

1.28. Пример выполнения курсового задания С 4

Однородная прямоугольная рама весом 200 Н прикреплена к стене при помощи шарового шарнира А и цилиндрического шарнира в точке В и удерживается в горизонтальном положении верёвкой СЕ, привязанной в точке С рамы и гвоздью Е, вбитому в стену на одной вертикали с точкой А (рис. 1.72). Угол $\alpha = 30^\circ$.

Определить натяжение верёвки и опорные реакции в точках А и В, если $b = c = 1$ м.

Решение. Как и ранее, определение реакций внешних связей для рассматриваемой конструкции проводится согласно плану решения задач статики.

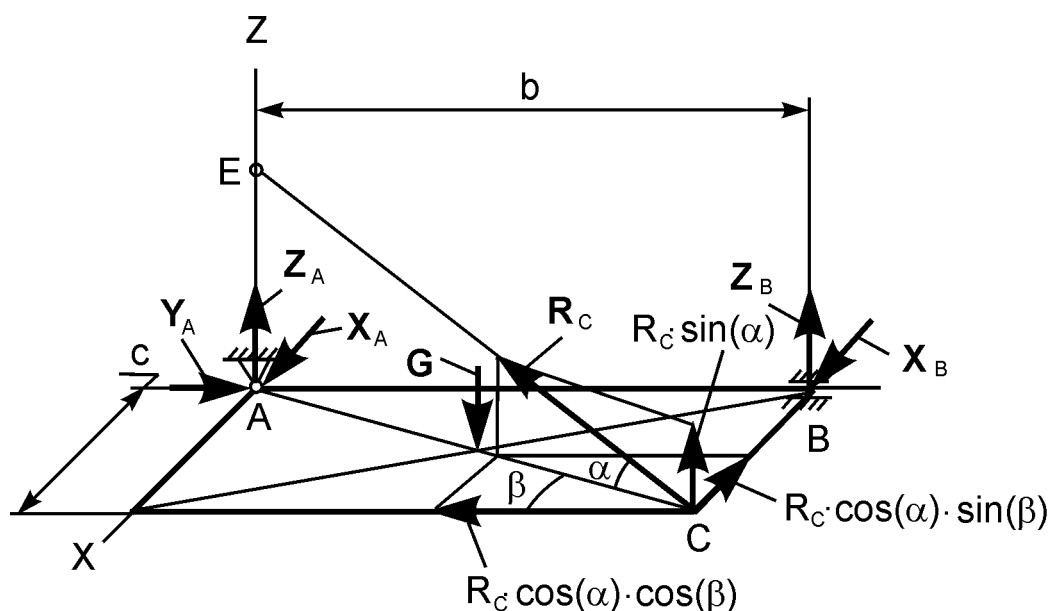


Рис. 1.72

1. Выбирается система отсчёта $AXYZ$, начало которой помещается в шаровый шарнир А.
2. Выделяется тело, равновесие которого рассматривается. В нашем случае таким телом является однородная прямоугольная рама, изображённая на рис. 1.72.
3. К раме в центре её тяжести прикладывается активная сила \mathbf{G} – сила тяжести.
4. Согласно аксиоме связей отбрасывают внешние связи (в точке А шаровый шарнир, в точке В цилиндрический шарнир, в точке С нить) и показывают реакции связей – $\mathbf{X}_A, \mathbf{Y}_A, \mathbf{Z}_A, \mathbf{X}_B, \mathbf{Y}_B, \mathbf{R}_C$. Для удобства решения реакцию \mathbf{R}_C нити разложим на составляющие, параллельные координатным осям AX, AY, AZ : $R_C \sin(\alpha) \parallel AZ$; $R_C \cos(\alpha) \sin(\beta) \parallel AY$; $R_C \cos(\alpha) \cos(\beta) \parallel AX$.

$\cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) \parallel AX$; $R_C \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) \parallel AY$. Здесь величина угла β находится из размеров прямоугольной рамы по формуле $\beta = \arctg(c/b) = \arctg(1/1) = \arctg(1) = 45^\circ$.

5. Таким образом, на раму действует пространственная произвольная система сил (\mathbf{G} , \mathbf{X}_A , \mathbf{Y}_A , \mathbf{Z}_A , \mathbf{X}_B , \mathbf{Y}_B , \mathbf{R}_C). Поэтому для решения задачи записываются шесть уравнений равновесия.

$$\sum F_{iAX} + \sum R_{iAX} = 0 = -R_C \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) + X_A + X_B = 0; \quad (1)$$

$$\sum F_{iAY} + \sum R_{iAY} = 0 = Y_A - R_C \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) = 0; \quad (2)$$

$$\sum F_{iAZ} + \sum R_{iAZ} = 0 = -G + Z_A + R_C \cdot \sin(\alpha) = 0; \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \sum M_{AX}(\mathbf{F}_i^E) + \sum M_{AX}(\mathbf{R}_i^E) &= 0 \\ &= -G \cdot (b/2) + R_C \cdot \sin(\alpha) \cdot b + Z_B \cdot b = 0; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \sum M_{AY}(\mathbf{F}_i^E) + \sum M_{AY}(\mathbf{R}_i^E) &= 0 = \\ &= G \cdot (c/2) - R_C \cdot \sin(\alpha) \cdot c = 0; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\sum M_{AZ}(\mathbf{F}_i^E) + \sum M_{AZ}(\mathbf{R}_i^E) = 0 = -X_B \cdot b = 0. \quad (6)$$

Полученная система уравнений решается в наиболее удобной последовательности и определяются проекции реакций внешних связей на координатные оси системы отсчёта $AXYZ$.

Из уравнения (6) имеем $X_B = 0$.

Из уравнения (5) определяется модуль реакции \mathbf{R}_C :

$$R_C = G / (2 \cdot \sin(\alpha)) = 200 / (2 \cdot 0,5) = 200 \text{ Н.}$$

Из уравнения (4) находится Z_B :

$$Z_B = G/2 - R_C \cdot \sin(\alpha) = 200/2 - 200 \cdot 0,5 = 0.$$

Из уравнения (3) вычисляется Z_A :

$$Z_A = G - R_C \cdot \sin(\alpha) = 200 - 200 \cdot 0,5 = 100 \text{ Н.}$$

Из уравнения (2) определяется Y_A :

$$Y_A = R_C \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) = 200 \cdot 0,866 \cdot 0,707 = 122,452 \text{ Н.}$$

Из уравнения (1) находится X_A :

$$X_A = -X_B + R_C \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) = -0 + 200 \cdot 0,866 \cdot 0,707 = 122,452 \text{ Н.}$$

Результаты проведенных расчётов помещают в таблицу.

Проекции реакций внешних связей на координатные оси системы отсчёта $AXYZ$					
$X_A, Н$	$Y_A, Н$	$Z_A, Н$	$X_B, Н$	$Z_B, Н$	$R_C, Н$
122,452	122,452	100,000	0,000	0,000	200,000

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Сформулировать определение термина **«момент силы F относительно оси OZ »**.
2. Записать формулы для определения момента силы F относительно координатных осей декартовой системы отсчёта.
3. Сформулировать определение термина **«пространственная произвольная система сил»**.
4. Записать уравнения равновесия пространственной произвольной системы сил.
5. Записать уравнения равновесия для пространственной системы сил, линии действия которых параллельны оси OZ декартовой системы отсчёта.