2.17. Пример выполнения курсового задания К 2

Дано: схема плоского механизма (рис. 2.25); уравнение движения груза 1: $X = 2 \cdot t^2 + 2$, см; радиусы колес: $R_2 = 50$ см; $r_2 = 30$ см; $R_3 = 60$ см; $r_3 = 40$ см. Определить кинематические характеристики точки М тела 3 в момент времени $t_1 = 1$ с ($V_M(t_1)$ = ?; $a_M^{\omega}(t_1)$ = ?; $a_M^{\varepsilon}(t_1)$ = ? $a_M(t_1)$ = ?).

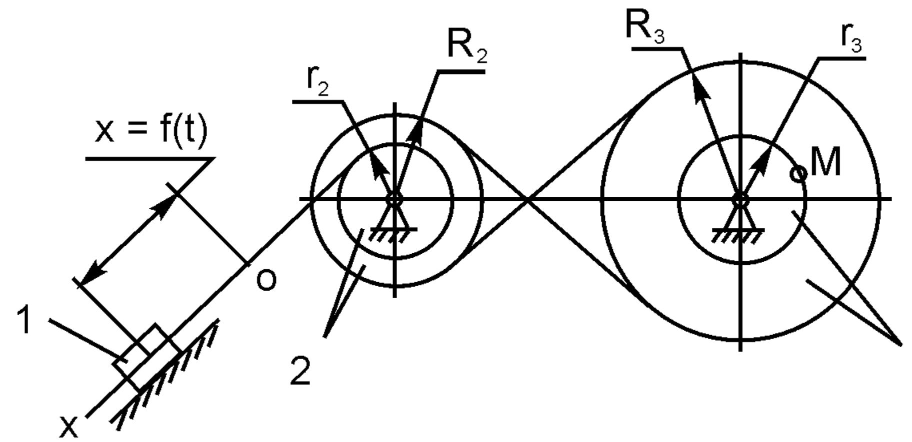

Рис. 2.25

Решение. В начальный момент времени при $t_0 = 0$ координата $X(t_0) = 2 \cdot (t_0)^2 + 2 = 2 \cdot 0^2 + 2 = 2$ см. Дифференцированием по времени уравнения движения груза 1 найдем проекцию $\dot{X}_{C1}$ скорости его центра масс на ось OX:

$$\dot{X}_{C1} = \dot{X} = dX/dt = d(2t^2 + 2)/dt = 4 \cdot t.$$

Так как $\dot{X} = 4 \cdot t > 0$, то $\dot{X} = V$ и, следовательно, координата $X = f(t)$ с течением времени увеличивается. Для графического построения определяемых кинематических характеристик изобразим механизм в произвольный момент времени t (рис. 2.26).

Так как груз 1 и участок АВ нити совершают поступательные движения, то справедливо равенство $\mathbf{V}_B = \mathbf{V}$.

Точка В принадлежит телу 2, совершающему вращательное движение в системе отсчёта $C_2X_2Y_2Z_2$, поэтому модуль скорости этой точки определится из формулы $V_B = \omega_2 \cdot BC_2 = \omega_2 \cdot r_2 = |\dot{\varphi}_2| \cdot r_2$, где ω_2 – модуль угловой скорости $\dot{\varphi}_2$ тела 2. Согласно рис. 2.26 вращение тела 2 происходит против хода часовой стрелки. Определим модуль

ω_2 угловой скорости $\dot{\varphi}_2$ тела 2 по формуле $\omega_2 = V_B/r_2 = V/r_2$. По известному модулю ω_2 угловой скорости тела 2 определяется модуль V_C скорости точки C тела 2:

$$V_C = \omega_2 \cdot CC_2 = \omega_2 \cdot R_2 = (V/r_2) \cdot R_2 = V \cdot (R_2/r_2).$$

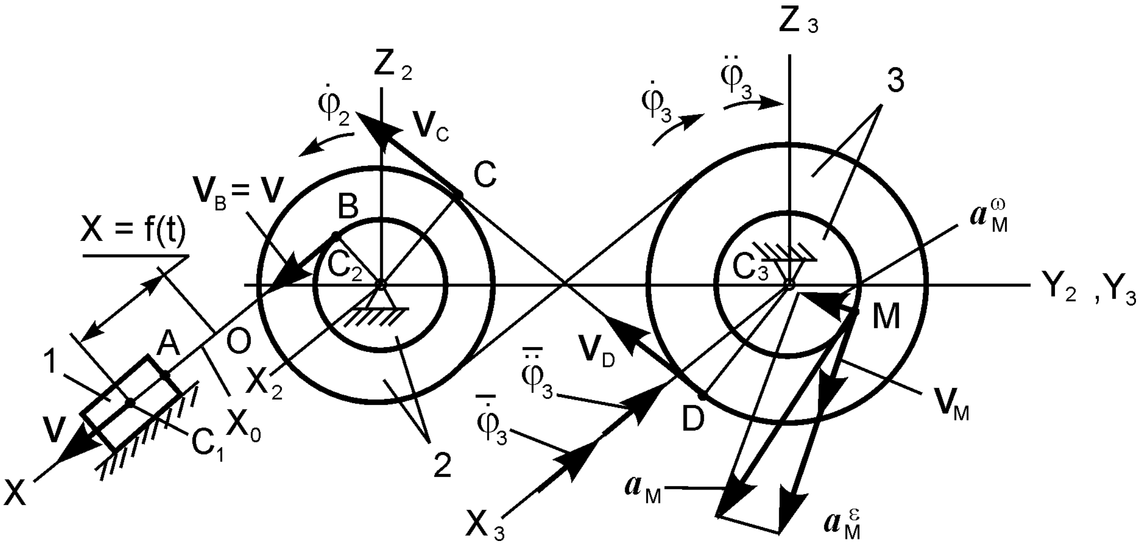

Рис. 2.26

Так как участок нити CD совершает поступательное движение, то справедливо равенство $V_C = V_D = V \cdot (R_2/r_2)$. С другой стороны, точка D принадлежит колесу 3. Исходя из условия принадлежности этой точки телу 3, имеем $V_D = \omega_3 \cdot R_3 = V \cdot (R_2/r_2)$, где ω_3 – модуль угловой скорости $\dot{\varphi}_3$ тела 3. Тело 3 осуществляет вращение в направлении хода часовой стрелки. Его угловая скорость вычисляется по формуле

$$\dot{\varphi}_3 = \dot{X} \cdot (R_2/(r_2 \cdot R_3)) = (4 \cdot t) \cdot (R_2/(r_2 \cdot R_3)).$$

По известной угловой скорости $\dot{\varphi}_3$ тела 3, находят его угловое ускорение $\ddot{\varphi}_3$.

$$\ddot{\varphi}_3 = d\dot{\varphi}_3/dt = 4 \cdot (R_2/(r_2 \cdot R_3)) = const > 0.$$

Так как $\dot{\varphi}_3 > 0$ и $\ddot{\varphi}_3 = const > 0$, то происходит равноускоренное вращение тела 3. Определяем кинематические характеристики точки M тела 3 в момент времени (t_1).

Модуль угловой скорости

$$\omega_3(t_1) = |\dot{\varphi}_3(t_1)| = (4 \cdot t_1) \cdot (R_2/(r_2 \cdot R_3)).$$

Модуль углового ускорения

$$\varepsilon_3(t_1) = \ddot{\varphi}_3 = 4 \cdot (R_2/(r_2 \cdot R_3)).$$

Модуль скорости точки M равна

$$V_M(t_1) = \omega_3(t_1)\cdot MC_3 = \omega_3(t_1)\cdot r_3 = (4\cdot t_1)\cdot(R_2\cdot r_3/(r_2\cdot R_3)).$$

Модуль центростремительного ускорения точки M

$$a_M^{\omega}(t_1) = (\omega_3(t_1))^2\cdot MC_3 = (\omega_3(t_1))^2\cdot r_3 = (4\cdot t_1\cdot(R_2/(r_2\cdot R_3)))^2\cdot r_3.$$

Модуль вращательного ускорения равен

$$a_M^{\varepsilon}(t_1) = \varepsilon_3(t_1)\cdot r_3 = 4\cdot(R_2\cdot r_3/(r_2\cdot R_3)).$$

Модуль полного ускорения точки M

$$a_M(t_1) = \sqrt{(a_M^{\omega}(t_1))^2 + (a_M^{\varepsilon}(t_1))^2}\ .$$

Произведём вычисления для момента времени t_1 = 1 с и полученные значения сведём в таблицу.

$\omega_3(t_1)$, рад/с	$\varepsilon_3(t_1)$, рад/с^2	$V_M(t_1)$, см/с	$a_M^{\omega}(t_1)$, см/с^2	$a_M^{\varepsilon}(t_1)$, см/с^2	$a_M(t_1)$, см/с^2
1,111	1,111	44,444	49,382	44,444	66,434

Кинематические характеристики точки M показаны на рис. 2.26.