Тема:Цепь, проходящая через все вершины орграфа.

Дан конечный орграф F, в котором каждая пара вершин соединена ребром. В таком графе в соответствии с теоремой Redei (см. ниже) всегда найдется *простая цепь, проходящая через все вершины орграфа* .

Реализовать процедуру построения этой цепи для данного орграфа F. Для нахождения цепи использовать backtracking. Снабдить программу графической иллюстрацией.

*Входная информация*: текстовый файл, содержащий списки инцидентности F

В связи с ориентированными цепями справедлива теорема, которую доказал Redei при изучении квадратичных полей.

*Теорема* 3.3. Пусть *F* - конечный орграф, в котором каждая пара вершин соединена ребром. Тогда в *F* существует простая ориентированная цепь, проходящая через все его вершины.

Доказательство проведем методом математической индукции. Обозначим количество вершин графа через *n*.

* *n*=2: дуга, соединяющая две вершины графа *F*2, и есть простая ориентированная цепь, проходящая через все вершины графа.
* Предположим, что при *n*=*m* для графа *Fm* теорема верна.
* Докажем, что при *n*=*m*+1 для графа *Fm*+1 теорема верна.

Построим граф *Fm*+1, добавив к графу *Fm* некоторую вершину *vm*+1, в которой имеются ребра ко всем вершинам *vi* (*i*=1,2,...,*m*) из *Fm*. По предположению, существует простая ориентированная цепь, проходящая через все вершины графа *Fm*: *Pm*=(*v*1,*v*2,...,*vm*). Для ребер, инцидентных вершине *vm*+1, имеется три возможности.

1. Существует дуга (*vm*+1,*v*1). Добавив ее к цепи *Pm* “слева”, получим искомую цепь, проходящую через все вершины графа *Fm*+1: *Pm*+1=( *vm*+1,*v*1,*v*2,...,*vm*).

2. Существует дуга (*vm*,*vm*+1). Добавив ее к цепи *Pm* “справа”, получим искомую цепь, проходящую через все вершины графа *Fm*+1: *Pm*+1=( *vm*+1,*v*1,*v*2,..., *vm*,*vm*+1).

3. Если в графе *Fm*+1 нет ни дуги (*vm*+1,*v*1), ни дуги (*vm*,*vm*+1), то при некотором *k* (*k*=2,3,...,*m*-1) в нем обязательно найдутся дуги (*vk* ,*vm*+1) и (*vm*+1,*vk* +1). Составим цепь

*Pm*+1=(*v*1,*v*2,...,*vk* ,*vm*+1,*vk* +1,...,*vm*).

Эта цепь проходит через все вершины графа *Fm*+1.