскости. Точки крепления стержней указаны в таблице в столбцах 3 и 4, а углы α , β , γ , φ даны в столбцах 5—8.

Пренебрегая весом вала, определить реакции подпятника и подшипника. При подсчетах принять $a = 0,6 \text{ м}$.

Указания. Задача Д8 — на применение к изучению движения системы принципа Даламбера. При решении задачи учесть, что когда

силы инерции частиц тела (в данной задаче стержня) имеют равнодействующую \bar{R}^n , то численно $R^n = ma_c$, где a_c — ускорение центра масс C тела, но линия действия силы \bar{R}^n в общем случае не проходит через точку C .

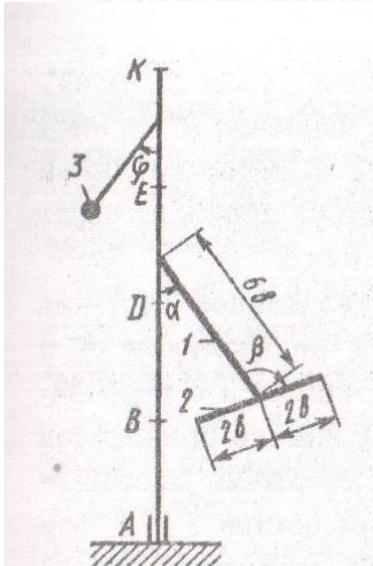


Рис. Д8.0

Таблица Д8

Номер условия	Подшипник в точке	Крепление в точке		α , град	β , град	γ , град	φ , град
		ломаного стержня	невесомого стержня				
I	2	3	4	5	6	7	8
0	B	D	K	45	135	225	60