

I. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ данных функций, используя правила вычисления производных.

1. а) $y = \sqrt{3-4x^2} - \frac{3}{\sqrt{x^3+x+3}}$; б) $y = \left(e^{\cos x} + \frac{3}{x^2} + \frac{x^2}{2} \right)^5$;

в) $y = \ln \operatorname{arctg} \frac{3}{x^2+2}$; г) $y = (x^2+1)^{3x}$;

д) $\operatorname{tg} \left(\frac{y^2}{x} \right) = 5x - 1$.

2. а) $y = (x^2 + 2^{-x}) \cdot \sqrt[3]{2-x^2}$;

б) $y = \frac{4 \sin^5 x}{\cos^2 x} - \lg \ln x$;

в) $y = \arcsin e^{5x}$;

г) $y = \left(\frac{1}{x} + x \right)^{3x^2+x}$;

д) $x^2 - xy + \operatorname{arctg} y = 0$.

3. а) $y = x \cdot \sqrt[3]{\frac{1+x^2}{3x-x^3}}$;

б) $y = \frac{1}{\operatorname{ctg}^3 2x} + 5^{\cos x}$;

в) $y = \arccos \sqrt{1-3x^2}$;

г) $y = (\sin x)^{\ln x}$;

д) $y \sin x = \cos(x-y)$.

4. а) $y = (3+6x) \cdot \sqrt[5]{3-4x+2x^3}$;

б) $y = \frac{1}{5} \cos^5 \frac{x}{5} - \frac{4}{\sqrt{x^3}}$;

в) $y = \log_2 (x + e^{-x^2} + 1)$;

г) $y = (\operatorname{tg} x)^{1-x^2}$;

д) $\left(\frac{y}{x} \right) = \arcsin \left(\frac{x}{y} \right)$.

$$y = \frac{x}{\sqrt{a^2 - ax - x^2}};$$

$$y = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^4 \frac{3}{x} + 4^{-x};$$

5. а)

$$в) y = x^2 \ln^2 x - \frac{1}{\sin x};$$

$$д) (e^x - 1) \cdot (e^y - 1) - y + 1 = 0.$$

б)

$$г) y = (\operatorname{arctg} x)^{\ln x};$$

$$6. а) y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 1}} + 5\sqrt{x^3 + 1};$$

$$б) y = 2 \arcsin^2 \frac{3}{\sqrt{x}};$$

$$в) y = 3^{\cos x} \cdot (1 - \lg^3 x - 3\sqrt[3]{x^2});$$

$$г) y = (1 + x^3)^{\sin x};$$

$$д) y^2 x = e^{\frac{y}{x}}.$$

$$7. а) y = \sqrt{x + \sqrt{1 + x^2}};$$

$$б) y = \cos \ln x + \operatorname{arctg} \sqrt{x};$$

$$в) y = 3^{-x^2} \cdot \left(\frac{1}{x^2} + \frac{2}{\sin x} \right);$$

$$г) y = (x - 2x^2)^{\sqrt{x}};$$

$$д) y = x^3 - 3axy + y^3.$$

$$8. а) y = 7\sqrt[7]{x^5 - 5x^4 + \frac{5}{x}};$$

$$б) y = \arccos(\operatorname{tg}^3 x);$$

$$в) y = \ln \frac{ax - 2^x}{ax + 2^{-x}};$$

$$г) y = (\sin 2x)^{\lg x};$$

$$д) x^2 - \left(\frac{x}{y^2} + \sin y \right) = 0.$$

$$9. а) y = \sqrt[3]{\frac{2x - x^2}{1 + x^3}};$$

$$б) y = 2^{x^2} \cdot e^{-2x};$$

$$в) y = \frac{(\arcsin^3 x)}{\sqrt{1 - x^2}};$$

$$г) y = \left(\frac{4}{x} + 1 \right)^{x^3};$$

$$\text{д) } y + \ln y = x^2 y^3 - \frac{1}{x}.$$

$$10. \text{ а) } y = x^2 \sqrt{\frac{1}{x^2} + x + 1};$$

$$\text{в) } y = \operatorname{arctg} e^{-x};$$

$$\text{д) } y - x + e^y \cdot \cos x = 0.$$

$$11. \text{ а) } y = \sqrt[3]{\frac{x + \sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x} + 3}};$$

$$\text{в) } y = \sin^3 \frac{x}{3} - (1 - \sin 3x)^2;$$

$$\text{д) } y = \operatorname{tg}(x + y).$$

$$12. \text{ а) } y = \sqrt{\cos 3x} - \sqrt{\cos^3 x};$$

$$\text{в) } y = e^{-x} \cdot \operatorname{arctg}^3 \frac{4}{\sqrt{x}};$$

$$\text{д) } x^2 y^3 + \sin(xy) + \sqrt{y^3} = 1.$$

$$13. \text{ а) } y = 2\sqrt{x^2 - ax} + \ln(x + \sqrt{x^2 - a^2}); \quad \text{б) } y = 3^{\operatorname{tg}^5(\sin 2x)};$$

$$\text{в) } y = x \cdot \arcsin 2x \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{x};$$

$$\text{г) } y = (x - x^2)^{\frac{x}{\sin x}};$$

$$\text{д) } e^x - e^y = y^2 - x.$$

$$14. \text{ а) } y = \frac{\sqrt[3]{1 + \cos^3 x}}{\sin 2x};$$

$$\text{б) } y = e^{\cos \sqrt{1+x^2}};$$

$$\text{б) } y = \frac{1}{3} \operatorname{ctg}^3 \frac{x}{5} + \frac{5}{\log_2 x};$$

$$\text{г) } y = (\cos x)^{x^2-1};$$

$$\text{б) } y = 3^{\arcsin(\sqrt{\sin x})};$$

$$\text{г) } y = (\ln x)^{\frac{\ln x}{x}};$$

$$\text{б) } y = \sqrt[3]{x} \cdot \ln \sin x;$$

$$\text{г) } y = \left(\frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x}};$$

$$\text{в) } y = (x\sqrt{x} + \ln \ln x)^3;$$

$$\text{г) } y = \left(\operatorname{tg} \frac{x}{2}\right)^{\frac{x}{\ln x}};$$

$$\text{д) } \frac{y}{x} + \cos \frac{x}{y} = 1 - x^2.$$

$$15. \text{ а) } y = \sqrt[4]{2e^{-x} + xe^{2x}};$$

$$\text{б) } y = \sin^3 2x \cdot \cos^2 3x;$$

$$\text{в) } y = \arccos^2 \frac{x^2}{4};$$

$$\text{г) } y = \left(\frac{\ln x}{x}\right)^{\sqrt{x}};$$

$$\text{д) } e^x + xy^2 = \sqrt{y}.$$

$$16. \text{ а) } y = \sqrt{\frac{e^{-x}}{1+e^x}};$$

$$\text{б) } y = \ln \left(x + \cos^3 \frac{x}{2}\right);$$

$$\text{в) } y = \frac{\arcsin(\sin x)}{x^2};$$

$$\text{г) } y = \left(\frac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{x}};$$

$$\text{д) } y^2 + xy = 2^{x+y}.$$

$$17. \text{ а) } y = (x^2\sqrt[3]{x} - \sin 3x)^5;$$

$$\text{б) } y = \lg \arccos \sqrt{1-x^2};$$

$$\text{в) } y = 5^{-x^2} \cdot \left(\frac{1}{x} + \sqrt{\cos x}\right);$$

$$\text{г) } y = x^{\sin^2 x};$$

$$\text{д) } x^2 - y^2 = \operatorname{arctg} y + x.$$

$$18. \text{ а) } y = \sqrt[3]{x - \sqrt{1 - \ln x}};$$

$$\text{б) } y = 3^{\cos^3 \operatorname{tg} \frac{x}{2}};$$

$$\text{в) } y = \frac{1}{2} \ln \frac{e^{2x} + 1}{e^{-2x} - 1};$$

$$\text{г) } y = (\sin 3x)^{\lg x};$$

$$\text{д) } x^3 y + y^3 x + \sin y = \cos x.$$

$$19. \text{ а) } y = \left(2^{\arcsin \sqrt{x}} - \sqrt{1-x}\right)^4;$$

$$\text{б) } y = \operatorname{ctg}^6 \frac{x}{3} - 2 \lg \sin \frac{x}{2}$$

$$\text{в) } y = \operatorname{arctg} e^x \cdot \left(1 - \frac{1}{x^3}\right);$$

$$\text{г) } y = (\arcsin x)^{\sqrt{x}};$$

$$\text{д) } x + 3^x = y + 3^{-y}.$$

$$20. \text{ а) } y = \left(\operatorname{tg}^3 \frac{x}{3} + \arcsin \frac{2}{x} \right)^5;$$

$$\text{б) } y = \lg \frac{1 + \sqrt{x}}{x + \cos 2x};$$

$$\text{в) } y = e^{x \sin 3x} + \frac{1}{\ln x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}};$$

$$\text{г) } y = x^{\sqrt{\ln x}};$$

$$\text{д) } x \ln y - e^{x+y} + 1 = 0.$$

$$21. \text{ а) } y = \log_3 \operatorname{arctg} \frac{3}{x^2};$$

$$\text{б) } y = \frac{x}{2} \cdot \sqrt{x^2 + a^2} + \frac{1}{2x^2} + \ln 3;$$

$$\text{в) } y = e^{\cos x} \cdot \arcsin^3 \frac{x}{3};$$

$$\text{г) } y = \left(\frac{\sqrt{x}}{\ln x} \right)^x;$$

$$\text{д) } y^2 - 2xy = \cos y + x^2.$$

$$22. \text{ а) } y = \left(5^{\operatorname{tg}^2 x} - \frac{x^2}{1 + \sin^2 x} \right);$$

$$\text{б) } y = x^3 \cdot \arcsin \frac{2}{x^3};$$

$$\text{в) } y = \ln \frac{5 + \sqrt{25 - x^2}}{x};$$

$$\text{г) } y = (2x - x^3)^{\sqrt{\sin x}};$$

$$\text{д) } \arccos y - x^2 + y = 2.$$

$$23. \text{ а) } y = \sqrt{\frac{x + 10^x}{10^{-x} - x}};$$

$$\text{б) } y = \ln \operatorname{ctg} \sqrt[3]{x^2} + \sin^3 \frac{x}{3};$$

$$\text{в) } y = \left(e^{\sin x} - \frac{1}{x} \right)^2 \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{2x};$$

$$\text{г) } e^{x+y} = \sin \frac{y}{x} + 1;$$

$$\text{д) } y = (2x + 1)^{\frac{1}{x^2}}.$$

$$24. \text{ а) } y = x \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{(x^3 + 1)^2}};$$

$$\text{б) } y = \cos \ln^3 x + 3^{\cos e^x};$$

$$\text{в) } y = e^{\frac{1}{x^2}} + \frac{1 - \sin 3x}{1 + \sin 3x};$$

$$\text{г) } y = (\operatorname{arctg} 2x)^{\sin 3x};$$

$$\text{д) } y = \ln y - 2 \ln x + xy.$$

$$25. \text{ а) } y = \sqrt[3]{1 + x\sqrt{x+2}};$$

$$\text{б) } y = \operatorname{tg} \lg(a^2 - x^2) + \frac{1}{\sin^3 2x};$$

$$\text{в) } y = 4^{x-x^2} \cdot \arccos \frac{2}{x^2};$$

$$\text{г) } y = (\cos 5x)^{\sqrt{\sin x}};$$

$$\text{д) } x \cdot e^{-y} + xy = 3x^2.$$

II. Найдите $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ для заданной функции $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$.

$$1. \quad x = \cos\left(\frac{t}{2}\right), y = t - \sin t.$$

$$2. \quad x = t^3 + 8t, y = t^5 + 2t.$$

$$3. \quad x = t - \sin t, y = 1 - \cos t.$$

$$4. \quad x = 3 \cos^2 t, y = 2 \sin^3 t.$$

$$5. \quad x = \operatorname{arctg} t, y = \ln(1 + t^2).$$

$$6. \quad x = a(\sin t - t \cos t), \\ y = a(\cos t + t \sin t).$$

$$7. \quad x = \ln t, y = \frac{1}{1-t}.$$

$$8. \quad x = t + \ln \cos t, y = t - \ln \sin t.$$

$$9. \quad x = \ln t, y = \frac{1}{2} \cdot \left(t + \frac{1}{t}\right).$$

$$10. \quad x = \arcsin t, y = \sqrt{1-t^2}.$$

$$11. \quad x = 2t - \sin 2t, y = \sin^3 t.$$

$$12. \quad x = t + \frac{1}{2} \sin 2t, y = \cos^3 t.$$

$$13. \quad x = \arcsin(t^2 - 1), \\ y = \arccos 2t.$$

$$14. \quad x = \operatorname{ctg} t, y = \frac{1}{\cos^2 t}.$$

15. $x = \frac{2-t}{2+t^2}, y = \frac{t^2}{2+t^2}$.
16. $x = 2 \cos^3 2t, y = \sin^3 2t$.
17. $x = \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + t, y = \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{t}$.
18. $x = e^t \cos t, y = e^t \sin t$.
19. $x = \operatorname{arctg} t, y = \frac{1}{2}t^2$.
20. $x = \ln(1+t^2), y = t^2$.
21. $x = \cos t + t \sin t,$
 $y = \sin t - t \cos t$.
22. $x = t^2 + 2t, y = \ln(t+1)$.
23. $x = 1 + e^t, y = t + e^{-t}$.
24. $x = \frac{1}{t+1}, y = \frac{t}{t+1}$.
25. $x = \frac{1}{t^2+1}, y = \frac{t}{t^2+1}$.

III. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию $y=f(x)$ и, используя результаты исследования, построить график.

1. $y = \frac{x^2+1}{x^2-1}$.
2. $y = \frac{2-4x^2}{1-4x^2}$.
3. $y = \frac{x^4+16}{2x^2}$.
4. $y = \frac{4+x^3}{x^2}$.
5. $y = \frac{(x+1)(2-x)}{2x-3}$.
6. $y = \frac{3x^4+1}{x^3}$.
7. $y = \frac{4x^3}{x^3-1}$.
8. $y = \frac{x^2-5}{x-3}$.
9. $y = \frac{x^2}{x-1}$.
10. $y = \frac{x^4}{x^3-1}$.
11. $y = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$.
12. $y = \frac{x^3}{2(x+1)^2}$.
13. $y = \frac{x^2}{x^2-4}$.
14. $y = \frac{x^3+3}{x^2-4x}$.

15. $y = \frac{x^3}{x^2 - 4}$.

16. $y = \frac{x^2 + 5}{x}$.

17. $y = \frac{x^3 - 4}{4x^2}$.

18. $y = \frac{x^2 - 5x}{x + 1}$.

19. $y = \frac{3 - x^2}{x - 2}$.

20. $y = 2x + \frac{8}{x}$.

21. $y = \frac{8x}{16 - x^2}$.

22. $y = \frac{x^2 + 1}{(x - 3)^2}$.

23. $y = \frac{x^2 - 5x + 3}{x + 2}$.

24. $y = \frac{3x}{(x - 4)^2}$.

25. $y = \frac{2x + 1}{(x + 5)^2}$.

IV. Даны функция $z=f(x, y)$ и две точки: $A(x_0; y_0)$ и $B(x_1; y_1)$. Требуется: 1) вычислить значение z_1 в точке B ; 2) вычислить приближённое значение \bar{z}_1 функции в точке B , исходя из значения z_0 функции в точке A и заменив приращение функции при переходе от точки A к точке B дифференциалом; 3) оценить в процентах относительную погрешность, получающуюся при замене приращения функции её дифференциалом; 4) составить уравнение касательной плоскости к поверхности $z=f(x, y)$ в точке $C(x_0; y_0; z_0)$; 5) линеаризовать данную функцию в окрестности точки A .

1. $z=x^2+xy+y^2$; $A(1; 2)$, $B(1.02; 1.96)$.

2. $z=3x^2-yx+x+y$; $A(1; 3)$, $B(1.06; 2.92)$.

3. $z=x^2+3xy-6y+1$; $A(4; 1)$, $B(3.96; 1.03)$.

4. $z=x^2-y^2+6x+3y$; $A(2; 3)$, $B(2.02; 2.97)$.

5. $z=x^2+2xy+3y^2$; $A(2; 1)$, $B(1.96; 1.04)$.

6. $z=x^2+y^2+2x+y-1$; $A(2; 4)$, $B(1.98; 3.91)$.

7. $z=3x^2+2y^2-xy$; $A(-1; 3)$, $B(-0.98; 2.97)$.

8. $z=x^2-y^2+5x+4y$; $A(3; 2)$, $B(3.05; 1.98)$.

9. $z=2xy+3y^2-5x$; $A(3; 4)$, $B(3.04; 3.95)$.

10. $z=xy+2y^2+2x$; $A(1; 2)$, $B(0.97; 2.03)$.
11. $z=x^2+3xy+y^2$; $A(1; 2)$, $B(1.03; 1.97)$.
12. $z=xy+y^2-2x$; $A(2; 1)$, $B(2.03; 0.96)$.
13. $z=x^2+y^2-x+y$; $A(-2; 2)$, $B(-2.02; 2.05)$.
14. $z=2x^2+2xy-y^2$; $A(1; 3)$, $B(0.95; 2.94)$.
15. $z=3y^2-9xy+y$; $A(1; 3)$, $B(1.07; 2.94)$.
16. $z=xy^2+x-y$; $A(4; 2)$, $B(3.98; 2.02)$.
17. $z=y^2-xy-x^2$; $A(-4; 5)$, $B(-3.92; 5.06)$.
18. $z=x^2+y^2-x-y$; $A(1; -3)$, $B(1.08; -2.94)$.
19. $z=4(x-y)-x^2-y^2$; $A(2; 1)$, $B(1.97; 1.02)$.
20. $z=x^2+2xy-3y^2+5x$; $A(2; -2)$, $B(2.03; -1.98)$.
21. $z=y^2+5xy-2y+1$; $A(1; -3)$, $B(0.97; -2.93)$.
22. $z=xy+2x-y^2$; $A(2; 2)$, $B(1.93; 2.05)$.
23. $z=x^2-y^2+3xy-2x+y$; $A(2; 1)$, $B(2.02; 0.98)$.
24. $z=8xy+3y^2-2x+1$; $A(-1; 2)$, $B(-1.03; 1.97)$.
25. $z=2y^2-3xy+2x+y$; $A(-3; 2)$, $B(-2.98; 2.04)$.

V. Даны функция $z=z(x, y)$, точка $A(x_0, y_0)$ и вектор \bar{a} .
 Найти: 1) $\text{grad } z$ в точке A ; 2) производную скалярного поля $z=z(x, y)$ в точке A в направлении вектора \bar{a} .

1. $z = 2x^2 + xy^2 - x$; $A(-1; 2)$, $\bar{a} = 3\bar{i} + 4\bar{j}$.
2. $z = \text{arctg}\left(\frac{x}{y}\right)$; $A(-1; 1)$, $\bar{a} = \bar{i} - \bar{j}$.
3. $z = x^3y + xy^2$; $A(1; 3)$, $\bar{a} = -5\bar{i} + 12\bar{j}$.
4. $z = \ln(2x + 3y)$; $A(2; 2)$, $\bar{a} = 2\bar{i} - 3\bar{j}$.
5. $z = 5x^2y + 3xy^2 + x$; $A(1; 1)$, $\bar{a} = 6\bar{i} - 8\bar{j}$.
6. $z = 3xy^2 - \frac{2\sqrt{y}}{x}$; $A(3; 4)$, $\bar{a} = -3\bar{i} - 4\bar{j}$.
7. $z = \text{arctg}(xy)$; $A(2; 3)$, $\bar{a} = 4\bar{i} + 3\bar{j}$.
8. $z = \ln(3x^2 + 2xy^2)$; $A(1; 2)$, $\bar{a} = 3\bar{i} - 4\bar{j}$.
9. $z = \frac{2x - 3y}{x^2 + y^2}$; $A(1; -2)$, $\bar{a} = \bar{i} + 2\bar{j}$.
10. $z = 5x^2 - 2xy + y^2 + x$; $A(1; 1)$, $\bar{a} = 2\bar{i} - \bar{j}$.

11. $z = \ln(5x^2 + 4y^2)$; $A(2; 1)$, $\bar{a} = 5\bar{i} - 12\bar{j}$.
12. $z = 3x^4 + 2x^2y^3 - 2y$; $A(-1; 1)$, $\bar{a} = 4\bar{i} - 3\bar{j}$.
13. $z = \arcsin\left(\frac{x^2}{y}\right)$; $A(1; 2)$, $\bar{a} = -5\bar{i} + 12\bar{j}$.
14. $z = \operatorname{arctg}(xy^2)$; $A(2; 3)$, $\bar{a} = 4\bar{i} + 3\bar{j}$.
15. $z = 2x^2\sqrt{y} + \frac{y}{x} - x$; $A(1; 4)$, $\bar{a} = 2\bar{i} + \bar{j}$.
16. $z = \sqrt{3x^2 + y^2}$; $A(2; 2)$, $\bar{a} = -2\bar{i} - \bar{j}$.
17. $z = \frac{2x^2 + \ln y}{3y + \ln x}$; $A(1; 1)$, $\bar{a} = 2\bar{i} - \bar{j}$.
18. $z = 3x^2y - 2xy + y^2 - 1$; $A(-1; 2)$, $\bar{a} = -3\bar{i} + 4\bar{j}$.
19. $z = x^4 - 4xy^2 + 2y + 1$; $A(1; -2)$, $\bar{a} = \bar{i} - 2\bar{j}$.
20. $z = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$; $A(3; 4)$, $\bar{a} = -\bar{i} + 2\bar{j}$.
21. $z = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$; $A(4; 3)$, $\bar{a} = \bar{i} + 2\bar{j}$.
22. $z = x^2 - 2x^2y + xy^2 + 1$; $A(1; 2)$, $\bar{a} = -4\bar{i} + 3\bar{j}$.
23. $z = \sqrt{x^2 - y^2} + 1$; $A(5; 3)$, $\bar{a} = 5\bar{i} - 12\bar{j}$.
24. $z = \ln\left(1 + \frac{x}{y}\right)$; $A(1; 1)$, $\bar{a} = 12\bar{i} + 5\bar{j}$.
25. $z = x^2y^3 - 2\sqrt{xy} + \frac{5}{y} - 1$; $A(1; -1)$, $\bar{a} = 4\bar{i} - 3\bar{j}$.

VI. Найти наименьшее и наибольшее значения функции $z=f(x, y)$ в замкнутой области D , заданной системой неравенств. Сделать чертеж.

1. $z = x^2 + y^2 - 9xy + 27$; $0 \leq x \leq 3$, $0 \leq y \leq 3$.
2. $z = x^2 + 2y^2 + 1 - y$; $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + y \leq 3$.
3. $z = x^2 + 3y^2 - 3x + y$; $x \geq 1$, $y \geq -1$, $x + y \leq 1$.
4. $z = 3 - 2x^2 - xy - y^2$; $x \leq 1$, $y \geq 0$, $y \leq x$.

5. $z=x^2+2xy+2y^2-2y$, $-2\leq x\leq 1$, $0\leq y\leq 2$.
6. $z=10+2xy-x^2$; $-1\leq y\leq 4-x^2$.
7. $z=x^2+2xy-y^2+4x$; $x\leq 0$, $y\leq 0$, $x+y+3\geq 0$.
8. $z=x^2+4xy-2y$, $4x^2-4\leq y\leq 0$.
9. $z=x^2-xy+y^2-x=0$; $-1\leq x\leq 1$, $0\leq y\leq 3$.
10. $z=x^3+y^3-3xy=0$; $0\leq x\leq 2$, $-1\leq y\leq 2$.
11. $z=x^2y(2-x-y)$; $x\geq 0$, $y\geq 0$, $x+y\leq 6$.
12. $z=x^2-2y^2+4xy-6x-1$; $x\geq 0$, $y\geq 0$, $x+y\leq 3$.
13. $z=xy(4-x-1/y)$; $x\geq 0$, $y\geq 0$, $x+y\leq 2$.
14. $z=x^2-xy+y^2-4x$; $x\geq 0$, $y\geq 0$, $2x+3y-12\leq 0$.
15. $z=-x^2+3y^2+x-y$, $0\leq x\leq 2$, $-1\leq y\leq 1$.
16. $z=x^3+y^3-3x-3y$, $0\leq x\leq 3$, $0\leq y\leq 4$.
17. $z=xy-2x-y$, $-1\leq x\leq 3$, $-1\leq y\leq 4$.
18. $z=x^2/2-xy$, $x+y\geq -3$, $y\leq 1$, $x\leq 1$.
19. $z=2x+y-xy$, $0\leq x\leq 4$, $0\leq y\leq 4$.
20. $z=x^2+2xy-4x+8y$, $x+y+8\geq 0$, $x\leq 0$, $y\leq 0$.
21. $z=x^2+xy-y^2/2-y=0$; $x\geq 0$, $y\leq 0$, $x-y\leq 1$.
22. $z=x^3+3xy-y^2-2y+5$; $y\leq -x^2/2$, $y\geq -2$.
23. $z=x^2+4xy-y^2-6x-2y$, $x\geq 0$, $y\geq 0$, $2x+3y\leq 6$.
24. $z=6xy-9x^2+4y^2+4y$, $-1\leq x\leq 1$, $-3\leq y\leq 0$.
25. $z=x^2-2xy+5y^2/2-2x$, $0\leq x\leq 2$, $0\leq y\leq 2$.