

**ФИЗИКА**

ДЛЯ СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ  
(заочная форма обучения)

Часть I

Методическое пособие

#### Советы по решению задач

1. Приступая к решению задачи, внимательно ознакомьтесь с условием смысл, выкиньте в смысл и постановку вопроса. Если недостаточно данных для решения задачи, обратитесь к справочным материалам (плотности веществ, удельные проводимости и т.д.).
2. Если допускает условие задачи, то обязательно сделайте рисунок, поясняющий ее физическую сущность. Это в многих случаях облегчает как поиск, так и само решение задачи.
3. Задачу решайте сперва в общем виде и затем лишь подставляйте численные значения. Ответ в общем виде позволяет установить определенную закономерность рассматриваемого в задаче физического процесса или явления.
4. Получив ответ в численном виде, проверяйте правильность решения по размерности полученной величины. Если находите силу, то размерность должна быть выражена в Ньютонах (Н), если массу, то в килограммах и т.д. В случае, если сила выражена в метрах, килограммах или в Ньютонах в квадрате и т.д., то это верный признак того, что ответ задачи неверный.
5. При подстановке численных значений и нахождении численного ответа руководствуйтесь правилами приближенного вычисления.
6. Получив численное значение, оцените правдоподобность полученных результатов. Так например скорость тела не может быть больше скорости света, масса не может принимать отрицательных значений и т.д.

## Физические основы механики. Основные формулы.

### 1. Кинематика.

Кинематика материальной точки.

Положение материальной точки задается в пространстве радиус-вектором  $\vec{r}$ :

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z,$$

где  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – единичные векторы направлений (орты);  $x, y, z$  – координаты точки.

Средняя скорость

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t},$$

где  $\Delta \vec{r}$  – перемещение материальной точки за интервал времени  $\Delta t$ .

Средняя путевая скорость

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

где  $\Delta s$  – путь, пройденный телом за время  $\Delta t$ .

Мгновенная скорость

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{i}v_x + \vec{j}v_y + \vec{k}v_z,$$

где  $v_x = \frac{dx}{dt}$ ;  $v_y = \frac{dy}{dt}$ ;  $v_z = \frac{dz}{dt}$  – проекции скорости  $\vec{v}$  на оси координат.

Модуль скорости

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

Ускорение

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{i}a_x + \vec{j}a_y + \vec{k}a_z,$$

где  $a_x = \frac{dv_x}{dt}$ ;  $a_y = \frac{dv_y}{dt}$ ;  $a_z = \frac{dv_z}{dt}$  – проекции ускорения  $\vec{a}$  на оси координат.

Модуль ускорения

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

При криволинейном движении ускорение можно представить как сумму нормальной  $\vec{a}_n$  и тангенциальной  $\vec{a}_t$  составляющих  $\vec{a}$ , составляющих (рис.1),

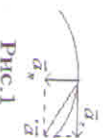


Рис.1

Модули этих ускорений:

$$a_n = \frac{v^2}{R}; \quad a_t = \frac{dv}{dt}; \quad a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2},$$

где  $R$  – радиус кривизны в данной точке траектории.

Кинематическое уравнение равнопеременного движения ( $a = \text{const}$ ) вдоль оси  $x$ :

$$x = x_0 + v_0 t + at^2 / 2,$$

где  $x_0$  – начальная координата;  $v_0$  – начальная скорость;  $t$  – время.

Скорость точки при равнопеременном движении

$$v = v_0 + at.$$

При равномерном движении кинематическое уравнение принимает вид:

$$x = x_0 + vt$$

В этом случае  $v = \text{const}$  и  $a=0$ .

### 2. Кинематика вращательного движения.

Средняя угловая скорость

$$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t},$$

где  $\Delta \varphi$  – изменение угла поворота за время  $\Delta t$ .

Мгновенная угловая скорость

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Угловое ускорение

$$\beta = \frac{d\omega}{dt}.$$

Кинематическое уравнение равнопеременного вращения ( $\beta = \text{const}$ )

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \beta t^2 / 2,$$

где  $\varphi_0$  – начальное угловое перемещение;  $\omega_0$  – начальная угловая скорость;

$t$  – время;

Угловая скорость при равнопеременном вращении

$$\omega = \omega_0 + \beta t.$$

Связь между линейными и угловыми величинами. Путь, пройденный по дуге окружности радиуса  $R$ :

$$s = \varphi R,$$

где  $\varphi$  – угол поворота тела.

Линейная скорость:

$$v = \omega R.$$

В векторном виде:

$$\vec{v} = [\omega \vec{R}]$$

Ускорение точки:

$$a_t = \beta R; \vec{a}_t = [\beta \vec{R}]$$

тангенциальное

$$a_n = v^2 / R; \vec{a}_n = -v^2 \vec{R}$$

нормальное

### 3. Динамика материальной точки и тела, движущегося поступательно.

Уравнение движения материальной точки (второй закон Ньютона): в векторной форме

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i, \text{ или } \vec{a} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N \vec{F}_i,$$

где  $\sum_{i=1}^N \vec{F}_i$  – геометрическая сумма сил, действующих на материальную

точку массы  $m$ ;  $\vec{a}$  – ускорение;  $\vec{p} = m\vec{v}$  – импульс;  $N$  – число сил,

действующих на точку.

В координатной форме (скалярной)

$$m a_x = \sum_{i=1}^N F_{ix} \text{ или } m \frac{d^2 x}{dt^2} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_{ix},$$

где  $j = x, y, z$ ;  $\sum_{i=1}^N \vec{F}_j$  – сумма проекций сил на соответствующие оси.

Сила упругости

$$F_{\text{уп}} = -kx,$$

где  $k$  – коэффициент упругости (жесткость пружины),  $x$  – абсолютная деформация.

Сила гравитационного взаимодействия

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где  $G$  – гравитационная постоянная,  $m_1$  и  $m_2$  – массы взаимодействующих тел,  $r$  – расстояние между ними.

Сила трения скольжения

$$F_{\text{тр}} = N f,$$

где  $f$  – коэффициент трения скольжения,  $N$  – сила реакции (нормального давления).

Закон сохранения импульса

$$\sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \text{const}, \text{ или } \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i = \text{const},$$

где  $N$  – число материальных точек (или тел), входящих в систему.

Движение тел переменной массы. Уравнение Мещерского:

$$m \ddot{x} = \vec{F} - \mu \dot{x},$$

где  $\mu = -\frac{\Delta m}{\Delta t}$  – расход топлива в струе газа,  $\vec{F}$  – внешняя сила,  $\vec{F}_g = \mu \dot{x}$  –

реактивная сила,  $m$  – масса тела через время  $t$  после начала движения.

Работа, совершаемая постоянной силой

$$\Delta A = \vec{F} \Delta \vec{r} \text{ или } \Delta A = F \Delta r \cos \alpha,$$

где  $\alpha$  – угол между направлениями векторов силы  $\vec{F}$  и перемещением  $\Delta \vec{r}$ . Работа, совершаемая переменной силой

$$A = \int_L F(r) \cos \alpha dr,$$

где интегрирование ведется вдоль траектории, обозначаемой  $L$ .

Средняя мощность за интервал времени  $\Delta t$

$$\langle N \rangle = \frac{\Delta A}{\Delta t}.$$

Мгновенная мощность

$$N = \frac{dA}{dt} \text{ или } N = Fv \cos \alpha,$$

где  $dA$  – работа, совершаемая за время  $dt$ .

Кинетическая энергия материальной точки (или тела), движущегося поступательно

$$W_k = mv^2/2 \text{ или } W_k = R^2/(2m).$$

Потенциальная энергия упругодеформированного тела (сжатой или растянутой пружины)

$$W_p = kx^2/2.$$

Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух материальных точек (или тел) массами  $m_1$  и  $m_2$ , находящихся на расстоянии  $r$  друг от друга,

$$W_g = -G \frac{m_1 m_2}{r}.$$

Потенциальная энергия тела, поднятого над поверхностью Земли

$$W_n = mgh,$$

где  $h$  – высота тела над уровнем, принятым за нулевой для отсчета потенциальной энергии. Эта формула справедлива при  $h \ll R$ , где  $R$  – радиус Земли.

Закон сохранения механической энергии (для консервативной системы)

$$W_k + W_p + W_n = E = \text{const}.$$

Скорость шаров массами  $m_1$  и  $m_2$  после абсолютно упругого центрального удара

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2},$$

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

Скорость шаров после абсолютно неупругого удара

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

#### 4. Динамика вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси.

Момент силы  $\vec{F}$ , действующей на тело относительно оси вращения

$$M = F_l,$$

где  $F_l$  – проекция силы  $\vec{F}$  на плоскость, перпендикулярную оси вращения;

$l$  – плечо силы  $\vec{F}$ .

Момент силы  $\vec{F}$  в векторном виде

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}].$$

Момент инерции относительно оси вращения:

а) материальной точки  $I = mr^2$ ;

б) дискретного твердого тела

$$J = \sum_{i=1}^n \Delta m r_i^2,$$

где  $\Delta m_i$  – масса  $i$ -го элемента тела;  $r_i$  – расстояние этого элемента от оси вращения;  $n$  – число элементов твердого тела;

в) сплошного твердого тела

$$J = \int_V r^2 dm$$

Теорема Штейнера. Момент инерции относительно произвольной оси

$$J = J_0 + ma^2,$$

где  $J_0$  – момент инерции этого тела относительно оси, проходящей через центр тяжести тела параллельно заданной оси, а  $a$  – расстояние между осями,  $m$  – масса тела.

Моменты инерции некоторых тел правильной геометрической формы

Тело	Ось, относительно которой определяется момент инерции	Формула момента инерции
Тонкий однородный стержень массой $m$ и длиной $l$ .	А) Проходит через центр тяжести перпендикулярно стержню Б) Идет через конец стержня перпендикулярно стержню	$\frac{1}{12} ml^2$
Тонкое кольцо, обруч, труба радиусом $R$ и массой $m$ , распределенной по ободу	Проходит через центр перпендикулярно плоскости основания	$mR^2$
Круглый однородный диск (цилиндр) радиусом $R$ и массой $m$ .	Проходит через центр диска перпендикулярно плоскости основания	$\frac{1}{2} mR^2$
Однородный шар массой $m$ и радиусом $R$ .	Проводится через центр шара	$\frac{2}{5} mR^2$

Момент импульса материальной точки относительно неподвижной точки

$$\vec{L} = [\vec{r}p] = [\vec{r}, m\vec{v}]$$

Момент импульса вращающегося тела относительно неподвижной оси

$$L = J\omega$$

Закон сохранения момента импульса

$$\sum_{m=1}^n L_i = const.$$

где  $L_i$  – момент импульса  $i$ -го тела, входящего в состав системы.

Закон сохранения момента импульса для двух взаимодействующих тел

$$J_1\omega_1 + J_2\omega_2 = J_1'\omega_1' + J_2'\omega_2'$$

где  $J_1, J_2, \omega_1, \omega_2$  – моменты инерции и угловые скорости тел до взаимодействия;  $J_1', J_2', \omega_1', \omega_2'$  – те же величины после взаимодействия.

Закон сохранения момента импульса для одного тела

$$J_1\omega_1 = J_2\omega_2$$

где  $J_1, J_2$  – начальные и конечные моменты инерции;  $\omega_1, \omega_2$  – начальная и конечная угловые скорости.

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси

$$M\ddot{\alpha} = d(J\dot{\omega}),$$

где  $M$  – момент силы, действующей на тело в течение времени  $dt$ ;  $J$  – момент инерции;  $\dot{\omega}$  – угловая скорость;  $J\dot{\omega}$  – момент импульса.

В случае постоянного момента инерции основное уравнение динамики вращательного движения принимает вид

$$M\ddot{\alpha} = J\ddot{\beta},$$

где  $\ddot{\beta}$  – угловое ускорение.

### Примеры решения задач

**Пример 1.** Кинематическое уравнение движения материальной точки по прямой (ось  $x$ ) имеет вид  $x=A+Bt+Ct^2$ , где  $A=4\text{ м}$ ,  $B=2\text{ м/с}$ ,  $C=-0,5\text{ м/с}^2$ . Для момента времени  $t_1=2$  с определить: 1) координату точки  $x_1$ ; точки; 2) мгновенную скорость  $v_1$ ; 3) мгновенное ускорение  $a_1$ .

**Решение.** 1) Координата точки, для которой известно кинематическое уравнение движения, находится путем подстановки в уравнение движения заданного значения  $t_1$  и параметров  $A$ ,  $B$  и  $C$ :

$$x_1=(4+2\cdot 2-0,5\cdot 2^2)\text{ м}=4\text{ м}.$$

2) Мгновенная скорость в произвольный момент времени находится путем дифференцирования координаты  $x$  по времени:

$$v = \frac{dx}{dt} = B + 2Ct.$$

Тогда в заданный момент времени  $t_1$  мгновенная скорость, после подстановки начальных условий:

$$v_1=(2-3\cdot 0,5\cdot 2)\text{ м/с}=-4\text{ м/с}.$$

Знак минус указывает на то, что к этому моменту времени точка изменила направление своего движения на противоположное.

3) Мгновенное значение ускорения находится путем дифференцирования по времени мгновенного значения скорости или второго производного по времени от координаты  $x$ :

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = 2C.$$

$$a=2C=2\cdot (-0,5)\text{ м/с}^2=-1\text{ м/с}^2.$$

Из этого уравнения найдем ускорение в момент времени  $t_1$ :

Знак минус указывает на то, что материальная точка движется с замедлением (направление вектора ускорения совпадает с отрицательным направлением координатной оси).

**Пример 2.** Уравнение движения тела, которое движется по окружности радиуса  $R=50\text{ м}$ , имеет вид  $S(t)=A+Bt+Ct^2$ , где  $A=10\text{ м}$ ,  $B=10\text{ м/с}$ ,  $C=-0,5\text{ м/с}^2$ . Найти: 1) скорость тела, его тангенциальное, нормальное и полное

ускорения в момент времени  $t=5\text{ с}$ ; 2) длину пути  $S$  и модуль перемещения  $|\Delta r|$  за интервал  $\Delta t=t_1-t_0=10\text{ с}$  (отсчет с начала движения, т.е.  $t_0=0$ ).

**Решение.**

1. Скорость движения тела:  $v = \frac{dS(t)}{dt} = B + 2Ct = (10 + 2\cdot(-0,5)\cdot 10)\text{ м/с} = 5\text{ м/с}$ .

Тангенциальное ускорение:  $a_t = \frac{dv}{dt} = 2C = -1\text{ м/с}^2$ .

Нормальное ускорение:  $a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(5\text{ м/с})^2}{50\text{ м}} = 0,5\text{ м/с}^2$ .

Полное ускорение  $\vec{a}$  является геометрической суммой векторов  $\vec{a}_t$  и  $\vec{a}_n$ :

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n.$$

Модуль ускорения  $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{(-1\text{ м/с}^2)^2 + (0,5\text{ м/с}^2)^2} = 1,12\text{ м/с}^2$ .

2. Длина пути  $S=S(t_1)-S(t_0)=A+Bt_1+Ct_1^2-A-Bt_0-Ct_0^2=(10-10-0,5\cdot 10^2)\text{ м}=50\text{ м}$ .

Модуль перемещения, как это видно из рис. 2, равен

$$|\Delta r| = 2R \sin(\alpha/2), \text{ где } \alpha = S/R \text{ при малых углах}$$

поворота. Таким образом  $|\Delta r| = 2R \sin \frac{S}{2R} = 47,9\text{ м}$ .

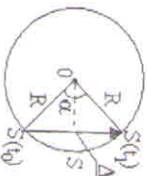


Рис 2

**Пример 3.** Диск вращается равномерно. За время от  $t=2$  мин он изменил частоту вращения от  $n_0=240$  до  $n=60$  оборотов в минуту. Найти угловое ускорение и число полных оборотов, сделанных за это время.

**Решение.** Связь между угловой скоростью и ускорением определяется соотношением  $\omega = \omega_0 + \beta t$ . В данном случае  $\omega = 2\pi n$  и  $\omega_0 = 2\pi n_0$ , тогда

$$2\pi n = 2\pi n_0 + \beta t. \text{ Из последнего соотношения находим ускорение}$$

$$\beta = 2\pi(n_0 - n)/t = 0,157\text{ рад/с}^2.$$

Число полных оборотов  $N$  найдем из уравнения движения равнопеременного вращательного движения. С учетом того, что  $\varphi = 2\pi N$  это уравнение принимает вид

$$2\pi N = 2\pi n_0 t - \frac{\beta t^2}{2} \Rightarrow 2\pi N = 2\pi n_0 t - \pi(n_0 - n)t \Rightarrow N = n_0 t - \frac{(n_0 - n)t}{2} = 300$$

**Пример 4.** На пружине, длина которого в недеформированном состоянии  $l_0$ , подвешен неподвижный блок. Через него перекинута нить, к концам которого прикреплены грузы массой  $m_1$  и  $m_2$  ( $m_1 < m_2$ ). Определить ускорение, с которым будут двигаться грузы, силы натяжения нити, а также длину пружины, если известно, что ее жесткость равна  $k$ .

**Решение.** Как правило, если это специально не оговаривается, в задачах с блоками подразумевается, что 1) нити абсолютно гибки, нерастяжимы и невесома; 2) блоки вращаются без трения и невесома. Примем и здесь такую идеализацию. Сделаем рисунок и обозначим силы, действующие в

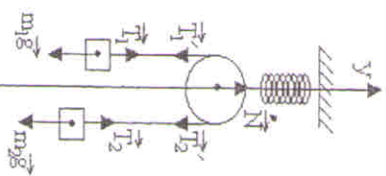


Рис. 3

этой системе (рис.3). Согласно 3-му закону Ньютона сила  $\vec{N}$ , действующая на блок, равна сумме сил натяжений:  $\vec{N} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2$ . В то же время, сила  $\vec{N}$  равна по модулю и противоположна силе  $\vec{F}$ , с которой блок действует на пружину. Согласно закону Гука, удлинение пружины:  $F = k\Delta l$ . Отсюда следует, что  $\Delta l = F/k$ . Значит длина пружины после прикрепления блока будет

$$l = l_0 + F/k = l_0 + N/k. \quad (1)$$

Из условия невесома нити следует, что  $T_1 = T_2$  и  $T_2 = T_1$ , а из условия невесома блока:  $T_1 = T_2 = T$ .

Выберем систему координат так, как показано на рисунке 3. Из условия равновесия блока следует, что сумма проекций на ось  $OY$  сил, действующих на блок, равна нулю, т.е.  $T_{1y} + T_{2y} + N_y = 0$  или  $T + T - N = 0$ . Отсюда  $N = 2T$ .

Так как грузы связаны между собой нерастяжимой нитью, то их ускорения одинаковы по величине, но противоположны по знаку. Запишем уравнения движения вдоль оси  $OY$ :

$$T - m_1 g = m_1 a,$$

$$T - m_2 g = -m_2 a.$$

Из этой системы уравнений найдем:

$$a = (m_1 - m_2)g / (m_1 + m_2).$$

Подставив в уравнение (1) найденные значения найдем, что при движении грузов пружина будет иметь длину

$$l = l_0 + \frac{4m_1 m_2}{k(m_1 + m_2)} g.$$

**Пример 5.** Шар массой  $m=0,5$  кг и скоростью  $v=10$  м/с ударяется под углом  $\alpha=30^\circ$  о неподвижную стенку. Определить импульс, получаемый стенкой.

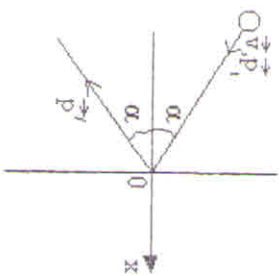


Рис. 4

**Решение.** Предполагая, что поверхность стенки гладкая, имеем, что угол падения будет равен углу отражения. Для определения импульса, полученного стенкой, воспользуемся законом сохранения импульса:

$$\vec{p} = \vec{p}' + \vec{p},$$

где  $\vec{p}$  и  $\vec{p}'$  — импульсы шара до и после столкновения соответственно. Так как удар абсолютно упругий, то они по модулю одинаковы:  $|\vec{p}| = |\vec{p}'|$ . Импульс, полученный стенкой, есть разность векторов  $\vec{p}$  и  $\vec{p}'$ :  $\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}'$ . Используя рисунок 4, найдем

$$|\vec{p}| = 2p \cos \alpha = 2mv \cos \alpha = 2 \cdot 0,5 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 8,67 \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

**Пример 6.** При выстреле из пружинного пистолета вертикально вверх пуля массой 20 г поднимается на высоту  $h=5$  м. Определить жесткость  $k$  пружины, если она была сжата на  $s=5$  см. Массу пружины не учитывать.

**Решение.** При зарядке пистолета пружина сжимается. При этом совершается работа  $A$ , в результате чего пружина приобретает потенциальную энергию  $W_{\text{пруж}}$ . При выстреле потенциальная энергия пружины переходит в кинетическую энергию пули  $W_k$ , а затем при



подъеме ее на высоту  $h$  превращается в потенциальную энергию пути  $W_{\text{путь}}$ .

На основании закона сохранения энергии  $A = W_{\text{пруж}}$ . Найдем работу  $A$ . Сила  $F$ , сжимающая пружину, является переменной – в каждый момент она по направлению противоположна силе упругости  $F_{\text{уп}}$  и численно равна ей. Сила упругости определяется законом Гюка  $F_{\text{уп}} = -kx$ , где  $x$  – абсолютная деформация пружины. Элементарная работа при сжатии пружины на  $dx$  выражается формулой  $dA = F dx = kx dx$ . Полная работа при растяжении пружины на длину  $s$ :

$$A = k \int_0^s x dx = \left[ \frac{1}{2} kx^2 \right]_0^s = \frac{1}{2} ks^2. \quad (1)$$

Потенциальная энергия пути на высоте  $h$  определяется формулой

$$W_{\text{путь}} = mgh, \quad (2)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения.

Приравняв выражения (1) и (2), найдем:  $\frac{1}{2} ks^2 = mgh$ , откуда

$$k = \frac{2mgh}{s^2} = \frac{2 \cdot 0,02 \cdot 9,81 \cdot 5}{(0,05)^2} \text{ Н/м} = 784,8 \text{ Н/м}.$$

**Пример 7.** Ракета массой  $m_0$  запускается в вертикальном направлении. Расход топлива  $\mu$ . На какую высоту поднимется ракета за время  $t$ , если скорость истечения газов  $v$ .

**Решение.** Для определения высоты подъема по формулам  $h = at^2/2$  или  $h = v^2/2a$ , где  $a$  – ускорение тела,  $v$  – скорость, необходимо знать ускорение и скорость тела. Для нахождения этих параметров движения используем уравнение Мещерского

$$m\ddot{a} = \vec{F} + \vec{F}_g,$$

$$\text{где } m = m_0 - \mu t; \quad \vec{a} = \frac{dv}{dt}; \quad \vec{F} = m\vec{g}; \quad \vec{F}_g = \mu \vec{v}.$$

После подстановки получим

$$(m_0 - \mu t) \frac{dv}{dt} = \mu v - (m_0 - \mu t)g,$$

знаки векторов не ставим, так как силы действуют вдоль одной прямой (в уравнении учтены направления сил). Из последнего уравнения находим

$$dv = \frac{\mu v}{m_0 - \mu t} dt - g dt \Rightarrow v = v_0 \ln \left( \frac{m_0}{m_0 - \mu t} \right) - gt.$$

Связь между ускорением и скоростью определяется выражением  $\dot{a} = v'/t$ . Подставляя найденные значения в выражение для  $h$ , определим высоту подъема ракеты

$$h = \frac{at^2}{2} = \frac{vt}{2} = \frac{vt}{2} \ln \left( \frac{m_0}{m_0 - \mu t} \right) - \frac{gt^2}{2}.$$

**Пример 8.** Определить момент инерции тонкого стержня длиной  $l = 30$  см и массой  $m = 100$  г относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец.

**Решение.** Для решения этой задачи воспользуемся методом дифференцирования и интегрирования. Разобьем тело на физические бесконечно малые участки длиной  $dl$  и массой  $dm$ . Затем, рассматривая их как материальные точки, запишем момент инерции для одной такой точки относительно заданной по условию оси:  $dI = r^2 dm$ , где  $r$  – расстояние данной точки от оси. Чтобы найти  $dl$ , найдем вначале массу единицы длины стержня, разделив полную массу стержня на его длину. Массу же  $dm$  найдем, умножив массу единицы длины на  $dl$ :  $dm = \frac{m}{l} dl$ .

Для того чтобы найти момент инерции всего стержня просуммируем (проинтегрируем) моменты инерции всех точек стержня:

$$J = \int_0^l r^2 dm = \frac{m}{l} \int_0^l r^2 dl = \frac{ml^2}{3}.$$

Семьяркова Анастасия ИИ

Кинематика

Номера предлагаемых контрольных заданий по разделам: физические основы механики, молекулярная физика и термодинамика, электричество и магнетизм

№ Вар.	Последний номер зачетной книжки									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	1	12	23	34	45	56	67	78	89	100
2	2	13	24	35	46	57	68	79	90	91
3	3	14	25	36	47	58	69	80	81	92
4	4	15	26	37	48	59	70	71	82	93
5	5	16	27	38	49	60	61	72	83	94
6	6	17	28	39	50	51	62	73	84	95
7	7	18	29	40	41	52	63	74	85	96
8	8	19	30	31	42	53	64	75	86	97
9	9	20	21	32	43	54	65	76	87	98
10	10	11	22	33	44	55	66	77	88	99

1. Кинематическое уравнение движения материальной точки по прямой (ось  $x$ ) имеет вид  $x=At+Bt^2$ , где  $A=4\text{ м/с}$ ,  $B=-0,05\text{ м/с}^2$ . Определить момент времени, в который скорость точки  $v=0$ . Найти координату и скорость в этот момент.
2. Зависимость пройденного телом пути от времени дается уравнением  $x=At-Bt^2+Ct^3$ , где  $A=6\text{ м}$ ,  $B=3\text{ м/с}$ ,  $C=2\text{ м/с}^2$ . Найти: а) зависимости скорости  $v$  и ускорения  $a$  от времени  $t$ ; б) расстояние, пройденное телом, скорость и ускорение тела через  $2\text{ с}$  после начала движения.
3. Кинематические уравнения движения двух материальных имеют вид  $x_1=A_1t+B_1t^2+C_1t^3$  и  $x_2=A_2t+B_2t^2+C_2t^3$ , где  $B_1=4\text{ м/с}^2$ ,  $C_1=-3\text{ м/с}^3$ ,  $B_2=-2\text{ м/с}^2$ ,  $C_2=1\text{ м/с}^3$ . Определить момент времени, для которого ускорения этих точек будут одинаковы.
4. Эскалатор поднимает стоящего человека за  $3\text{ мин}$ . По неподвижному эскалатору человек поднимается за  $6\text{ мин}$ . За сколько минут человек поднимется по движущемуся эскалатору.
5. При свободном падении средняя скорость движения тела за последнюю секунду оказалась вдвое большей, чем за предыдущую. С какой высоты падало тело?
6. Диск радиусом  $r=10\text{ см}$ , находившийся в состоянии покоя, начинает вращаться с постоянным угловым ускорением  $\beta=0,5\text{ рад/с}^2$ . Определите тангенциальное, нормальное и полное ускорение точек на окружности через  $2\text{ с}$  после начала движения.
7. Определите угловую скорость вращения Земли вокруг своей оси. Найдите нормальное ускорение и линейную скорость точек земной поверхности на географической широте  $\varphi=64^\circ$ .
8. Точка движется по окружности радиусом  $R=20\text{ см}$  с постоянным тангенциальным ускорением  $a_t=5\text{ м/с}^2$ . Через сколько времени после

- начала движения нормальное ускорение  $a_n$  точки будет равно тангенциальному? Сколько оборотов сделает точка за это время?
9. Мяч брошен горизонтально со скоростью  $v_0=15$  м/с. Найти нормальное и тангенциальное ускорение через 1 с после начала движения. Сопротивление воздуха не учитывать.
10. Камень брошен горизонтально со скоростью 10 м/с. Найти радиус кривизны траектории камня через 3 с после начала движения. Сопротивление воздуха не учитывать.

### Динамика

11. Тело массой 0,5 кг движется прямолинейно, причем зависимость пройденного телом пути  $x$  от времени  $t$  дается уравнением  $x=A-v_0t+Ct^2-Dt^3$ , где  $C=5$  м/с<sup>2</sup> и  $D=1$  м/с<sup>3</sup>. Найти силу, действующую на тело в конце первой секунды движения.
12. На гладком столе лежит брусок массой  $m=4$  кг. К бруску привязаны два шнура, перекинутые через неподвижные блоки, прикрепленные к противоположным краям стола. К концам шнура привязаны гири массой  $m_1=1$  кг и  $m_2=2$  кг. Найти ускорение, с которым движется брусок, и силу натяжения каждого из шнуров. Массой блоков и трением пренебречь.
13. Ракета массой 1 т поднимается вертикально вверх с ускорением  $a=2g$ . Скорость струи и газов, вырывающихся из сопла, 1200 м/с. Найти расход газа  $m_1$ .
14. Вертолет с ротором диаметром  $d=18$  м «висит» в воздухе. С какой скоростью  $v$  ротор отбрасывает вертикально вниз струю воздуха? Масса вертолет  $m=18$  т. Диаметр струи считать равным диаметру ротора. (Плотность воздуха при нормальных условиях 1,29 кг/м<sup>3</sup>).
15. Ракета массой  $M=6$  т поднимается вертикально вверх. Двигатель развивает тягу  $F=500$  кН. Определить ускорение и натяжение троса,

- свободно свисающего с ракеты, на расстоянии, равном  $\frac{1}{4}$  его длины от точки прикрепления троса. Масса троса  $m=10$  кг. Силой сопротивления воздуха пренебречь.
16. Струя воды ударяется о неподвижную стенку, поставленную под углом  $\phi=60^\circ$  к направлению движения струи. Скорость струи  $v=20$  м/с, площадь поперечного сечения  $S=5$  см<sup>2</sup>. Определить силу давления струи на стенку.
17. Тело массой  $m$ , имеющее начальную скорость  $v_0$ , движется в вязкой среде. Сила трения  $\vec{F}=-\gamma\vec{v}$ . Найти скорость, ускорение и путь, пройденный телом в зависимости от времени.
18. Определить первую и вторую космические скорости  $u$  поверхности Земли.
19. Найти отношение потенциальной и кинетической энергий, потраченных на то, чтобы вывести на орбиту (на высоте  $h$ ) вокруг Земли искусственный спутник.
20. По круговым траекториям с радиусами  $r_1$  и  $r_2$  вокруг Земли движутся два спутника. Определить отношения периодов и линейных скоростей этих спутников.
21. Найти период колебаний математического маятника длиной  $L$ , движущегося вертикально вверх с ускорением  $a$ .
22. Шарик массой 100 г подвешен на нерастяжимой и невесомой нити. В натянутом состоянии нить расположена горизонтально и отпущен шарик. Какова сила натяжения в момент, когда она образует с вертикальным направлением угол  $60^\circ$ .
23. Самолет совершает вираж, двигаясь по окружности с радиусом 100 м, с постоянной скоростью 280 км/ч. Найти вес летчика в верхней и нижней точках траектории полета.
24. Под действием постоянной силы  $F=10$  Н тело движется прямолинейно по закону  $s=10-5t+t^2$ . Найти массу тела.

25. Материальная точка массой  $1 \text{ г}$  движется по окружности с радиусом  $2 \text{ м}$  согласно уравнению  $s=8t-0,2t^2$ . Найти: 1) скорость; 2) тангенциальное и нормальное ускорения в конце 2-ой секунды.
26. На гладкой поверхности стола лежат два груза массами  $m_1=2 \text{ кг}$  и  $m_2=1 \text{ кг}$ , соединенные между собой нерастяжимой невесомой нитью. К грузу  $m_1$  прикладывается сила  $F=12 \text{ Н}$ . Найти: 1) ускорение грузов; 2) силу натяжения нити; 3) силу натяжения, если сила  $F$  приложена к телу  $m_2$ .
27. К нити подвешен груз массой  $0,5 \text{ кг}$ . Определить силу натяжения нити, если нить поднимать с ускорением  $2 \text{ м/с}^2$ .
28. Аростат массы  $m=100 \text{ кг}$  начал спускаться с ускорением  $a=0,5 \text{ м/с}^2$ . Определить массу балласта, которое следует выбросить за борт, чтобы аростат начал подниматься с ускорением  $a$ . Сопротивлением воздуха пренебречь.
29. Трамвай движется с ускорением  $a=64 \text{ м/с}^2$ . Найти коэффициент трения, если известно, что только 50% мощности двигателя идет на увеличение скорости, а остальная часть идет на преодоление сил трения.
30. Два гири весом  $P_1=2 \text{ Н}$  и  $P_2=1 \text{ Н}$  соединены нитью и перекинута через невесомый блок. Найти ускорение, с которым движутся гири и натяжение нити.

### Законы сохранения.

31. В лодке массой  $m_1=240 \text{ кг}$  стоит человек массой  $m_2=60 \text{ кг}$ . Лодка плывет со скоростью  $2 \text{ м/с}$ . Человек прыгает с лодки в горизонтальном направлении со скоростью  $v=4 \text{ м/с}$  (относительно лодки). Найти скорость движения лодки после прыжка человека: 1) вперед по движению лодки и 2) в сторону, противоположную движению лодки.
32. На железнодорожной платформе установлено орудие. Масса платформы с орудием  $M=15 \text{ т}$ . Орудие стреляет вверх под углом  $\varphi=60^\circ$  к горизонту в направлении пути. С какой скоростью покатится платформа вследствие отдачи, если масса снаряда  $m=20 \text{ кг}$  и он вылетает со скоростью  $v_2=600 \text{ м/с}$ .
33. Лодка массой  $130 \text{ кг}$  неподвижна в стоячей воде. Находящийся в нем человек массой  $80 \text{ кг}$  переходит с одного конца лодки на другой. При этом лодка перемещается на  $80 \text{ см}$  относительно дна. Пренебрегая сопротивлением лодки, определить длину лодки.
34. Граната, летящая со скоростью  $10 \text{ м/с}$  разорвалась на два осколка. Осколок, вес которого составил 60% веса всей гранаты, продолжил движение в том же направлении со скоростью  $25 \text{ м/с}$ . Найти скорость меньшего осколка.
35. Найти изменение кинетической энергии шаров при их неупругом столкновении, если массы шаров  $m_1=2 \text{ кг}$ ,  $m_2=4 \text{ кг}$ , а скорости соответственно  $v_1=1 \text{ м/с}$ ,  $v_2=2 \text{ м/с}$ .
36. Свая массой  $100 \text{ кг}$  забивают копром массой  $500 \text{ кг}$ . Определить среднюю силу сопротивления, если после каждого удара свая опускается на  $\Delta x=10 \text{ см}$ . Высота падения копра  $h=5 \text{ м}$ .
37. Сила в  $6 \text{ Н}$  растягивает пружину на  $2 \text{ см}$ . Какую работу надо совершить, чтобы растянуть пружину на  $6 \text{ см}$ ?
38. Два тела массами  $m_1$  и  $m_2$  соединены недеформированной пружинной жесткости  $k$ . Затем к телам приложили противоположно направленные силы  $F$ . Найти максимальную кинетическую энергию тел и потенциальную энергию пружины.
39. При медленном подъеме груза по наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha$  и коэффициентом трения  $\mu$  затрачена работа  $A$ . Груз тянут вдоль наклонной плоскости. Определить какая часть энергии идет на увеличение внутренней энергии груза и наклонной плоскости.
40. Уравнение движения тела массой  $1 \text{ кг}$ , движущегося под действием постоянной силы, имеет вид  $s=t^2+4t+4$ . Определить работу за  $5 \text{ с}$  после начала ее действия.

### Динамика вращательного движения.

41. Определить момент инерции тонкого стержня длиной  $L=50$  см и массой  $m=200$  г относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец.
42. Найти момент инерции тонкого кольца массой  $m=200$  г и радиусом  $r=10$  см относительно оси, лежащей в плоскости кольца и проходящей через его центр.
43. Маховик вращается по закону, выражаемому уравнением  $\varphi=A+Bt+Ct^2$ , где  $A=2$  рад,  $B=32$  рад/с,  $C=-4$  рад/с<sup>2</sup>. Найти среднего момента  $N$ , развиваемую силами, действующими на маховик при его вращении, до остановки. Момент инерции маховика  $J=100$  кг·м<sup>2</sup>.
44. Маховик вращается по закону  $\varphi=A+Bt+Ct^2$ , где  $A=2$  рад,  $B=16$  рад/с,  $C=-2$  рад/с<sup>2</sup>. Момент инерции маховика  $J=50$  кг·м<sup>2</sup>. Найти закон, по которому меняется вращающий момент  $M$ , и мощность  $N$ . Чему равна мощность в момент  $t=3$  с?
45. Определить полную кинетическую энергию сплошного цилиндра ( $m=2$  кг), катящегося без скольжения по горизонтальной поверхности. Линейная скорость цилиндра  $v=2$  м/с.
46. Сплошной шар скатывается по наклонной плоскости, длина которой  $10$  м и угол наклона  $10^\circ$ . Определить скорость шара в конце наклонной плоскости. Трение не учитывается.
47. Полная кинетическая энергия диска, катящегося по горизонтальной поверхности, равна  $24$  Дж. Определить кинетическую энергию  $T_1$  поступательного и  $T_2$  вращательного движения диска.
48. Подлый тонкостенный цилиндр катится вдоль горизонтально участка дороги со скоростью  $v=1,5$  м/с. Определить путь, который он пройдет в гору за счет кинетической энергии, если уклон горы равен  $5$  м на каждые  $100$  м пути.

49. Маховик начинает вращаться из состояния покоя с постоянным угловым ускорением  $\beta=0,4$  рад/с<sup>2</sup>. Определить кинетическую энергию маховика через  $t=25$  с после начала движения, если через  $t_1=10$  с после начала движения момент импульса  $L$  маховика составлял  $60$  кг·м<sup>2</sup>/с.
50. Маховик, момент инерции которого равен  $J=63,6$  кг·м<sup>2</sup>, вращается с постоянной скоростью  $\omega=31,4$  рад/с. Найти тормозящий момент  $M$ , под действием которого маховик останавливается через  $20$  с.

### Колебания и волны.

51. Материальная точка совершает гармонические колебания согласно уравнению  $x=0,1 \sin 5t$ . Найти силу, действующую на точку в момент  $\varphi=30^\circ$ , если масса точки  $m=0,05$  г.
52. Материальная точка совершает гармонические колебания согласно уравнению  $x=0,1 \sin 5t$ . Найти силу, действующую на точку в положении наименьшего отклонения, если масса точки  $m=0,05$  г.
53. Определить амплитуду и начальную фазу  $\varphi$  колебания, образующегося при сложении двух колебаний одинакового направления и периода:  $x_1=\sin t$  и  $x_2=\sin(t+0,5)$ .
54. За время  $t=8$  мин амплитуда колебаний уменьшилась в три раза. Определить коэффициент затухания.
55. Написать уравнение колебания, образующегося при сложении двух колебаний одинакового направления и периода:  $x_1=\sin t$  и  $x_2=\sin(t+0,5)$ .
56. Волны распространяются в упругой среде со скоростью  $v=300$  м/с. Определить частоту колебаний  $\nu$ , если наименьшее расстояние между точками среды, фазы колебаний которых противоположны, равно  $1$  м.
57. Две точки находятся на расстоянии  $50$  см друг от друга. Вдоль прямой, соединяющей эти точки, распространяется волна со скоростью  $100$  м/с.

Определить разность фаз колебаний в этих точках, если период колебаний 0,05 с.

58. Найти отношение кинетической энергии к потенциальной для точки, совершающей гармонические колебания для момента времени  $t=T/6$ .

59. Найти амплитуду и начальную фазу гармонического колебания, полученного от сложения одинаково направленных колебаний, описывающихся уравнениями  $x_1=4 \sin \pi t$   $x_2=3 \sin(\pi t+\pi/2)$ .

60. Написать уравнение гармонического колебания, полученного от сложения одинаково направленных колебаний, описывающихся уравнениями  $x_1=4 \sin \pi t$   $x_2=3 \sin(\pi t+\pi/2)$ .

### Молекулярная физика и термодинамика

#### 1. Молекулярное строение вещества. Законы идеальных газов.

Количество вещества

$$\nu = N / N_A,$$

где  $N$  – число структурных единиц (молекул, атомов, ионов и т.п.), составляющих тело (систему);  $N_A$  – постоянная Авогадро:  $N_A=6,02 \times 10^{23}$  моль<sup>-1</sup>.

Молярная масса вещества

$$M = m/\nu,$$

где  $m$  – масса однородного тела (системы);  $\nu$  – количество вещества.

Относительная молекулярная масса вещества

$$M_r = \sum n_i A_{r,i},$$

где  $n_i$  – число атомов  $i$ -го химического элемента, входящего в состав молекулы данного вещества;  $A_{r,i}$  – относительная атомная масса этого элемента (приводятся в таблице Д.И. Менделеева).

Связь молярной массы с относительной молекулярной массой  $M_r$  вещества

$$M = M_r k,$$

где  $k=10^{-3}$  кг/моль.

Уравнения состояния идеальных газов (уравнение Клапейрона-Менделеева)

$$pV = \frac{m}{M} RT, \text{ или } pV = \nu kT,$$

где  $m$  – масса газа;  $M$  – молярная масса;  $R$  – универсальная газовая постоянная;  $T$  – термодинамическая температура;  $\nu$  – количество вещества. Закон Дальтона

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n$$

где  $p$  – давление смеси газов;  $p_i$  – парциальное давление  $i$ -го компонента смеси;  $k$  – число компонентов смеси.

Молекулярная кинетическая теория газов

Концентрация частиц (молекул, атомов, и т.п.) однородной системы

$$n = N/V,$$

где  $V$  – объем системы.

Основное уравнение кинетической теории газов

$$p = \frac{2}{3} n \langle \epsilon_n \rangle,$$

где  $p$  – давление газа;  $\langle \epsilon_n \rangle$  – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы.

Средняя кинетическая энергия молекулы: поступательного движения

$$\langle \epsilon_n \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

где  $i$  – число степеней свободы молекулы ( $i=3$  при поступательном движении).

вращательного движения

$$\langle \epsilon_n \rangle = \frac{i-3}{2} kT,$$

где  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – термодинамическая температура.

Зависимость давления от концентрации молекул и температуры

$$p = nkT.$$

скорость молекул:

средняя квадратичная

$$\langle v_{sq} \rangle = \sqrt{3kT/m} \quad \text{или} \quad \langle v_{sq} \rangle = \sqrt{3RT/M};$$

средняя арифметическая

$$\langle v \rangle = \sqrt{8kT/\pi m} \quad \text{или} \quad \langle v \rangle = \sqrt{8RT/\pi M};$$

наиболее вероятная

$$v_p = \sqrt{2kT/m} \quad \text{или} \quad v_p = \sqrt{2RT/M};$$

где  $m$  – масса одной молекулы.

## 2. Элементы статистической физики

Распределение Больцмана (распределение частиц в силовом поле)

$$n = n_0 e^{-U/(kT)},$$

где  $n$  – концентрация частиц;  $U$  – их потенциальная энергия;  $n_0$  – концентрация точек в точках полях, где  $U=0$ ;  $k$  – постоянная Больцмана,  $T$  – температура.

Барометрическая формула (распределение давления в однородном поле силы тяжести)

$$p = p_0 e^{-\rho g z/(kT)}, \quad \text{или} \quad p = p_0 e^{-Mgz/(kT)},$$

где  $p$  – давление газа;  $m$  – масса частиц;  $M$  – молярная масса;  $z$  – координата (высота) точки по отношению к уровню, принятому за нулевой;  $\rho_0$  – давление на этом уровне;  $g$  – ускорение свободного падения;  $R$  – универсальная газовая постоянная.

Распределение Максвелла (распределение молекул по скоростям) выражается соотношениями:

а) число молекул, скорости которых заключены в пределах от  $v$  до  $v+dv$

$$dN(v) = N f(v) dv = 4\pi N \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{m}{2kT} v^2} v^2 dv,$$

где  $f(v)$  – функция распределения молекул по модулям скоростей, выражающая отношение вероятности того, что скорости молекул лежат в интервале от  $v$  до  $v+dv$ , к величине этого интервала, а также долю числа молекул, скорости которых лежат в указанном интервале;  $N$  – общее число молекул;  $m$  – массы молекул.

б) число молекул, относительные скорости которых лежат в интервале от  $u$  до  $u+du$

$$dN(u) = N f(u) du = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N e^{-u^2} u^2 du,$$

где  $u = v/v_p$  – относительная скорость, равная отношению скорости  $v$  к наиболее вероятной скорости  $v_p$ ;  $f(u)$  – функция распределения по относительным скоростям.

Распределение молекул по импульсам. Число молекул, импульсы которых заключены в пределах от  $p$  до  $p+dp$

$$dN(p) = 4\pi N \left( \frac{1}{2\pi m kT} \right)^{3/2} e^{-p^2/2mkT} p^2 dp$$

Распределение по энергиям. Число молекул, энергии которых заключены в пределах от  $\epsilon$  до  $\epsilon+d\epsilon$

$$dN(\epsilon) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} N \frac{e^{-\epsilon/(kT)}}{(kT)^{3/2}} \epsilon^{1/2} d\epsilon$$

Среднее число соударений, испытываемых одной молекулой газа в единицу времени

$$\langle z \rangle = \sqrt{2} n d^2 v_p(v_p),$$

где  $d$  – эффективный диаметр молекулы;  $n$  – концентрация молекул;  $\langle v \rangle$  – средняя арифметическая скорость молекул.

Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$\langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} n d^2 v_p}.$$

### 3. Физические основы термодинамики

Связь между молярной ( $C_m$ ) и удельной ( $c$ ) теплоемкостями газа

$$C_m = cM$$

где  $M$  – молярная масса газа.

Молярные теплоемкости при постоянном объеме и давлении

$$C_V = iR/2; C_p = (i+2)R/2,$$

где  $i$  – число степеней свободы;  $R$  – универсальная газовая постоянная.

Удельные теплоемкости при постоянном давлении и давлении соответственно равны

$$c_v = \frac{i}{2} \frac{R}{M}, \quad c_p = \frac{i+2}{2} \frac{R}{M}.$$

Уравнение Майера

$$C_p - C_V = R$$

Уравнение адиабаты

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}, \text{ или } \gamma = \frac{C_p}{C_V}, \text{ или } \gamma = \frac{i+2}{i}$$

Внутренняя энергия произвольной массы газа

$$U = \nu \frac{i}{2} RT = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT, \text{ или } U = N(\frac{i}{2} kT), \text{ или } U = \nu C_V T.$$

Работа, связанная с изменением объема газа, в общем случае вычисляется по формуле

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV,$$

где  $V_1$  и  $V_2$  – начальный и конечный объемы газа.

Работа газа:

а) при изобарном процессе ( $p = \text{const}$ )  $A = p(V_2 - V_1)$ ;

б) при изотермическом процессе ( $T = \text{const}$ )  $A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$ ;

в) при адиабатном процессе  $A = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2)$ , или  $A = \frac{RT}{\gamma - 1} \ln \left[ \frac{V_1}{V_2} \right]^{\gamma - 1}$ .

где  $T_1$  и  $T_2$  – соответственно начальные и конечные температуры.

Уравнение Пуассона (уравнения газового состояния при адиабатном процессе)  $pV^\gamma = \text{const}$ .

Термический КПД для кругового процесса

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где  $Q_1$  – теплота, полученная веществом от нагревателя,  $Q_2$  – теплота, переданная веществом охладителю.

Термический КПД цикла Карно

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

$T_1$  – абсолютная температура нагревателя,  $T_2$  – абсолютная температура охладителя.

Изменение энтропии

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T},$$

где символы  $A$  и  $B$  показывают пределы интегрирования, соответствующие начальному и конечному состоянию системы.

Формула Больцмана  $S = k \ln W$ ,

где  $k$  – постоянная Больцмана,  $W$  – термодинамическая вероятность состояния системы.

Уравнение Ван-дер-Ваальса

$$\left( p + \nu^2 \frac{a}{V^2} \right) (V - \nu b) = \nu kT,$$

где  $a$  и  $b$  – поправки Ван-дер-Ваальса,  $V$  – объем газа,  $\nu = \frac{m}{\mu}$  – число

киломолей, где  $m$  – масса газа,  $\mu$  – масса киломоля газа.

Критические параметры (параметры, определяющие критическое состояние) связаны с поправками  $a$  и  $b$  Ван-дер-Ваальса:

критический объем газа  $V_{cp} = 3b\nu$ ,

критическое давление

$$P_{cp} = \frac{a}{27b^2\nu^2}.$$



критическая температура

$$T_c = \frac{8a}{27Rb}$$

Внутренняя энергия реального газа

$$U = \nu \left( c_v T - \frac{a}{V_0} \right),$$

где  $c_v$  — мольная теплоемкость газа при постоянном объеме, а — поправка Ван-дер-Ваальса на давление (расчитанная на 1кмоль),  $V_0$  — объем одного киломоля газа.

### Примеры решения задач

**Пример 1.** Определите: 1) сколько молекул содержится в одном 1мм<sup>3</sup> воды? 2) какова масса молекул воды? 3) оценить диаметры молекул, считая, что молекулы имеют вид соприкасающихся шариков.

**Решение.** 1) Число молекул в теле массы  $m$ :  $N = \nu N_A$ , где  $\nu$  — количество вещества,  $N_A$  — постоянная Авогадро. Количество молей можно найти, поделив массу тела на массу одного киломоля  $\mu$  ( $\mu_{\text{в.д.в.}} = 18 \text{ кг/кмоль}$ ):  $\nu = m/\mu$ .

Массу воды можно найти, умножив плотность воды (табл. величина) на ее объем:  $m = \rho \cdot V$ . Таким образом, выражение для количества атомов принимает вид:

$$N = \frac{\rho V}{\mu} N_A$$

Подставив численные значения, найдем:  $N = 3,34 \cdot 10^{26}$  молекул.

2) Так как постоянная Авогадро равна числу молекул в одном киломоле вещества, то массу одной молекулы найдем путем деления массы одного киломоля на постоянную Авогадро:

$$m_1 = \mu/N_A = 2,99 \cdot 10^{-26} \text{ кг.}$$

3) Если считать, что молекулы вплотную прилегают к друг другу, то на каждую молекулу приходится объем  $V_1 = d^3$ , где  $d$  — диаметр молекулы. Отсюда  $d = V_1^{1/3}$ . Поделив объем одного киломоля  $V_0$  на число молекул ( $N_A$ ) в нем, найдем  $V_1$ :  $V_1 = V_0/N_A$ . Масса одного киломоля определяется выражением  $V_0 = \mu/\rho$ . После подстановки найденных значений, искомый диаметр молекулы будет определяться соотношением

$$d = \sqrt[3]{\frac{\mu}{\rho N_A}} = 3,11 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

**Пример 2.** В колбе вместимостью  $V = 0,5$  л находится кислород при нормальных условиях. Определить среднюю энергию  $\langle W_{\mu} \rangle$  поступательного движения всех молекул, содержащихся в колбе.

**Решение.** Средняя энергия поступательного движения одной молекулы

$$\langle \epsilon_{\mu} \rangle = \frac{3}{2} kT$$

Тогда, средняя энергия поступательного движения всех молекул

$$\langle W_{\mu} \rangle = N \cdot \langle \epsilon_{\mu} \rangle,$$

где  $N$  — число молекул в колбе, которая равна  $\nu N_A$ . Так как при нормальных условиях мольный объем  $V_{\mu}$  газа известен (22,4 д/моль), то количество вещества в колбе  $\nu$  будет

$$\nu = V/V_{\mu}.$$

С учетом этого  $N = \nu N_A = V/V_{\mu} N_A$  и

$$\langle W_{\mu} \rangle = \frac{3kTV_{\mu} N_A}{2V_{\mu}} = \frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} (\text{Джс/К}) \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}}{2 \cdot 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{моль}} = 75,9 \text{ Дж}$$

**Пример 3.** Определить изменение  $\Delta S$  энтропии при изотермическом процессе расширения кислорода массой  $m = 10$  г от  $V_1 = 25$  л до объема  $V_2 = 100$  л.

**Решение.** Так как процесс изотермический, то

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} \Rightarrow \Delta S = \frac{1}{T} \int_1^2 dQ = \frac{Q}{T}.$$

Из 1-го закона термодинамики:  $Q = \Delta U + A = A$ . Здесь  $\Delta U = 0$ , так как процесс изотермический. Работа при изотермическом процессе определяется соотношением  $A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$ . С учетом полученных выражений

$$\Delta S = \frac{m}{M} R \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 8,31 \cdot \ln \frac{100 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 10^{-3}} = 3,6 \frac{\text{Джс}}{\text{К}}.$$

61. Найти для газообразного азота при  $T=300$  К отношение числа молекул с компонентами скорости вдоль одной из координатных осей в интервале  $100 \pm 0,25$  м/с к числу молекул с компонентами скорости вдоль этой же оси в интервале  $200 \pm 0,5$  м/с.
62. Найти вероятность того, что при  $T=300$  К молекулы азота имеют компоненты скорости вдоль осей  $x$ ,  $y$  и  $z$  соответственно в интервале  $100 \pm 0,10$ ,  $200 \pm 0,20$  и  $300 \pm 0,30$  м/с.
63. Получить с помощью соотношения
- $$dN(v) = 4\pi N \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-mv^2/2kT} v^2 dv$$
- функцию распределения Максвелла в виде  $dN(u) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N e^{-u^2} u^2 du$ , где  $u = v/v_{вер}$ .
64. Вычислить наиболее вероятную, среднюю и среднюю квадратичную скорости молекул газа с плотностью  $\rho$  при атмосферном давлении.
65. Определить температуру газа, для которой средняя квадратичная скорость больше наиболее вероятной скорости на  $\Delta v = 200$  м/с.
66. Определить температур газа, для которой функция распределения молекул азота по скоростям будет иметь максимум при скорости  $v = 300$  м/с.
67. Найти температуру кислорода, при которой скоростям молекул  $v_1 = 300$  м/с и  $v_2 = 600$  м/с соответствуют одинаковые функции распределения.
68. Какая часть молекул водорода при  $T = 300$  К обладает скоростями от 300 до 310 м/с.
69. На какой высоте давление воздуха составляет 50% от давления на уровне моря? Температура воздуха постоянна и равна  $27^\circ\text{C}$ .
70. Какал часть молекул кислорода при  $T = 300$  К имеют скорости, превышающие  $v_{вер}^2$

71. Какой объем занимают 10 г воздуха кислорода при давлении 750 мм рт. ст. и температуре  $20^\circ\text{C}$ ?
72. Найти массу сернистого газа ( $\text{SO}_2$ ), занимающего объем 25 л при температуре  $27^\circ\text{C}$  и давлении 760 мм рт.ст.
73. 12 г газа занимает объем  $4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$  при температуре  $7^\circ\text{C}$ . После нагревания при постоянном давлении его плотность стала  $6 \cdot 10^{-4} \text{ г/см}^3$ . До какой температуры нагрели газ?
74. Какое количество молекул находится в комнате объемом  $80 \text{ м}^3$  при температуре  $17^\circ\text{C}$  и давлении 750 мм рт. ст.?
75. Плотность некоторого газа  $6 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$ , средняя квадратичная скорость молекул газа 500 м/с. Найти давление, которое газ оказывает на стенки сосуда.
76. Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа 450 м/с. Давление газа равно  $5 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^2$ . Найти плотность газа при этих условиях.
77. Найти среднее число столкновений в 1 с молекул азота при температуре  $27^\circ\text{C}$  и давлении 400 мм рт. ст.
78. В закрытом сосуде объемом 10 л находится воздух при давлении  $10^3 \text{ Н/м}^2$ . Какое количество тепла надо сообщить воздуху, чтобы повысить давление в сосуде в 5 раз?
79. Духохатомный газ, находящийся при температуре  $27^\circ\text{C}$  и давлении  $2 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$  сжимается адиабатически от объема  $V_1$  до объема  $V_2 = 0,5V_1$ . Найти температуру и давление газа после сжатия.
80. Найти изменение энтропии при плавлении 1 кг льда, находящегося при  $0^\circ\text{C}$ .
81. В баллоне содержится газ при температуре  $T = 100^\circ\text{C}$ . До какой температуры нужно нагреть газ, чтобы увеличить его давление в два раза?

82. Баллон емкостью 20 л содержит углекислый газ массой 500 г под давлением 1,3 МПа. Определить температуру газа.
83. Какой объем занимает смесь газов азота массой 2 кг и гелия массой 1 кг при нормальных условиях?
84. Баллон содержит азот массой 2 г при температуре 280 К. Определить суммарную кинетическую энергию поступательного движения всех молекул газа.
85. Найти отношение  $c_p/c_v$  для смеси газов, содержащей  $m_1=10$  г гелия и  $m_2=4$  г водорода.
86. Баллон емкостью 20 л содержит водород при температуре  $T=300$  К под давлением  $p=0,4$  МПа. Каковы будут температура  $T$ , и давление  $p$ , если газу сообщить теплоту  $Q=6$  кДж?
87. Газ, занимавший объем 12 л под давлением  $p=100$  кПа, был изобарически нагрет от  $300^\circ$  К до  $400^\circ$  К. Определить работу расширения газа.
88. Азот массой 200 г расширяется изотермически при температуре 290 К  $T=280$  К, причем объем газа увеличился в два раза. Найти: 1) изменение  $\Delta U$  внутренней энергии газа; 2) совершенную при расширении работу А; 3) теплоту, полученную газом.
89. Сколько теплоты выделится, если азот массой 1 г, взятый при температуре  $T=280^\circ$  С под давлением  $p_1=0,1$  МПа, изотермически сжать до давления  $p_2=1$  МПа?
90. При адиабатическом расширении кислорода с начальной температурой  $T=320^\circ$ К внутренняя энергия уменьшилась на 8,4 кДж. Определить массу  $m$  кислорода, если его объем при сжатии увеличился в  $n=10$  раз.
91. При какой температуре средняя квадратичная скорость атомов гелия станет равной второй космической скорости  $11,2$  км/с?
92. Взвешенные в воздухе пылинки движутся так, как если бы они были очень крупными молекулами. Какова средняя квадратичная скорость пылинки массой  $10^{-10}$  г, если температура воздуха 300 К?

93. Определить плотность разреженного водорода, если средняя длина свободного пробега  $l=1$  см.
94. Найти число всех соударений  $N$ , которые происходят в течение  $t$  с между всеми молекулами, заключенными в  $V$  м<sup>3</sup> водорода при нормальных условиях.
95. Определить теплоту  $Q$ , необходимую для нагревания водорода массой  $m=10$  г на  $\Delta T=200$  К, если нагревание происходит при: 1) при постоянном объеме; 2) при постоянном давлении.
96. В сосуде объемом 10 л находится азот массой  $m=0,25$  кг. Определить: 1) внутреннее давление газа; 2) собственный объем молекул.
97. Масса 100 капелек спирта, вытекающего из капилляра,  $m=0,71$  г. Определить коэффициент поверхностного натяжения спирта, если диаметр шейки капли в момент отрыва  $d=1$  мм.
98. Две капли ртути радиусом  $r=1$  мм каждая слились в одну большую каплю. Какое количество энергии выделится при этом слиянии?
99. В сосуде емкостью  $V=3$  л находится один моль углекислого газа при температуре  $T=300$  К. Определить давление  $p$  газа: 1) по уравнению Клапейрона-Менделеева; 2) по уравнению Ван-дер-Ваальса.
100. Глицерин поднялся в капиллярной трубке на высоту  $h=20$  мм. Определить коэффициент поверхностного натяжения  $\alpha$  глицерина, если диаметр трубки  $d=1$  мм.