

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА**  
**Государственное Образовательное Учреждение**  
**Высшего Профессионального Образования**  
**«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»**  
**(МИИТ)**

**СОГЛАСОВАНО:**

Выпускающая кафедра \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_

(подпись, Ф.И.О.)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_ г.

**УТВЕРЖДАЮ:**

Директор института \_\_\_\_\_

(название института, подпись, Ф.И.О.)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_ г.

Кафедра: \_\_\_\_\_ Высшая и прикладная математика \_\_\_\_\_

(название кафедры)

Автор: \_\_\_\_\_ Карпухин В.Б., д.ф.-м.н., проф. \_\_\_\_\_

(ф.и.о., ученая степень, ученое звание)

**Задание на контрольную работу №1**  
**с общими методическими рекомендациями**

**МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ**

(название дисциплины)

Направление/специальность: \_\_\_\_\_ **080100.62 Экономика** \_\_\_\_\_

(наименование специальности)

Квалификация (степень) выпускника: \_\_\_\_\_ **БАКАЛАВР** \_\_\_\_\_

Форма обучения: \_\_\_\_\_ **ЗАОЧНАЯ** \_\_\_\_\_

Одобрена на заседании Учебно-методической комиссии института Протокол № _____ « ____ » _____ 20 __ г. Председатель УМК _____ (подпись, Ф.И.О.)	Одобрена на заседании кафедры  Протокол № _____ « ____ » _____ 20 __ г. Зав. кафедрой _____ (подпись, Ф.И.О.)
---	--

Москва, 20 \_\_ г.

## Контрольная работа № 1

### Задача 1

**1-10.** Для производства двух видов изделий  $A$  и  $B$  используется три типа технологического оборудования. Для производства единицы изделия  $A$  оборудование первого типа используется  $a_1$  часов, оборудование второго типа  $-a_2$  часов, оборудование третьего типа  $-a_3$  часов. Для производства единицы изделия  $B$  оборудование первого типа используется  $b_1$  часов, оборудование второго типа  $-b_2$  часов, оборудование третьего типа  $-b_3$  часов. На изготовление всех изделий предприятие может использовать оборудование первого типа не более, чем  $t_1$  часов, второго типа не более, чем  $t_2$  часов, третьего типа не более, чем  $t_3$  часов. Прибыль от реализации готового изделия  $A$  составляет  $\alpha$  денежных единиц, а изделия  $B$   $-\beta$  денежных единиц. Составить план производства изделий  $A$  и  $B$ , обеспечивающий максимальную прибыль от их реализации. Решить задачу симплексным методом, дать геометрическое истолкование.

№ задания	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$\alpha$	$\beta$
1	1	1	4	1	2	1	20	36	56	2	3
2	2	1	7	2	2	1	40	34	98	2	3
3	3	1	5	3	2	1	60	32	80	2	3
4	1	1	2	1	2	1	24	40	38	2	3
5	2	1	3	2	2	1	48	38	54	2	3
6	2	2	1	1	2	2	30	40	36	3	2
7	7	1	1	1	2	1	98	34	20	5	2
8	1	3	5	2	3	1	32	60	80	4	2
9	1	3	1	2	1	1	40	54	24	3	2
0	4	2	1	1	2	2	72	48	38	3	1

### Задача 2

**11-20.** Имеются три пункта отправления  $A_1, A_2, A_3$  однородного груза и пять пунктов  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$  его назначения. На пунктах  $A_1, A_2, A_3$  груз находится в количестве  $a_1, a_2, a_3$  единиц соответственно. В пункты  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$  требуется

доставить соответственно  $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5$  единиц груза. Тарифы на перевозку груза между пунктами отправления и назначения приведены в матрице  $D$ :

Пункты отправления	Пункты назначения				
	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$
$A_1$	$d_{11}$	$d_{12}$	$d_{13}$	$d_{14}$	$d_{15}$
$A_2$	$d_{21}$	$d_{22}$	$d_{23}$	$d_{24}$	$d_{25}$
$A_3$	$d_{31}$	$d_{32}$	$d_{33}$	$d_{34}$	$d_{35}$

Составить план перевозок, при котором общие затраты на перевозку грузов будут минимальными.

Указание: для решения задачи использовать методы минимальной стоимости и потенциалов.

$$11. \quad a_1 = 50, a_2 = 70, a_3 = 110, \quad D = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 6 & 4 & 5 \\ 6 & 4 & 5 & 8 & 9 \\ 3 & 4 & 7 & 5 & 9 \end{pmatrix}.$$

$$b_1 = 50, b_2 = 50, b_3 = 50, b_4 = 50, b_5 = 30,$$

$$12. \quad a_1 = 90, a_2 = 70, a_3 = 110, \quad D = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 3 & 8 & 2 \\ 6 & 8 & 5 & 8 & 3 \\ 9 & 2 & 9 & 7 & 9 \end{pmatrix}.$$

$$b_1 = 70, b_2 = 20, b_3 = 70, b_4 = 40, b_5 = 70,$$

$$13. \quad a_1 = 60, a_2 = 40, a_3 = 80, \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 & 1 & 7 \\ 5 & 7 & 5 & 8 & 6 \\ 6 & 6 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$b_1 = 10, b_2 = 50, b_3 = 60, b_4 = 50, b_5 = 10,$$

$$14. \quad a_1 = 80, a_2 = 60, a_3 = 100, \quad D = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 7 & 4 & 2 \\ 3 & 6 & 4 & 9 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$b_1 = 40, b_2 = 60, b_3 = 40, b_4 = 50, b_5 = 50,$$

$$15. \quad a_1 = 50, a_2 = 30, a_3 = 70, \quad D = \begin{pmatrix} 9 & 5 & 7 & 1 & 9 \\ 7 & 6 & 4 & 8 & 4 \\ 5 & 3 & 4 & 9 & 9 \end{pmatrix}.$$

$$b_1 = 20, b_2 = 30, b_3 = 50, b_4 = 30, b_5 = 20,$$

$$16. \quad a_1 = 100, a_2 = 70, a_3 = 50, \quad D = \begin{pmatrix} 3 & 11 & 6 & 8 & 8 \\ 2 & 10 & 1 & 5 & 9 \\ 6 & 3 & 8 & 6 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$b_1 = 60, b_2 = 10, b_3 = 30, b_4 = 70, b_5 = 50,$$

$$17. \quad a_1 = 70, a_2 = 50, a_3 = 90, \quad D = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 5 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 8 & 5 & 7 \\ 8 & 1 & 9 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$b_1 = 10, b_2 = 40, b_3 = 70, b_4 = 20, b_5 = 70,$$

$$18. \quad a_1 = 90, a_2 = 30, a_3 = 110, \quad D = \begin{pmatrix} 9 & 1 & 1 & 7 & 6 \\ 6 & 4 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 9 & 3 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$b_1 = 10, b_2 = 60, b_3 = 50, b_4 = 40, b_5 = 70,$$

$$19. \quad a_1 = 60, a_2 = 40, a_3 = 80, \quad D = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 3 & 5 & 2 \\ 7 & 7 & 8 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$b_1 = 50, b_2 = 20, b_3 = 30, b_4 = 40, b_5 = 40,$$

$$20. \quad a_1 = 70, a_2 = 50, a_3 = 90,$$

$$b_1 = 60, b_2 = 10, b_3 = 10, b_4 = 60, b_5 = 70,$$

$$D = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 7 & 4 & 9 \\ 4 & 1 & 1 & 1 & 5 \\ 5 & 6 & 6 & 8 & 2 \end{pmatrix}.$$

### Задача 3

21-30. В задаче выпуклого программирования требуется:

1) найти решение графическим методом,

2) написать функцию Лагранжа и найти ее седловую точку, используя решение, полученное графически.

21.  $x_1^2 + x_2 - 2^2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 7, \\ x_1 + 2x_2 \geq 5, \\ x_1 \geq 1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

22.  $x_1 - 10^2 + x_2 - 2^2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 \leq 0, \\ 2x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

23.  $x_1 - 7^2 + x_2 - 1^2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} 7x_1 + 4x_2 \leq 43, \\ 5x_1 - x_2 \geq -4, \\ x_1 - 2x_2 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

24.  $x_1 - 9^2 + x_2 - 6^2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} x_1 - 5x_2 \leq 0, \\ x_1 + 2x_2 \leq 16, \\ 2x_1 + x_2 \geq 11, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

25.  $x_1 - 5^2 + x_2 - 10^2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 11, \\ 4x_1 - x_2 \leq 4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

26.  $x_1 - 6^2 + x_2 - 9^2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 16, \\ 5x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_1 + 2x_2 \geq 11, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

27.  $x_1 - 4^2 + x_2 - 10^2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_1 + x_2 \leq 8, \\ x_1 - 2x_2 \leq 0, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

28.  $x_1 - 7^2 + x_2 - 8^2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 0, \\ 3x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_1 + x_2 \leq 11, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

29.  $x_1 - 5^2 + x_2 - 1^2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq -4, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq -6, \\ x_1 + x_2 \leq 11, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

30.  $x_1 - 6^2 + x_2 - 5^2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} x_1 - 5x_2 \leq 0, \\ x_1 + 2x_2 \leq 11, \\ 3x_1 + x_2 \leq 18, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

#### Задача 4

31-40. Для двух предприятий выделено  $a$  единиц средств. Как распределить все средства в течение 4 лет, чтобы доход был наибольшим, если известно, что доход от  $x$  единиц средств, вложенных в первое предприятие, равен  $f_1 x$ , а доход от  $y$  единиц средств, вложенных во второе предприятие, равен  $f_2 y$ . Остаток средств к концу года составляет  $g_1 x$  для первого предприятия и  $g_2 y$  для второго предприятия. Задачу решить методом динамического программирования.

№ задания	$a$	$f_1$	$g_1$	$f_2$	$g_2$
31	600	$5x$	$0,2x$	$3y$	$0,6y$
32	800	$4x$	$0,2x$	$3y$	$0,5y$
33	700	$4x$	$0,3x$	$3y$	$0,5y$
34	1000	$3x$	$0,1x$	$2y$	$0,5y$
35	900	$2x$	$0,1x$	$y$	$0,3y$
36	1800	$x$	$0,3x$	$2y$	$0,1y$
37	2000	$2x$	$0,5x$	$3y$	$0,1y$
38	1400	$3x$	$0,5x$	$4y$	$0,3y$
39	1600	$3x$	$0,5x$	$4y$	$0,2y$
40	1200	$3x$	$0,6x$	$5y$	$0,2y$