

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ (МАМИ)»

Кафедра «Гидравлика и гидропневмопривод»

Михайлин А.А., Пхакадзе С.Д., Курмаев Р.Х., Строков П.И.

**РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ  
АВТОМОБИЛЬНЫХ ГИДРОСИСТЕМ**

Учебное пособие

Под редакцией проф. Лепешкина А.В.

Допущено УМО вузов РФ по образованию в области транспортных машин  
и транспортно-технологических комплексов  
в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся  
по специальности «Автомобиле- и тракторостроение»

Москва 2012 г.

УДК 621.221  
ББК 70/79

Учебное пособие допущено УМО вузов РФ по образованию в области транспортных машин и транспортно-технологических комплексов в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по специальности «Автомобиле и тракторостроение».

Учебное пособие рекомендуется для студентов других направлений обучения машиностроительного профиля, изучающих дисциплины «Механика жидкости и газа», «Гидравлика», «Гидромашины», «Гидропневмоприводы», «Гидравлические и пневматические системы».

**Михайлин А.А., Пхакадзе С.Д., Курмаев Р.Х., Строков П.И.**

Расчет элементов автомобильных гидросистем. Учебное пособие для студентов вузов. Под редакцией проф. Лепешкина А.В. – М., изд. МАМИ, 2012 – 86 с.

УДК 621.221  
ББК 70/79

## СОДЕРЖАНИЕ

	стр.
Введение.....	4
1 Гидростатика .....	5
Контрольные задачи к разделу 1.....	11
2 Применение уравнения Бернулли .....	16
Контрольные задачи к разделу 2.....	25
3 Истечение жидкости через дросселирующие устройства .....	31
Контрольные задачи к разделу 3.....	35
4 Гидравлический расчет трубопроводов .....	40
Контрольные задачи к разделу 4.....	48
5 Расчет параметров работы насосов и насосных установок .....	54
Контрольные задачи к разделу 5.....	64
6 Расчет параметров работы объемных гидравлических приводов .....	70
Контрольные задачи к разделу 6.....	78
Литература.....	86

## ВВЕДЕНИЕ

Учебное пособие предназначено для обеспечения усвоения студентами методов использования законов гидравлики при решении практических задач в области расчетов машиностроительных гидросистем и их элементов. Настоящее пособие является сборником задач, которые рекомендуется использовать для самостоятельного решения студентами, например, при выполнении домашнего расчетно-графического задания по дисциплине «Гидравлика и гидроприводы».

Пособие содержит задачи, относящиеся к следующим разделам изучаемой дисциплины: «Гидростатика», «Применение уравнения Бернулли», «Истечение жидкости через дросселирующие устройства», «Гидравлический расчет трубопроводов», «Расчет параметров работы насосов и насосных установок» и «Расчет параметров работы объемных гидравлических приводов».

В каждом разделе приводятся:

- законы гидравлики, изучению методов использования которых посвящены задачи данного раздела;
- примеры решения задач, сопровождающиеся рекомендациями, облегчающими самостоятельное решение задач;
- контрольные задачи для самостоятельного решения.

Незаданные в условиях контрольных задач числовые значения обозначенных величин берутся в соответствии с номером варианта задания из таблиц исходных данных, приведенных в конце каждого раздела.

Перед решением контрольных задач данного раздела целесообразно вначале изучить соответствующий теоретический материал и проработать приведенные в этом разделе примеры решений.

При выполнении расчетов особое внимание следует уделить размерностям используемых физических величин. Перед подстановкой числовых значений этих величин в полученные расчетные формулы рекомендуется вначале перевести их размерности в систему СИ.

Отчет о выполнении контрольного задания должен содержать: рисунок, краткое условие задачи, решение с необходимыми пояснениями, подставленные в полученные формулы числовые значения величин и полученный ответ.

## 1. ГИДРОСТАТИКА

**Давление** это напряжения сжатия, возникающие в жидкости.

Свойства гидростатического давления:

- в данной точке внутри жидкости давление действует по всем направлениям одинаково (давление – скалярная величина);
- на поверхности контакта жидкости с другими телами давление всегда создает силу, нормальную к этой поверхности.

Давление  $p$  численно равно отношению силы  $F$  нормального давления к площади  $S$ , на которую она действует

$$p = \frac{F}{S} .$$

Единицей измерения давления в международной системе СИ является **паскаль** ( $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$ ). На практике чаще используются укрупненные единицы: **килопаскаль** ( $1 \text{ кПа} = 10^3 \text{ Па}$ ) и **мегапаскаль** ( $1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па}$ ). Достаточно часто встречается также внесистемная единица измерения давления – техническая **атмосфера** ( $1 \text{ ат} = 1 \text{ кгс/см}^2 \approx 10^5 \text{ Па} = 0,1 \text{ МПа}$ ).

При определении величин давлений используются три системы отсчета давлений: абсолютная, избыточная и вакуумная.

Под **абсолютным давлением**  $p_{\text{абс}}$  понимается значение давления, на которое данное давление превышает абсолютный ноль давления.

При решении задач из данного учебного пособия значение атмосферного давления в абсолютной системе, если оно не задано, можно принимать равным  $p_{\text{ат}} \approx 10^5 \text{ Па}$ . Если в задаче абсолютное значение атмосферного давления задано высотой ртутного столба  $h_{\text{ат}}$ , то для получения значения атмосферного давления  $p_{\text{ат}}$  в паскалях необходимо воспользоваться соотношением:

$$p_{\text{ат}} = h_{\text{ат}} \cdot \rho_{\text{рт}} \cdot g , \quad (1)$$

где:  $\rho_{\text{рт}}$  – плотность ртути, равная  $13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ;

$g$  – ускорение свободного падения, равное  $9,81 \text{ м/с}^2$ .

Под **избыточным давлением**  $p_{\text{изб}}$  понимается величина давления, на которую данное давление превышает атмосферное давление.

Для перевода значения давления из абсолютной системы  $p_{\text{абс}}$  в избыточную  $p_{\text{изб}}$  и обратно необходимо знать величину атмосферное давление  $p_{\text{ат}}$  в абсолютной системе, тогда  $p_{\text{абс}} = p_{\text{ат}} + p_{\text{изб}}$ .

При решении задачи в избыточной системе отсчета давлений величина атмосферного давления принимается равной нулю ( $p_{\text{ат изб}} = 0$ ), так как при этом избыток над атмосферным давлением равен нулю.

Под величиной **вакуума**  $p_{\text{вак}}$  понимается величина давления, на которую данное давление меньше атмосферного.

В вакуумной системе отсчета давлений, также как и в избыточной, атмосферное давление принимается равным нулю ( $p_{\text{ат вак}} = 0$ ), так как в этом случае недостаток до атмосферного давления равен нулю.

Для перевода величины давления из вакуумной системы отсчета в избыточную или обратно, необходимо изменить знак перед величиной давления, т.е.  $p_{\text{изб}} = -p_{\text{вак}}$ .

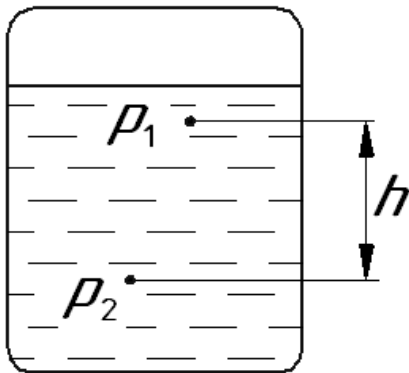
При решении задач **рекомендуется использовать абсолютную или избыточную системы отсчета давлений. Чаще используется избыточная система.**

Вакуумную систему отсчета при решении использовать не рекомендуется, так как это очень часто приводит к ошибкам в расчетах. Если по условию необходимо найти величину вакуума, то задачу следует решать в избыточной системе, а уже полученный результат перевести в вакуумную.

Главное на что необходимо обращать внимание при решении задач это то, что **в одном уравнении все давления были в одной системе отсчета**, то есть они должны быть либо все избыточными, либо все абсолютными.

### **Использование основного закона гидростатики**

Базовым уравнением для решения задач данного раздела является основной закон гидростатики (или основное уравнение гидростатики). Это уравнение позволяет по известной величине давления  $p_1$  в некоторой точке данного объема однородной покоящейся жидкости (рис. 1), определить величину давления  $p_2$  в любой другой точке этого объема, если известно расстояние  $h$  между этими



**Рис. 1. Объем жидкости.**

точками по вертикали.

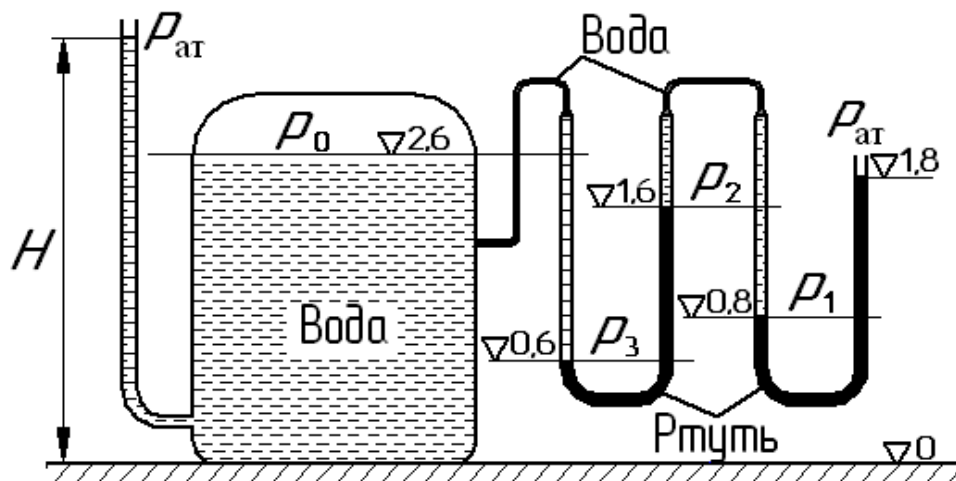
Основное уравнение гидростатики имеет вид:

$$p_2 = p_1 + \rho \cdot g \cdot h, \quad (2)$$

где  $\rho$  – плотность жидкости в рассматриваемом объеме.

При использовании основного уравнения гидростатики необходимо учитывать, что, *если определяется давление в точке, расположенной ниже точки, где давление известно, то глубина  $h$  положительна, в противном случае она принимает отрицательное значение, т.е.*  $p_1 = p_2 - \rho \cdot g \cdot h$ .

**Пример 1.** Определить избыточное давление  $p_0$  воздуха в напорном баке по показанию манометра, составленного из двух U-образных трубок с ртутью. Соединительные трубки заполнены водой. Отметки уровней даны в метрах от пола. Какой высоты  $H$  необходимо иметь пьезометр для измерения того же давления  $p_0$ ?



**Рис. 2. Иллюстрация к примеру 1.**

**Решение.**

В данном случае точкой, где давление известно, является крайний справа открытый в атмосферу конец U-образной трубки. В этой точке давление равно атмосферному  $p_{ат}$ . Так как по условию данной задачи требуется определить избыточную величину давления  $p_0$ , то при решении будем использовать избыточ-

ную систему отсчета давлений. Как известно при этом  $p_{ат}$  следует принять равным нулю ( $p_{ат} = 0$ ).

Особенность данной задачи заключается в том, что в ней рассматривается равновесие двух жидкостей разной плотности. Так как основное уравнение гидростатики справедливо для однородной жидкости, то в подобных случаях рекомендуется равновесие каждой из жидкостей рассматривать в отдельности. Для этого на поверхностях раздела жидкостей (вода-ртуть) вводятся дополнительные неизвестные: давления  $p_1$ ,  $p_2$  и  $p_3$ . После этого уравнение (2) составляется для каждого объема однородной жидкости. В результате получим следующую систему из четырех уравнений:

$$\begin{cases} p_1 = p_{ат} + \rho_{рт} \cdot g \cdot (1,8 - 0,8) \\ p_2 = p_1 - \rho_{в} \cdot g \cdot (1,6 - 0,8) \\ p_3 = p_2 + \rho_{рт} \cdot g \cdot (1,6 - 0,6) \\ p_0 = p_3 - \rho_{в} \cdot g \cdot (2,6 - 0,6) \end{cases}$$

После алгебраических преобразований получим одно уравнение:

$$p_0 = p_{ат} + 2 \cdot \rho_{рт} \cdot g - 2,8 \cdot \rho_{в} \cdot g.$$

Подставив численные значения, вычислим искомое давление:

$$p_0 = 0 + 2 \cdot 13600 \cdot 9,81 - 2,8 \cdot 1000 \cdot 9,81 = 0,239 \cdot 10^6 \text{ Па} = 0,239 \text{ МПа}.$$

Для определения высоты  $H$  пьезометра составим основное уравнение гидростатики (2) для воды, находящейся в баке под давлением  $p_0$ , и в пьезометре, в котором на свободной поверхности давление равно атмосферному  $p_{ат}$ .

Это уравнение имеет вид:

$$p_0 = p_{ат} + \rho_{в} \cdot g \cdot (H - 2,6).$$

Так как при решении используется избыточная система отсчета давлений ( $p_{ат} = 0$ ), то в результате расчета получим:

$$H = \frac{p_0}{\rho_{в} \cdot g} + 2,6 = \frac{0,239 \cdot 10^6}{1000 \cdot 9,81} + 2,6 = 27,0 \text{ м}.$$

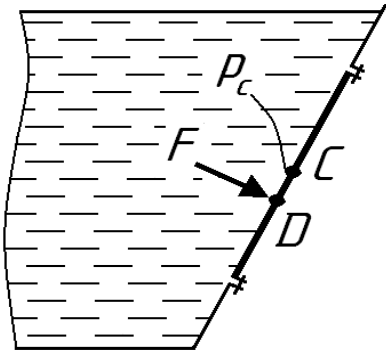
### Определение силы давления жидкости на плоскую стенку

Сила  $F$ , действующая со стороны жидкости на плоскую стенку (рис. 3),



равна произведению величины давления  $p_c$  в центре тяжести стенки (точка  $C$ ) на площадь  $S$  этой стенки, т.е.

$$F = p_c \cdot S. \quad (3)$$

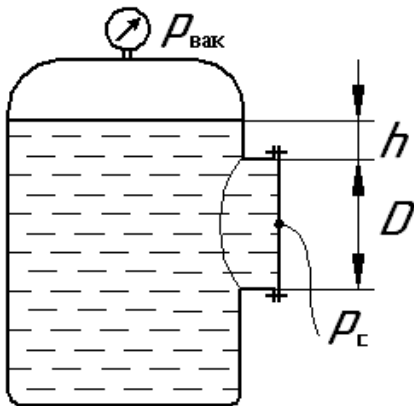


**Рис. 3.** Сила, действующая на стенку.

Направлена эта сила всегда нормально к поверхности стенки. Точку ее приложения называют центром давления (точка  $D$ ). Как правило, центр давления  $D$  располагается ниже центра тяжести  $C$  стенки. На практике при решении задач машиностроительной гидравлики принимается, что центр давления  $D$  и центр тяжести  $C$  совпадают.

*При определении силы давления жидкости на стенку, во избежание ошибок, как правило, рекомендуется использовать избыточную систему отсчета давлений.*

**Пример 2.** Определить силу давления воды на крышку люка диаметром  $D = 1$  м при известном показании вакуумметра  $p_{\text{вак}} = 0,01$  МПа и  $h = 1,5$  м.



### **Решение.**

Используя основное уравнение гидростатики (2), определим давление  $p_c$  в центре тяжести крышки люка в избыточной системе отсчета давлений:

$$p_c = p_{\text{изб}} + \rho_v \cdot g \cdot (h + 0,5 \cdot D),$$

**Рис. 4.** Иллюстрация к примеру 2.

Здесь  $p_{\text{изб}} = -p_{\text{вак}}$  – перевод показаний вакуумметра из вакуумной системы отсчета давлений в избыточную.

Так как с противоположной стороны крышки люка на нее действует атмосферное давление, то величина силы, воспринимаемой болтовой группой, удерживающей крышку люка, равна:

$$F = \left[ -p_{\text{вак}} + \rho_v \cdot g \cdot (h + 0,5 \cdot D) \right] \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}.$$

После подстановки численных значений получим:

$$F = \left[ -0,01 \cdot 10^6 + 10^3 \cdot 9,81 \cdot (1,5 + 0,5 \cdot 1) \right] \cdot \frac{3,14 \cdot 1^2}{4} = 7,56 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

При решении задач рекомендуется также учитывать следующее правило: «Если в задаче имеется подвижный элемент, который по условию находится в покое или движется с постоянной скоростью, то при решении для него необходимо записать уравнение равновесия». Это уравнение представляет собой равенство нулю проекций сил, действующих на подвижный элемент, в направлении его возможного перемещения.

**Пример 3:** Система из двух поршней, соединенных штоком (дифференциальный поршень), находится в равновесии. Определить при этом силу  $F_{\text{пр}}$  со стороны пружины, если плотность жидкости  $\rho = 870 \text{ кг/м}^3$ ; диаметры  $D = 80 \text{ мм}$ ,  $d = 30 \text{ мм}$ ; высота  $H = 1 \text{ м}$ ; избыточное давление  $p_0 = 10 \text{ кПа}$ .

### Решение.

В данной задаче имеется подвижный элемент – это дифференциальный поршень. Уравнение его равновесия в горизонтальном направлении имеет вид:

$$F_{\text{пр}} - F_1 + F_2 = 0,$$

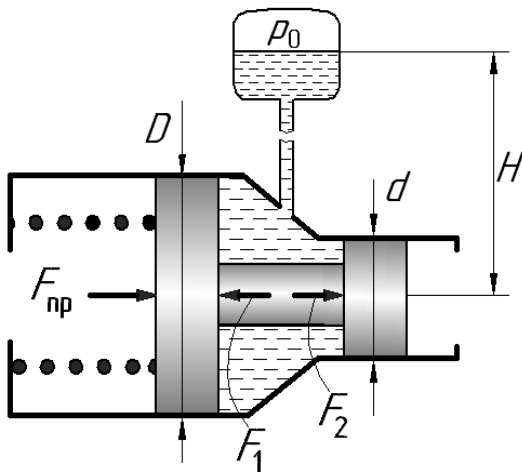


Рис. 5. Иллюстрация к примеру 3.

где:  $F_{\text{пр}}$  – искомая сила;

$$F_1 = p_c \cdot \frac{\pi \cdot (D^2 - d_{\text{ш}}^2)}{4} \text{ – сила давления}$$

жидкости на поршень диаметром  $D$ ;

$$F_2 = p_c \cdot \frac{\pi \cdot (d^2 - d_{\text{ш}}^2)}{4} \text{ – сила давления}$$

жидкости на поршень диаметром  $d$ ;

$d_{\text{ш}}$  – диаметр штока, соединяющего поршни (по условию задачи не задан);

$p_c$  – избыточное давление в центре тяжести площади соответствующего поршня.

Следует обратить внимание на то, что при определении сил  $F_1$  и  $F_2$  в соответствии формулой (3) используется одно и то же давление  $p_c$ . Причина этого

в том, что центры тяжести площадей обеих поршней, имеющих форму кольца, расположены на общей горизонтальной оси. Используя основное уравнение гидростатики (2), величину давления  $p_c$  определяем в виде:

$$p_c = p_0 + \rho \cdot g \cdot H.$$

Таким образом, искомая сила  $F_{\text{пр}} = F_1 - F_2 = p_c \cdot \frac{\pi \cdot (D^2 - d_{\text{ш}}^2 - d^2 + d_{\text{ш}}^2)}{4}$

или  $F_{\text{пр}} = (p_0 + \rho \cdot g \cdot H) \cdot \frac{\pi \cdot (D^2 - d^2)}{4}$ .

Отметим, что при определении сил  $F_1$  и  $F_2$  использовалось неизвестная величина (диаметр штока  $d_{\text{ш}}$ ), которая в результате алгебраических преобразований сократилась.

После подстановки численных значений получим:

$$F_{\text{пр}} = (10 \cdot 10^3 + 870 \cdot 9,81 \cdot 1) \cdot \frac{3,14 \cdot (0,08^2 - 0,03^2)}{4} = 80,6 \text{ Н}.$$

### Контрольные задачи

(Величины, необходимые для решения, взять из таблицы 1 в конце данного раздела).

**Задача 1.1.** Определить давление воды в резервуаре  $p_p$ , если манометр показывает давление  $p_m$ , а высота уровня воды в соединительной трубе  $h$ . (Величины  $p_m$  и  $h$  взять из таблицы 1).

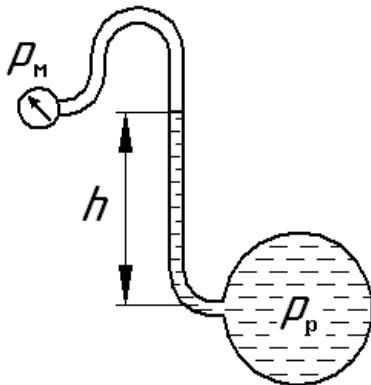


Рисунок к задаче 1.1.

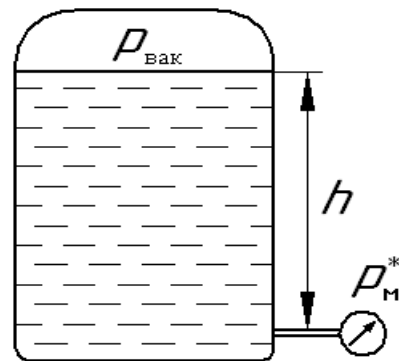


Рисунок к задаче 1.2.

**Задача 1.2.** Определить давление  $p_m^*$ , которое показывает манометр, если на поверхности воды в баке, расположенной на высоте  $h$ , имеет место вакуум  $p_{\text{вак}}$ . (Величины  $p_{\text{вак}}$  и  $h$  взять из таблицы 1).

**Задача 1.3.** Определить давление  $p_1$  в жидкости под диафрагмой, если известна сила  $F$ , приложенная к штоку. Принять площадь диафрагмы  $S$ . Упруго-

стью диафрагмы пренебречь. (Величины  $F$  и  $S$  взять из таблицы 1).

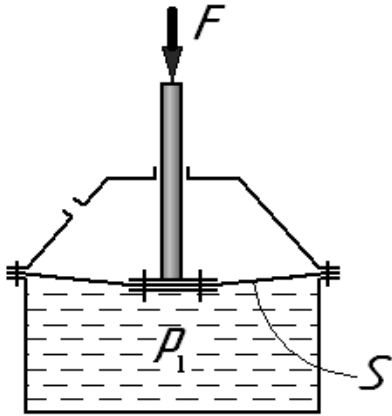


Рисунок к задаче 1.3.

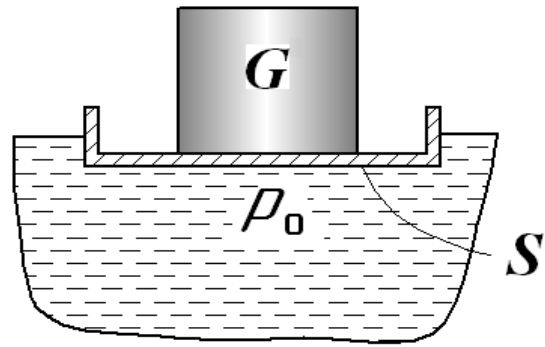


Рисунок к задаче 1.4.

**Задача 1.4.** Определить вес груза  $G$ , установленного на плавающем понтоне, если известно давление  $p_0$  жидкости под ним. Весом понтона пренебречь, а площадь его днища равна  $S$ . (Величины  $p_0$  и  $S$  взять из таблицы 1).

**Задача 1.5.** Определить силу  $F_0$ , необходимую для удержания поршня на высоте  $H$  над поверхностью воды. Над поршнем располагается столб воды высотой  $h$ . Даны диаметры поршня  $D$  и штока  $d$ . Весом поршня и штока пренебречь. (Величины  $H$ ,  $h$ ,  $D$  и  $d$  взять из таблицы 1).

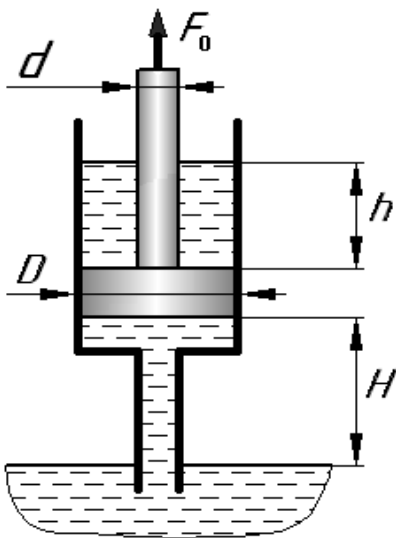


Рисунок к задаче 1.5.

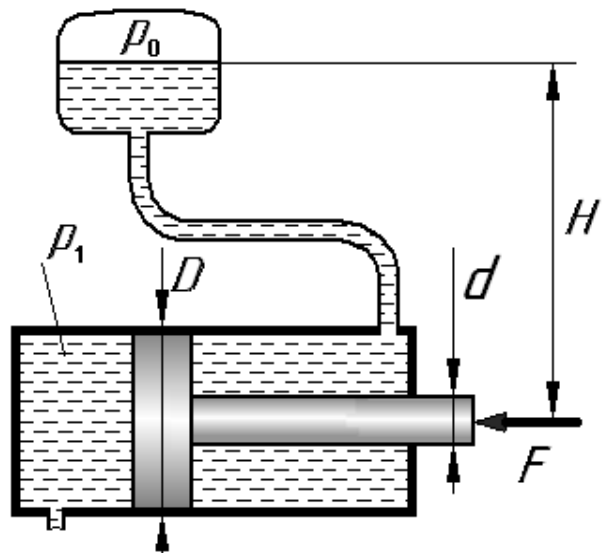


Рисунок к задаче 1.6.

**Задача 1.6.** Определить минимальное давление  $p_1$ , которое необходимо подвести к левой полости цилиндра, чтобы преодолеть усилие  $F$  на штоке. Даны: диаметры поршня  $D$  и штока  $d$ , давление  $p_0$  над жидкостью в баке и высота  $H$ . Силами трения пренебречь. Принять плотность жидкости  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ . (Величины  $p_0$ ,  $H$ ,  $D$ ,  $d$  и  $F$  взять из таблицы 1).

**Задача 1.7.** Определить показание манометра  $p_m^*$ , если к штоку неподвижного поршня приложена сила  $F$ , его диаметр  $D$ , высота  $H$ , плотность жидкости  $\rho = 800 \text{ кг/м}^3$ . (Величины  $H$ ,  $D$  и  $F$  взять из таблицы 1).

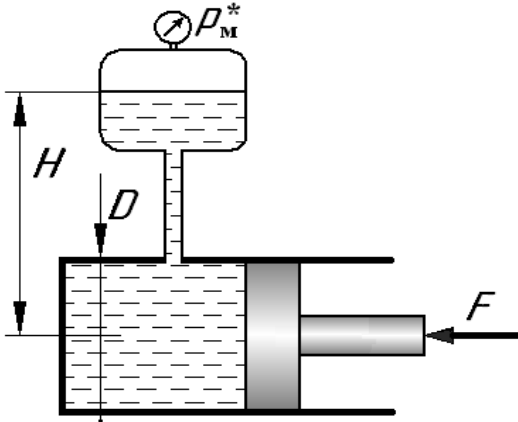


Рисунок к задаче 1.7.

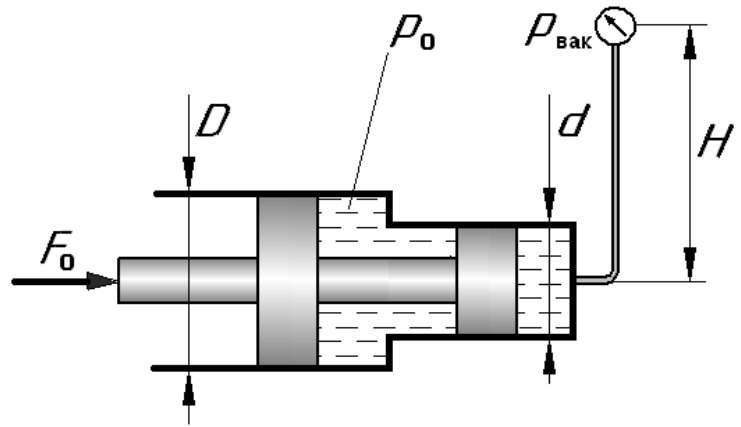


Рисунок к задаче 1.8.

**Задача 1.8.** Определить силу  $F_0$  на штоке неподвижного золотника, если даны: показание вакуумметра  $p_{\text{вак}}$ , избыточное давление  $p_0$  во внутренней полости, высота расположения вакуумметра  $H$ , диаметры поршней  $D$  и  $d$ , плотность жидкости  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ . (Величины  $H$ ,  $p_{\text{вак}}$ ,  $p_0$ ,  $D$  и  $d$  взять из таблицы 1).

**Задача 1.9.** Определить давление  $p_2$  в верхнем цилиндре мультипликатора (служит для повышения давления с  $p_1$  до  $p_2$ ), если показание манометра, подключенного к нижней полости цилиндра, равно  $p_m$ . Дано: вес комбинированного поршня  $F$ , диаметры  $D$  и  $d$ , высота расположения манометра  $H$ . Считать, что поршень неподвижен, силами трения пренебречь. Плотность жидкости  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ . (Величины  $H$ ,  $p_m$ ,  $D$  и  $d$  взять из таблицы 1).

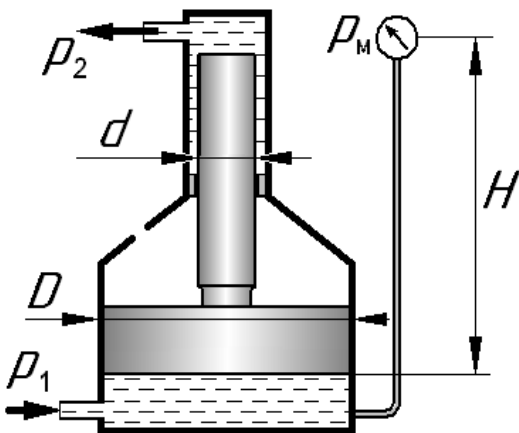


Рисунок к задаче 1.9.

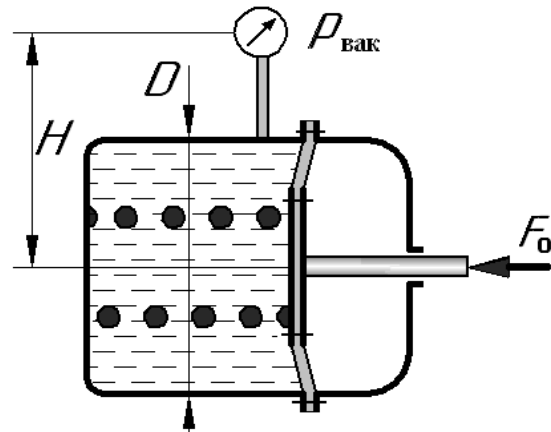


Рисунок к задаче 1.10.

**Задача 1.10.** Определить силу  $F_0$  на штоке диафрагмы, обеспечивающую

ее равновесие, если заданы: диаметр  $D$ , показание вакуумметра  $p_{\text{вак}}$ , высота его расположения  $H$ , плотность жидкости  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ . Пружина сжатия, установленная в правой полости, при этом создает силу  $F_{\text{пр}}$ . Упругостью диафрагмы пренебречь. (Величины  $H$ ,  $p_{\text{вак}}$ ,  $F_{\text{пр}}$  и  $D$ , взять из таблицы 1).

**Задача 1.11.** Определить давление  $p_1$ , которое необходимо подвести к левой полости гидроцилиндра для обеспечения равновесия его поршня, если в расширительном бачке над жидкостью давление составляет  $p_0$ , а высота равна  $H$ , сила сжатия пружины –  $F_{\text{пр}}$ , а сила приложенная к штоку –  $F$ . При решении принять диаметр поршня  $D$ , диаметр штока  $d$ , а плотность жидкости  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ . Силами трения пренебречь. (Величины  $H$ ,  $p_0$ ,  $F$ ,  $F_{\text{пр}}$ ,  $D$  и  $d$  взять из таблицы 1).

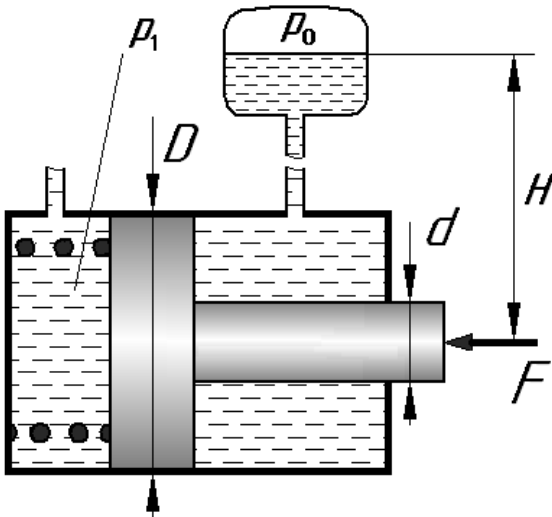


Рисунок к задаче 1.11.

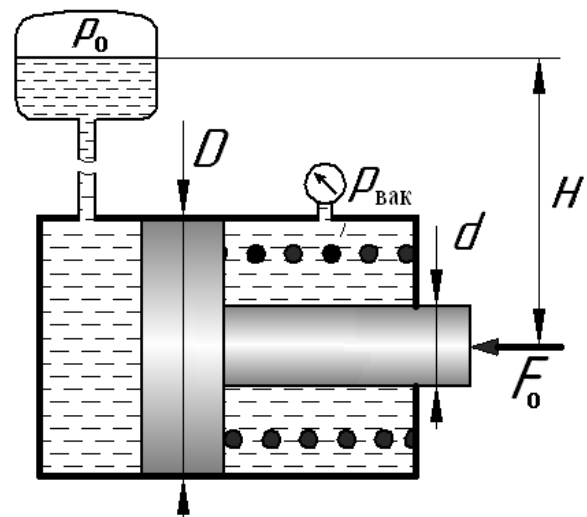


Рисунок к задаче 1.12.

**Задача 1.12.** Определить силу на штоке неподвижного поршня  $F_0$ , если известно давление  $p_0$  над жидкостью в бачке, а уровень жидкости в нем расположен на высоте  $H$ . В правой полости гидроцилиндра при этом имеет место вакуум  $p_{\text{вак}}$ . Сила сжатия пружины равна  $F_{\text{пр}}$ . При решении принять диаметр поршня  $D$ , диаметр штока  $d$ , а плотность жидкости  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ . Силами трения пренебречь. (Величины  $H$ ,  $p_0$ ,  $F_{\text{пр}}$ ,  $D$  и  $d$  взять из таблицы 1).

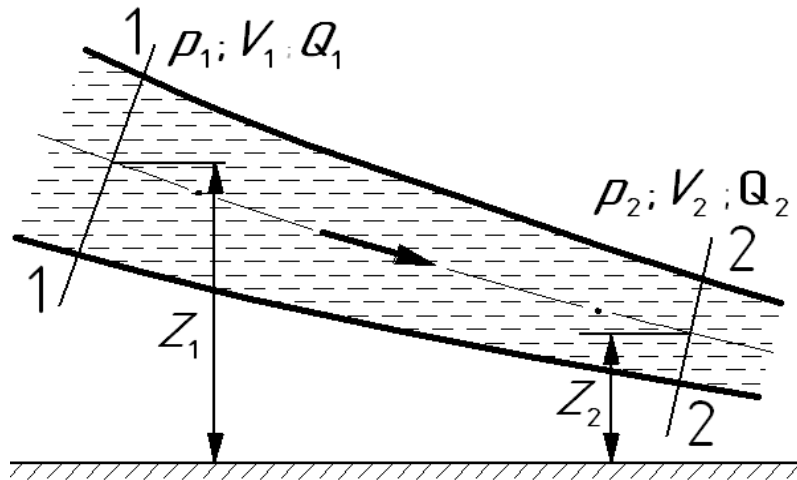
**Численные значения величин, необходимые для решения задач.**

Таблица 1.

Вариант	Физические величины									
	$h$	$H$	$D$	$d$	$S$	$F$	$F_{\text{пр}}$	$p_0$	$p_m$	$p_{\text{вак}}$
	м	м	мм	мм	см <sup>2</sup>	Н	Н	МПа	МПа	МПа
А	3	5,5	70	45	8	350	100	0,32	0,24	0,015
Б	4,5	7	65	35	11	550	150	0,25	0,18	0,02
В	6,5	9	95	60	5	675	170	0,15	0,14	0,030
Г	4	7,5	75	55	6	450	75	0,4	0,15	0,012
Д	5	8	50	30	12	250	125	0,6	0,22	0,04
Е	6	9,5	75	55	4	500	80	0,35	0,2	0,05
Ж	8	6	55	40	7	300	70	0,3	0,28	0,022
З	2,5	5	90	70	10	400	60	0,1	0,16	0,008
И	5,5	8	80	65	6	650	115	0,45	0,12	0,013
К	8,5	10	85	50	9	600	90	0,2	0,1	0,016

## 2. ПРИМЕНЕНИЕ УРАВНЕНИЯ БЕРНУЛЛИ

Уравнение Бернулли представляет собой уравнение баланса удельной механической энергии жидкости, записанное для двух сечений одного и того же потока.



**Рис. 6. Поток реальной жидкости.**

На рис. 6 в сечениях 1-1 и 2-2 обозначены следующие величины:

$Z_1; Z_2$  – геометрические высоты, определяющие положения центров тяжести сечений относительно горизонтальной базовой плоскости;

$p_1; p_2$  – давления жидкости в сечениях;

$V_1; V_2$  – средние скорости жидкости в сечениях;

$Q_1; Q_2$  – объемные расходы жидкости в сечениях.

Уравнение Бернулли определяет связь между основными параметрами потока жидкости в рассматриваемых сечениях. При этом оно учитывает суммарные гидравлические потери  $\Sigma h_{1-2}$  механической энергии, которые происходят при движении реальной жидкости от первого сечения 1-1 к второму 2-2.

В общем случае для реальной жидкости уравнение Бернулли имеет вид:

$$Z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \Sigma h_{1-2}. \quad (4)$$

Слагаемые, входящие в уравнение Бернулли, имеют следующий геометрический и энергетический смысл:

$Z_i$  – **нивелирная высота** (удельная энергия положения жидкости в  $i$ -том сечении потока);



$\frac{p_i}{\rho \cdot g}$  – **пьезометрическая высота** (удельная энергия давления жидкости в  $i$ -том сечении потока);

$Z_i + \frac{p_i}{\rho \cdot g}$  – **гидростатический напор** (удельная потенциальная энергия жидкости в  $i$ -том сечении потока);

$\alpha_i \frac{V_i^2}{2g}$  – **скоростной напор** (удельная кинетическая энергия жидкости в  $i$ -том сечении потока);

$Z_i + \frac{p_i}{\rho \cdot g} + \alpha_i \frac{V_i^2}{2g}$  – **полный напор в сечении** (полная удельная механическая энергия жидкости в  $i$ -том сечении потока).

Безразмерные коэффициенты Кориолиса  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , используемые перед скоростными напорами, учитывают неравномерность распределения скорости в сечении потока.

При решении задач данного раздела, как правило, совместно с уравнением Бернулли используется **уравнение расхода**, которое записанное для двух сечений одного и того же потока имеет вид:

$$Q_1 = Q_2,$$

Учитывая то, что  $Q = V \cdot S$ , для рассматриваемых сечений получим:

$$V_1 \cdot S_1 = V_2 \cdot S_2. \quad (5)$$

Таким образом, *если в записанном уравнении Бернулли используются несколько средних скоростей в разных сечениях рассматриваемого потока, то, используя зависимость (5), все они могут быть выражены через одну из этих средних скоростей.*

### Рекомендации по применению уравнения Бернулли

При применении уравнения Бернулли (4) для решения конкретной задачи рекомендуется следующая последовательность действий:

1. Выбираем два сечения, для которых будет записываться уравнение.
2. Выбираем плоскость сравнения для отсчета нивелирных высот  $Z_1$  и  $Z_2$ .

3. Записываем уравнение Бернулли в общем виде, исключая члены равные нулю.

При выборе сечений рекомендуется выполнять следующие правила:

- уравнение Бернулли, как правило, записывается для двух сечений одного и того же потока жидкости;
- сечения выбираются нормально направлению вектора скорости жидкости;
- уравнение записывается с учетом направления движения жидкости, т.е. от первого сечения по течению жидкости ко второму.

В качестве сечений рекомендуется принимать:

- свободную поверхность жидкости в резервуаре (баке), где скорость  $V \approx 0$ ;
- выход в атмосферу, где давление равно атмосферному  $p_{\text{ат}}$ , которое при решении задачи в избыточной системе принимается равным нулю;
- сечение, где присоединен манометр, вакуумметр или пьезометр;
- неподвижный воздух вдалеке от входа в трубу, в которую происходит всасывание из атмосферы (в этом сечении можно принять  $V \approx 0$  и  $p_{\text{изб}} = 0$ ).

В качестве плоскости отсчета нивелирных высот рекомендуется выбирать:

- горизонтальную плоскость, проходящую через центр тяжести сечения, расположенного ниже по высоте;
- нижнюю из горизонтальных плоскостей, от которой проставлены размеры.

При определении величин безразмерных коэффициентов Кориолиса  $\alpha$  необходимо помнить, что для ламинарного режима течения  $\alpha = 2$ , а для турбулентного – можно принимать  $\alpha = 1$ .

Для оценки режима течения необходимо вычислить число Рейнольдса  $Re$  по одной из следующих формул:

$$Re = \frac{V \cdot d}{\nu} \quad \text{или} \quad Re = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d \cdot \nu}, \quad (6)$$

где:  $d$  – диаметр проходного сечения трубы;

$\nu$  – кинематическая вязкость жидкости.

Если полученное  $Re < 2300$ , то в потоке имеет место ламинарное течение,

а если  $Re > 4000$  – то течение турбулентное.

В диапазоне от  $Re = 2300$  до  $Re = 4000$  существует, так называемая, переходная область. В этой области ламинарное течение не устойчиво и поэтому на практике рекомендуется при решении использовать методы, аналогичные методам расчета, применяемым для турбулентного режима течения.

Если в начале решения задачи вычислить число Рейнольдса невозможно, то в таких задачах режимом течения вначале необходимо задаться, а по окончании решения провести проверку правильности выбора режима. При этом рекомендуется для маловязких жидкостей (вода, бензин, газы) предполагать турбулентный режим течения, а для жидкостей с повышенной вязкостью (минеральные масла) – ламинарный.

При определении величины суммарных гидравлических потерь  $\Sigma h_{1-2}$  необходимо учитывать, что в гидравлике потери делятся на два вида:

- потери в местных гидравлических сопротивлениях –  $h_m$  ;
- потери на трение по длине в прямолинейных трубах постоянного проходного сечения –  $h_{тр}$  .

Потери напора в местных гидравлических сопротивлениях вычисляются по формуле Вейсбаха:

$$h_m = \zeta \cdot \frac{V^2}{2g} , \quad (7)$$

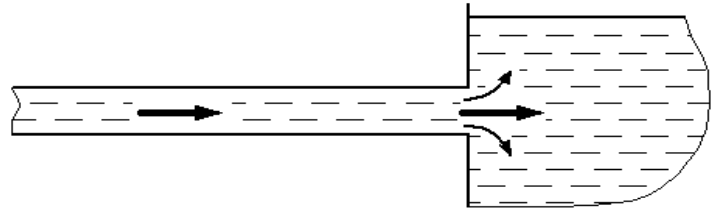
где:  $V$  – средняя скорость по сечению в трубопроводе, в котором установлено местное сопротивление. Если при этом трубопровод меняет свое проходное сечение, то в качестве  $V$  выбирается скорость в наименьшем по размеру сечении;

$\zeta$  – безразмерный коэффициент потерь в местном сопротивлении.

Как правило, коэффициент  $\zeta$  задается по условию задачи или вычисляется по известным формулам (см. учебник).

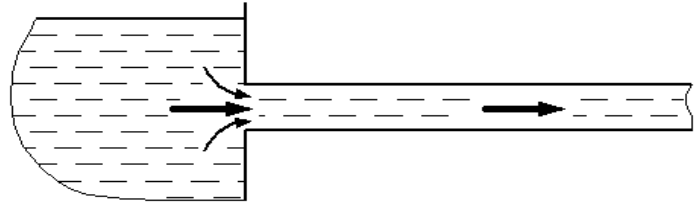
Для часто встречающихся простейших сопротивлений рекомендуется при турбулентном режиме течения принимать следующие значения  $\zeta$ :

– внезапное расширение при подводе жидкости по трубопроводу к баку больших размеров  $\zeta_{\text{рас}} = 1$ ;



**Рис. 7. Внезапное расширение потока.**

– внезапное сужение при отводе жидкости по трубопроводу от бака больших размеров  $\zeta_{\text{суж}} = 0,5$ .



**Рис. 8. Внезапное сужение потока.**

Потери напора на трение по длине трубы определяют по формуле Дарси:

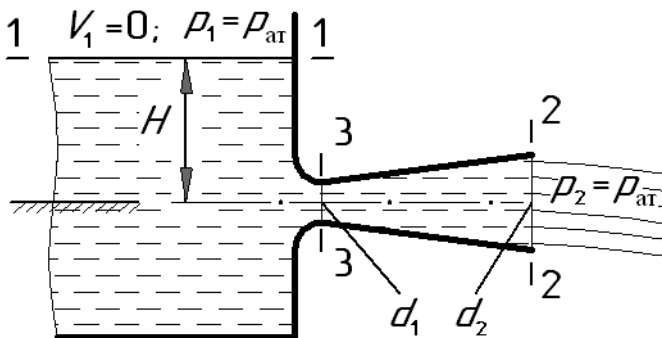
$$h_{\text{тр}} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{V^2}{2g}, \quad (8)$$

где:  $\lambda$  – коэффициент потерь на трение или коэффициент Дарси;

$l$  и  $d$  – длина и диаметр проходного сечения трубы (трубопровода).

Величина  $\lambda$  обычно задается по условию задачи или определяется с использованием известных зависимостей (см. раздел 4).

**Пример 4.** Жидкость вытекает из открытого резервуара в атмосферу через трубу, имеющую плавное сужение до диаметра  $d_1 = 10$  мм, а затем постепенное расширение до  $d_2$ . Течение происходит под действием напора  $H = 3$  м. Пренебрегая потерями энергии и считая режим течения турбулентным, определить расход жидкости, а также абсолютное давление в узком сечении трубы. При решении принять: соотношение диаметров  $d_2/d_1 = \sqrt{2}$ ; атмосферное давление соответствует  $h_{\text{ат}} = 750$  мм рт. ст.; плотность жидкости  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>.



**Рис. 9. Иллюстрация к примеру 4.**

### **Решение.**

По условию данной задачи требуется определение абсолютного значения давления. Поэтому при решении используем абсолютную систему отсчета давлений.

Вспользуемся рекомендуемой последовательностью действий.

1. Выбираем два сечения.

В качестве сечения 1-1 выберем свободную поверхность жидкости в резервуаре. Тогда в этом сечении скорость  $V_1 = 0$ , а давление  $p_1 = p_{\text{ат}}$ .

В качестве сечения 2-2 выбираем сечение на выходе из трубы в атмосферу. Тогда в нем давление  $p_2 = p_{\text{ат}}$ .

2. Выбираем плоскость отсчета нивелирных высот.

За плоскость сравнения принимаем горизонтальную плоскость, проходящую через ось трубы. Эта плоскость удобна тем, что проходит через центр тяжести сечения (2-2) и от нее проставлен вертикальный размер  $H$ .

3. Записываем уравнение Бернулли.

В соответствии с условием задачи при записи уравнения Бернулли пренебрегаем потерями энергии ( $\Sigma h_{1-2} = 0$ ) и считаем режим течения турбулентным ( $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ ). Тогда уравнение (4) для данного случая принимает вид:

$$H + \frac{p_{\text{ат}}}{\rho \cdot g} + 0 = 0 + \frac{p_{\text{ат}}}{\rho \cdot g} + 1 \cdot \frac{V_2^2}{2g} + 0 \quad .$$

В уравнении только одна неизвестная величина – средняя скорость жидкости в сечении 2-2. Решая уравнение относительно этой скорости и вычисляя ее величину, получим:

$$V_2 = \sqrt{2g \cdot H} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 3} = 7,67 \text{ м/с} \quad .$$

По известной скорости  $V_2$ , учитывая то, что  $d_2 = \sqrt{2} \cdot d_1$ , находим искомую величину расхода.

$$Q = V_2 \cdot \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} = V_2 \cdot \frac{\pi \cdot (\sqrt{2} \cdot d_1)^2}{4} = 7,67 \cdot \frac{3,14 \cdot 2 \cdot 0,01^2}{4} = 1,20 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} \quad .$$

Таким образом, получен ответ на первый вопрос задачи, т.е. вычислен расход жидкости  $Q = 1,2 \text{ л/с}$ .

Для определения искомого абсолютного давления в узком сечении трубы необходимо вновь воспользоваться уравнением Бернулли, а значит, выполнить все рекомендуемые операции еще раз.

1. Выбираем два сечения.

Выбираем новое сечение 3-3 в узком месте потока, так как здесь требуется найти абсолютное давление  $p_3$ .

В качестве второго сечения возьмем сечение 2-2, в котором давление равно атмосферному ( $p_2 = p_{ат}$ ) и уже определена средняя скорость жидкости  $V_2$ .

2. Выбираем плоскость отсчета нивелирных высот.

В качестве этой плоскости принимаем плоскость, используемую ранее.

3. Записываем уравнение Бернулли.

Учитывая допущения, принимаемые по условию задачи, уравнение для сечений 3-3 и 2-2 имеет вид:

$$0 + \frac{p_3}{\rho \cdot g} + 1 \cdot \frac{V_3^2}{2g} = 0 + \frac{p_{ат}}{\rho \cdot g} + 1 \cdot \frac{V_2^2}{2g} + 0 ,$$

где  $V_3$  – скорость жидкости в сечении 3-3.

Кроме искомого давления  $p_3$  в уравнении имеются две неизвестные по условию задачи величины: скорость  $V_3$  и давление  $p_{ат}$ .

Скорость  $V_3$  можно найти на основании уравнения расхода (5), т.е.

$$V_3 \cdot \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} = V_2 \cdot \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} .$$

Учитывая заданное соотношение между диаметрами  $d_1$  и  $d_2$ , получим:

$$V_3 = V_2 \cdot \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^2 = V_2 \cdot (\sqrt{2})^2 = 7,67 \cdot 2 = 15,3 \text{ м/с} .$$

Для определения величины  $p_{ат}$  воспользуемся зависимостью (1). Тогда:

$$p_{ат} = h_{ат} \cdot \rho_{рт} \cdot g = 0,75 \cdot 13600 \cdot 9,81 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Па} .$$

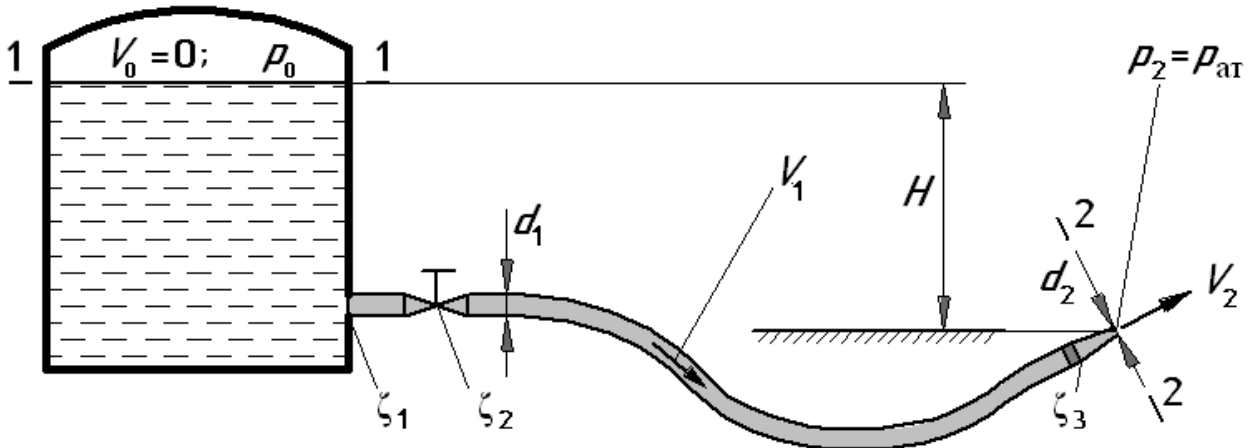
Далее из уравнения Бернулли определяем искомую величину давления

$$p_3 = p_{ат} + \frac{\rho}{2} (V_2^2 - V_3^2) = 10^5 + \frac{1000}{2} (7,67^2 - 15,3^2) = 12,4 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

Таким образом, абсолютное давление в узком сечении потока составляет 12,4 кПа.

**Пример 5:** Жидкость вытекает из бака по гибкому шлангу, а затем через брандспойт в атмосферу. Определить скорость истечения воды из брандспойта  $V_2$ , если известно: избыточное давление над поверхностью воды в напорном ба-

ке  $p_0 = 0,45$  МПа, длина шланга  $l = 20$  м, его внутренний диаметр  $d_1 = 20$  мм, диаметр выходного отверстия брандспойта  $d_2 = 10$  мм, высота уровня воды в баке над отверстием брандспойта  $H = 5$  м. Учесть местные гидравлические сопротивления при входе в трубу  $\zeta_1 = 0,5$ , в кране  $\zeta_2 = 3,5$ , в брандспойте  $\zeta_3 = 0,1$  ( $\zeta_3$  отнесен к скорости  $V_2$ ). Коэффициент потерь на трение принять  $\lambda = 0,018$ , а вязкость воды –  $\nu = 0,01$  см<sup>2</sup>/с.



**Рис. 10. Иллюстрация к примеру 5.**

**Решение.**

Вспользуемся рекомендуемой последовательностью действий.

**1. Выбираем два сечения.**

В качестве сечения 1-1 выберем поверхность жидкости в баке. Тогда для этого сечения скорость  $V_0 = 0$ , а давление  $p_0$ . В качестве сечения 2-2 выбираем сечение на выходе из брандспойта в атмосферу, где давление  $p_2 = p_{ат}$ .

**2. Выбираем плоскость отсчета нивелирных высот.**

В качестве этой плоскости принимаем горизонтальную плоскость, проходящую через центр тяжести сечения 2-2. От этой плоскости задан размер  $H$ .

**3. Записываем уравнение Бернулли.**

Так как в данном случае невозможно определить режим течения жидкости в трубе (по условию задачи не заданы ни средняя скорость жидкости в трубе ни расход), то режимом течения необходимо задаться.

Учитывая, что вода относится к маловязким жидкостям, более вероятным считается турбулентное течение. Исходя из этого, принимаем режим течения турбулентным, тогда  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ .

Отсюда уравнение Бернулли принимает вид:

$$H + \frac{p_0}{\rho \cdot g} + 0 = 0 + \frac{p_{ат}}{\rho \cdot g} + 1 \cdot \frac{V_2^2}{2g} + \Sigma h_{1-2} .$$

Для оценки гидравлических потерь между рассматриваемыми сечениями 1-1 и 2-2 ( $\Sigma h_{1-2}$ ) следует мысленно пройти путь жидкости от сечения 1-1 до сечения 2-2 и просуммировать потери в местных сопротивлениях, встретившихся на этом пути, а затем добавить потери на трение по длине трубы.

В нашем случае получим:

$$\Sigma h_{1-2} = h_1 + h_2 + h_3 + h_{тр} ,$$

где:  $h_1 = \zeta_1 \cdot \frac{V_1^2}{2g}$  – потери на внезапное сужение при входе в трубу;

$h_2 = \zeta_2 \cdot \frac{V_1^2}{2g}$  – потери в кране;

$h_3 = \zeta_3 \cdot \frac{V_2^2}{2g}$  – потери в брандспойте (по условию задачи оговорено, что

коэффициент  $\zeta_3$  отнесен к скорости  $V_2$ );

$h_{тр} = \lambda \cdot \frac{l}{d_1} \cdot \frac{V_1^2}{2g}$  – потери на трение по длине шланга;

$V_1$  – средняя скорость жидкости по сечению в шланге диаметром  $d_1$ .

После подстановки уравнение Бернулли принимает вид:

$$H + \frac{p_0}{\rho \cdot g} = \frac{p_{ат}}{\rho \cdot g} + \frac{V_2^2}{2g} + \zeta_1 \cdot \frac{V_1^2}{2g} + \zeta_2 \cdot \frac{V_1^2}{2g} + \zeta_3 \cdot \frac{V_2^2}{2g} + \lambda \cdot \frac{l}{d_1} \cdot \frac{V_1^2}{2g}$$

Из уравнения легко исключается величина  $p_{ат}$ . Действительно, так как  $p_0$  задано избыточным, то  $p_{ат}$  также должно быть избыточным, а в избыточной системе отсчета давлений  $p_{ат} = 0$ .

Записанное уравнение содержит две неизвестные скорости  $V_1$  и  $V_2$ . Выразим скорость  $V_1$  через скорость  $V_2$ . Для этого воспользуемся уравнением (5).

$$V_1 = V_2 \cdot \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^2 . \quad (9)$$

После алгебраических преобразований, уравнение Бернулли принимает окончательный вид:



$$H + \frac{p_0}{\rho \cdot g} = \frac{V_2^2}{2g} \cdot \left[ (1 + \zeta_3) + \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^4 \cdot \left( \zeta_1 + \zeta_2 + \lambda \cdot \frac{l}{d_1} \right) \right].$$

Полученное уравнение содержит одну неизвестную  $V_2$ , которая равна:

$$V_2 = \sqrt{\frac{2g \cdot \left( H + \frac{p_0}{\rho \cdot g} \right)}{1 + \zeta_3 + \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^4 \cdot \left( \zeta_1 + \zeta_2 + \lambda \cdot \frac{l}{d_1} \right)}}.$$

Подставив в формулу численные значения, получим:

$$V_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot \left( 5 + \frac{0,45 \cdot 10^6}{1000 \cdot 9,81} \right)}{1 + 0,1 + \left( \frac{0,01}{0,02} \right)^4 \cdot \left( 0,5 + 3,5 + 0,018 \cdot \frac{20}{0,02} \right)}} = 20,1 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Таким образом, скорость истечения воды из брандспойта  $V_2 = 20,1$  м/с.

Проверим выполняется ли принятое ранее допущение о том, что в трубопроводе имеет место турбулентный режим течения жидкости.

Для этого по известной скорости  $V_2$ , используя формулу (9), вычислим значение средней скорости  $V_1 = 5,0$  м/с.

Тогда, используя полученные значения скоростей  $V_1$  и  $V_2$ , по формуле (6) вычисляем соответствующие величины чисел Рейнольдса:

$$\text{Re}_1 = \frac{5,0 \cdot 0,02}{0,01 \cdot 10^{-4}} = 10^5 \quad \text{и} \quad \text{Re}_2 = \frac{20,1 \cdot 0,01}{0,01 \cdot 10^{-4}} = 2 \cdot 10^5.$$

Полученные значения чисел  $\text{Re}_1$  и  $\text{Re}_2$  подтверждают правильность сделанного допущения.

### Контрольные задачи

(Величины, необходимые для решения, взять из таблицы 2 в конце данного раздела).

**Задача 2.1.** Вода вытекает из напорного бака, открытая поверхность жидкости в котором расположена на высоте  $H$ , по трубе длиной  $l$  и диаметром  $d$  в атмосферу. Определить избыточное давление  $p_0^*$ , которое необходимо создать в баке для обеспечения расход  $Q$ . При решении учесть потери: на входе в трубу (внезапное сужение), в кране  $\zeta_{\text{кр}}$ , на повороте (в колене)  $\zeta_{\text{кол}} = 0,5$  и на трение по

длине трубы  $\lambda = 0,03$ . Режим течения считать турбулентным. (Величины  $Q$ ,  $H$ ,  $l$ ,  $d$  и  $\zeta_{кр}$  взять из таблицы 2).

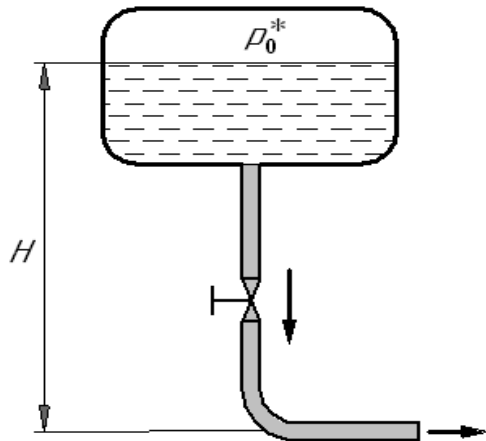


Рисунок к задаче 2.1.

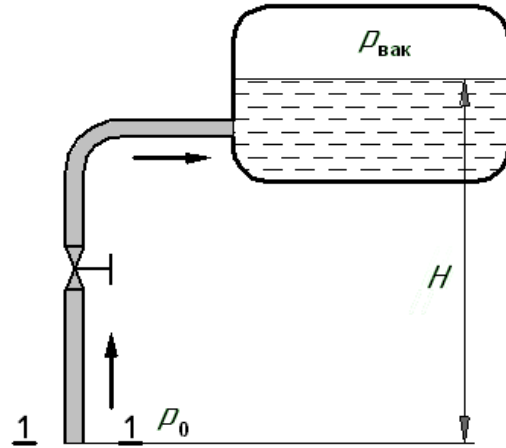


Рисунок к задаче 2.2.

**Задача 2.2.** Вода поступает в бак по трубе длиной  $l$  и диаметром  $d$ . Определить расход  $Q^*$ , если избыточное давление в сечении 1-1  $p_0$ , уровень жидкости в баке располагается на высоте  $H$ , а над свободной поверхностью имеет место вакуум  $p_{\text{вак}}$ . При решении учесть потери: в кране  $\zeta_{кр}$ , на поворот (в колене)  $\zeta_{\text{кол}} = 0,5$ , при выходе из трубы в бак (внезапное расширение) и на трение по длине трубы  $\lambda = 0,03$ . Режим течения считать турбулентным. (Величины  $p_0$ ,  $p_{\text{вак}}$ ,  $H$ ,  $l$ ,  $d$  и  $\zeta_{кр}$  взять из таблицы 2).

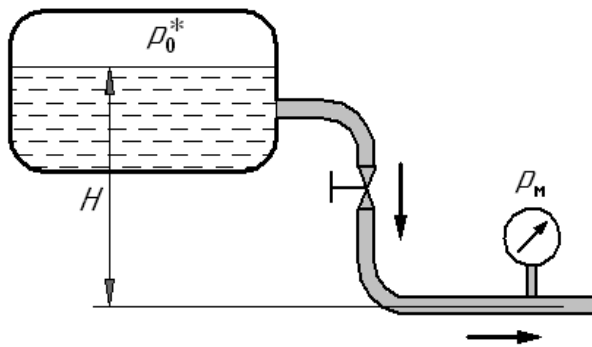


Рисунок к задаче 2.3.

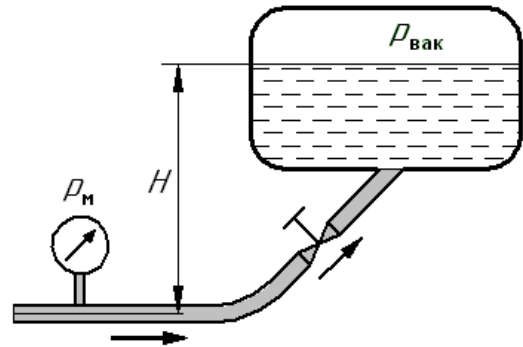


Рисунок к задаче 2.4.

**Задача 2.3.** Вода вытекает из напорного бака, уровень жидкости в котором находится на высоте  $H$ . Жидкость движется по трубе длиной  $l$  и диаметром  $d$ , на которой установлен кран с коэффициентом сопротивления  $\zeta_{кр}$  и манометр, показывающий давление  $p_m$ . Определить избыточное давление в баке  $p_0^*$ , при котором обеспечивается заданная величина расхода  $Q$ . При решении учесть потери напора на входе в трубу (внезапное сужение), на каждом повороте (коле-

не)  $\zeta_{\text{кол}} = 0,5$ , в кране, и на трение по длине трубы  $\lambda = 0,025$ . Режим течения считать турбулентным. (Величины  $p_m$ ,  $Q$ ,  $H$ ,  $l$ ,  $d$  и  $\zeta_{\text{кр}}$  взять из таблицы 2).

**Задача 2.4.** Определить расход воды  $Q^*$ , поступающей по трубе длиной  $l$  и диаметром  $d$  в бак, уровень жидкости в котором находится на высоте  $H$ . Решить задачу при известном показании манометра  $p_m$  и вакууме над жидкостью в баке  $p_{\text{вак}}$ . Принять коэффициенты сопротивления на поворот трубы (в колене)  $\zeta_{\text{кол}} = 0,2$  и в кране  $\zeta_{\text{кр}}$ . При решении также учесть потери на внезапное расширение при выходе их трубы в бак и потери на трение по длине трубы  $\lambda = 0,02$ . Режим течения считать турбулентным. (Величины  $p_m$ ,  $p_{\text{вак}}$ ,  $H$ ,  $l$ ,  $d$  и  $\zeta_{\text{кр}}$  взять из таблицы 2).

**Задача 2.5.** Вода перетекает из напорного бака в открытый резервуар по трубе длиной  $l$  и диаметром  $d$ , на которой установлен кран с коэффициентом сопротивления  $\zeta_{\text{кр}}$ . Определить избыточное давление в баке  $p_0^*$ , при котором обеспечится необходимый расход  $Q$ . При решении учесть значения высот  $H$  и  $h$ , потери напора на вход в трубу (внезапное сужение), в кране, на выход из трубы в бак (внезапное расширение) и на трение по длине трубы  $\lambda = 0,025$ . Режим течения считать турбулентным. (Величины  $Q$ ,  $H$ ,  $h$ ,  $l$ ,  $d$  и  $\zeta_{\text{кр}}$  взять из таблицы 2).

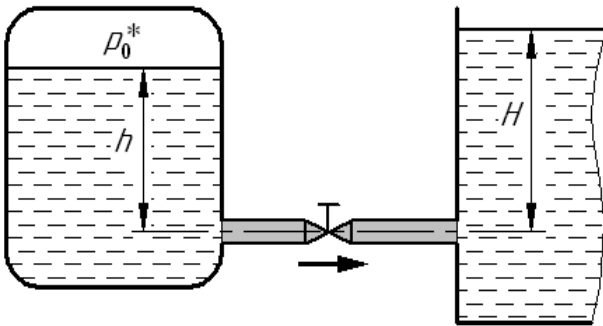


Рисунок к задаче 2.5.

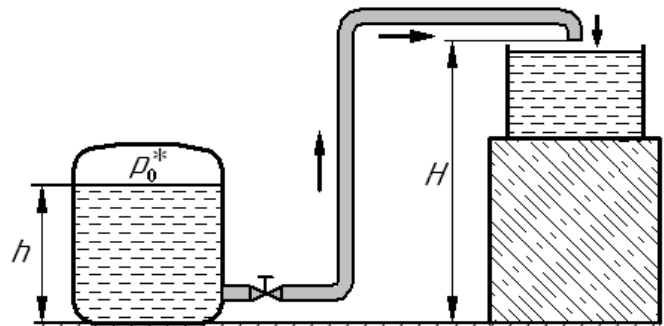


Рисунок к задаче 2.6.

**Задача 2.6.** Вода перетекает из бака с избыточным давлением  $p_0^*$  в резервуар по трубе диаметром  $d$  и длиной  $l$ . Определить величину избыточного давления  $p_0^*$ , которое необходимо для обеспечения расхода  $Q$ , если геометрические высоты  $h$  и  $H$  заданы. Учесть потери: на входе в трубу (внезапное сужение), в кране  $\zeta_{\text{кр}}$ , в коленах-поворотах (для каждого поворота  $\zeta_{\text{кол}} = 0,2$ ) и на тре-

ние по длине трубы  $\lambda = 0,025$ . Режим течения считать турбулентным. (Величины  $Q$ ,  $H$ ,  $h$ ,  $l$ ,  $d$  и  $\zeta_{кр}$  взять из таблицы 2).

**Задача 2.7.** Из напорного бака вода вытекает по трубе длиной  $l$  и диаметром  $d_1$ , а затем попадает в атмосферу через насадок (брандспойт) с диаметром выходного отверстия  $d_2$ . Определить расход воды  $Q^*$ , если известны: избыточное давление воздуха в баке  $p_0$  и высота  $h$ . Учесть потери при входе в трубу (внезапное сужение), в брандспойте  $\zeta_б = 4$  ( $\zeta_б$  отнесен к скорости на выходе из брандспойта  $V_2$ ) и на трение по длине трубы  $\lambda = 0,03$ . Режим течения считать турбулентным. (Величины  $p_0$ ,  $h$ ,  $l$ ,  $d_1$  и  $d_2$  взять из таблицы 2).

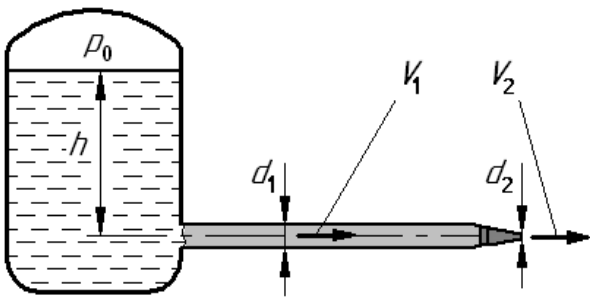


Рисунок к задаче 2.7.

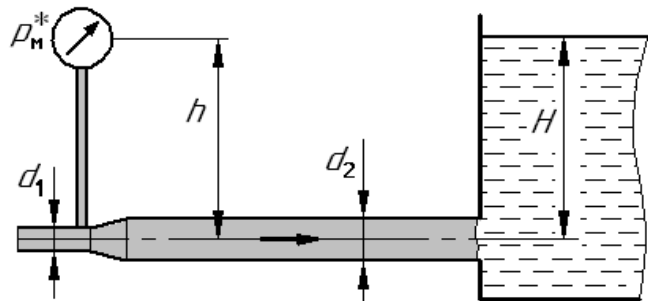


Рисунок к задаче 2.8.

**Задача 2.8.** Жидкость (вода) поступает в бак сначала по трубе диаметром  $d_1$ , а затем через плавное расширение (диффузор) по трубе диаметром  $d_2$  и длиной  $l$ . Определить показание манометра  $p_m^*$ , если заданы расход жидкости  $Q$ , коэффициент сопротивления диффузора  $\zeta_{диф} = 0,2$  (отнесен к скорости жидкости в трубе диаметром  $d_1$ ), а также высоты  $h$  и  $H$ . При решении учесть потери при выходе из трубы в бак (внезапное расширение) и на трение по длине трубы  $\lambda = 0,035$ . Режим течения считать турбулентным. (Величины  $Q$ ,  $H$ ,  $h$ ,  $l$ ,  $d_1$  и  $d_2$  взять из таблицы 2).

**Задача 2.9.** Бензин плотностью  $\rho = 750 \text{ кг/м}^3$  сливается из цистерны по трубе диаметром  $d_1$ , которая заканчивается краном с коэффициентом сопротивления  $\zeta_{кр}$  (отнесен к скорости в трубе диаметром  $d_1$ ). К крану подсоединен гибкий шланг длиной  $l$  и диаметром  $d_2$ . Определить расход бензина  $Q^*$ , если известны высоты  $H$  и  $h$ , а также вакуум  $p_{вак}$  над жидкостью в цистерне. При решении учесть потери напора на входе в трубу (внезапное сужение), в кране, на поворот шланга  $\zeta = 0,3$ , на выходе из трубы в бак (внезапное расширение) и на

трение по длине  $\lambda = 0,02$ . Режим течения считать турбулентным. (Величины  $p_{\text{вак}}$ ,  $H$ ,  $h$ ,  $l$ ,  $d_1$ ,  $d_2$  и  $\zeta_{\text{кр}}$  взять из таблицы 2).

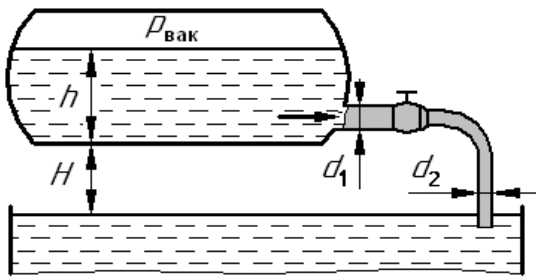


Рисунок к задаче 2.9.

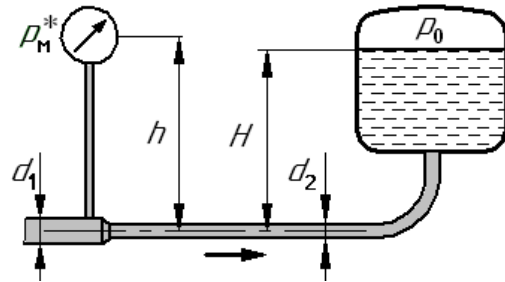


Рисунок к задаче 2.10.

**Задача 2.10.** Вода с расходом  $Q$  подается по трубе длиной  $l$  и диаметром  $d_2$  в напорный бак, где избыточное давление равно  $p_0$ , а уровень жидкости находится на высоте  $H$ . Определить показание манометра  $p_m^*$ , который установлен в начале трубопровода на участке диаметром  $d_1$  (высота установки  $h$ ). При решении учесть потери на сужение русла (переход с  $d_1$  на  $d_2$ )  $\zeta_{\text{суж}} = 0,2$ , на поворот русла  $\zeta = 0,5$ , на выход из трубы в бак (внезапное расширение) и на трение по длине  $\lambda = 0,03$ . Режим течения считать турбулентным. (Величины  $p_0$ ,  $H$ ,  $h$ ,  $l$ ,  $d_1$ ,  $d_2$  и  $Q$  взять из таблицы 2).

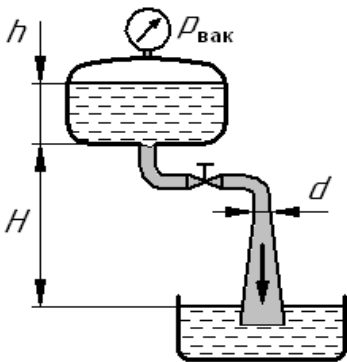


Рисунок к задаче 2.11.

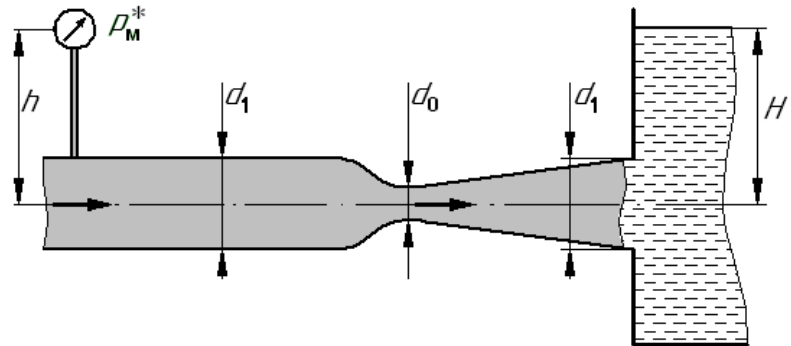


Рисунок к задаче 2.12.

**Задача 2.11.** Вода перетекает из бака в резервуар по цилиндрической трубе длиной  $l$  и диаметром  $d$ , которая заканчивается расширяющимся участком (диффузором). Известны: показание вакуумметра установленного на баке  $p_{\text{вак}}$ , высота расположения бака  $H$  и высота уровня воды в нем  $h$ . Определить расход жидкости  $Q^*$ . При решении учесть потери на вход в трубу (внезапное сужение), на повороты русла ( $\zeta_{\text{кол}} = 0,3$  на каждый поворот), в кране  $\zeta_{\text{кр}}$ , в диффузоре  $\zeta_{\text{диф}} = 0,3$  и на трение по длине в цилиндрической части трубы ( $\lambda = 0,025$ ). Потерями на внезапное расширение при выходе из диффузора в резер-

вуар пренебречь. Режим течения считать турбулентным. (Величины  $p_{\text{вак}}$ ,  $H$ ,  $h$ ,  $l$ ,  $d$  и  $\zeta_{\text{кр}}$  взять из таблицы 2).

**Задача 2.12.** Вода поступает по трубе диаметром  $d_1$  с расходом  $Q$  в открытый резервуар. Определить показание манометра  $p_m^*$ , если длина трубы от места установки манометра до начала сужения  $l$ , диаметр узкой части  $d_0 = 0,7 \cdot d_1$ , высота установки манометра  $h$ , а высота уровня воды в резервуаре  $H$ . Учесть потери на трение по длине трубы  $\lambda = 0,03$ , в сужающейся части трубы  $\zeta_1 = 0,2$ , в расширяющейся части  $\zeta_2 = 0,3$  ( $\zeta_1$  и  $\zeta_2$  отнесены к скорости в сечении диаметром  $d_0$ ), а также на выходе из трубы в бак (внезапное расширение). Режим течения считать турбулентным. (Величины  $Q$ ,  $H$ ,  $h$ ,  $l$ ,  $d_1$  и  $d_2$  взять из таблицы 2).

**Численные значения величин, необходимые для решения задач.**

Таблица 2.

Вариант	Физические величины										
	$h$	$H$	$d$	$d_1$	$d_2$	$l$	$\zeta_{\text{кр}}$	$p_0$	$p_m$	$p_{\text{вак}}$	$Q$
	м	м	мм	мм	мм	м	—	МПа	МПа	МПа	л/с
А	2	7	10	8	16	15	5	0,5	1	0,03	0,30
Б	4	8	9	8	14	12	10	1,3	1,2	0,02	0,20
В	6	9	8	12	18	10	8	0,4	0,8	0,01	0,25
Г	3	10	12	10	20	8	12	0,8	0,9	0,04	0,50
Д	5	12	10	14	18	6	9	0,6	0,7	0,05	0,40
Е	7	15	12	8	14	5	18	0,7	0,5	0,03	0,35
Ж	4	13	8	6	12	7	7	0,3	0,6	0,04	0,30
З	8	14	14	10	22	13	5	0,2	0,4	0,02	0,60
И	2	6	10	12	18	10	9	1,1	0,3	0,01	0,25
К	3	10	14	10	20	14	5	0,1	0,2	0,05	0,55

### 3. ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ ДРОССЕЛИРУЮЩИЕ УСТРОЙСТВА

Под истечением в гидравлике понимают прохождение жидкости через малые (дросселирующие) отверстия. При истечении, как правило, происходит преобразование потенциальной энергии жидкости в кинетическую энергию.

На рис. 11 представлен простейший случай истечения, когда жидкость вытекает через отверстие в стенке бака в газовую среду. В этом случае расход жидкости определяется по формуле истечения:

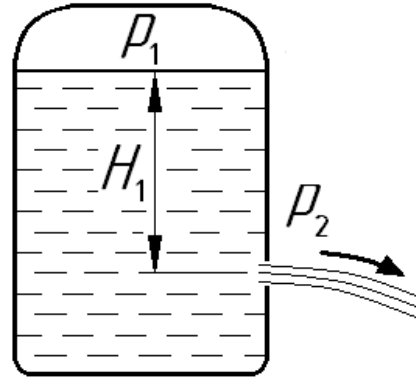


Рис. 11. Истечение в атмосферу.

$$Q = \mu \cdot S_o \cdot \sqrt{2g \cdot H_p}, \quad (10)$$

где:  $\mu$  – безразмерный коэффициент (коэффициент расхода);

$S_o$  – площадь проходного сечения дросселирующего отверстия;

$H_p$  – расчетный напор, под действием которого происходит истечение.

На практике величину коэффициента расхода  $\mu$  для разных вариантов отверстий определяют экспериментально и приводятся в гидравлических справочниках.

Под площадью  $S_o$  понимается минимальная площадь проходного сечения, через которую проходит поток (струя) жидкости.

**Под величиной расчетного напора  $H_p$  понимается разность гидростатических напоров в сечениях рассматриваемого потока до и после дросселирующего отверстия**

$$H_p = \Delta Z + \frac{\Delta p}{\rho \cdot g}.$$

Для случая, приведенного на рис. 11, эта формула имеет следующий вид:

$$H_p = H_1 + \frac{p_1 - p_2}{\rho \cdot g}.$$

Для случая истечения жидкости под уровень (рис. 12) расчетный напор определяется по формуле:

$$H_p = \left( H_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} \right) - \left( H_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} \right).$$

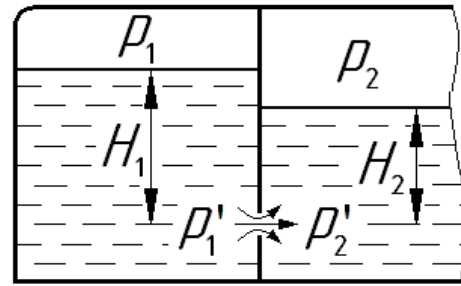


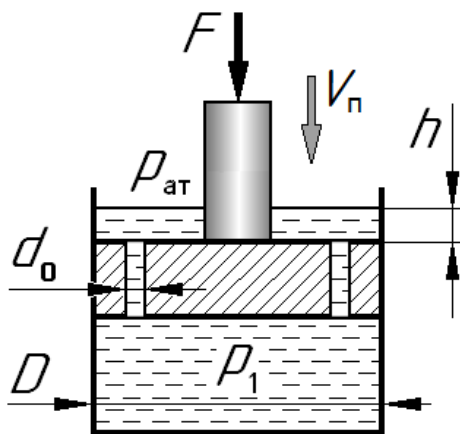
Рис. 12. Истечение под уровень.

Анализ этой зависимости показывает, что в общем случае расчетный напор  $H_p$  пропорционален перепаду давления на рассматриваемом дросселирующем отверстии, равном  $\Delta p = p'_1 - p'_2$ , где  $p'_1$  и  $p'_2$  – давления в жидкости соответственно до и после дросселирующего отверстия.

С учетом этого формула (10) принимает вид:

$$Q = \mu \cdot S_o \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot \Delta p}. \quad (11)$$

**Пример 6.** Определить скорость  $V_n$  движения поршня диаметром  $D = 50$



мм под действием силы  $F = 10$  кН, приложенной к его штоку. В поршне выполнены пять отверстий диаметром  $d_o = 2$  мм. При решении принять коэффициенты расхода для отверстий  $\mu = 0.82$ , плотность жидкости  $\rho = 900$  кг/м<sup>3</sup>. Силами трения и толщиной слоя жидкости над поршнем пренебречь, т.е.  $h = 0$ .

Рис. 13. Иллюстрация к примеру 6.

**Решение.**

Скорость  $V_n$  поршня определяется величиной расхода  $Q$ , вытесняемого из-под поршня через отверстия в нем, т.е.

$$V_n = \frac{Q}{S_n} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2}. \quad (12)$$

Расход  $Q$  определяется как сумма расходов  $Q_o$  через 5 отверстий в теле поршня, т.е.  $Q = 5 \cdot Q_o$ . Расход  $Q_o$  через одно отверстие найдем по формуле (11):



$$Q_o = \mu \cdot \frac{\pi \cdot d_o^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot (p_1 - p_{ат})}, \quad (13)$$

где:  $p_1$  – давление под днищем поршня, вызванное действием силы  $F$ ;

$p_{ат}$  – атмосферное давление над поршнем, так как  $h = 0$ .

При решении задачи используем избыточную систему отсчета давлений, поэтому принимаем  $p_{ат} = 0$ .

Предполагая равномерное движение поршня, запишем справедливое в этом случае его уравнение равновесия, которое без учета сил трения имеет вид:

$$F = p_1 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}. \quad (14)$$

Следует обратить внимание на то, что при определении силы давления со стороны жидкости на поршень не следует уменьшать его площадь на величину площади отверстий в нем. Объясняется это тем, что жидкость, располагающаяся в данный момент времени в отверстиях, находится под тем же перепадом давления, что и сам поршень, воспринимает соответствующее усилие и через стенки отверстия передает его поршню.

Определив из формулы (14) давление  $p_1$ , подставим его в выражение (13) и вычислим расход жидкости через одно отверстие:

$$Q_o = \mu \cdot \frac{\pi \cdot d_o^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{8 \cdot F}{\rho \cdot \pi \cdot D^2}} = 0,82 \cdot \frac{3,14 \cdot (2 \cdot 10^{-3})^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{8 \cdot 10 \cdot 10^3}{900 \cdot 3,14 \cdot 0,05^2}} = 0,274 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^3}{\text{с}}.$$

Далее найдем скорость движения поршня по формуле (12):

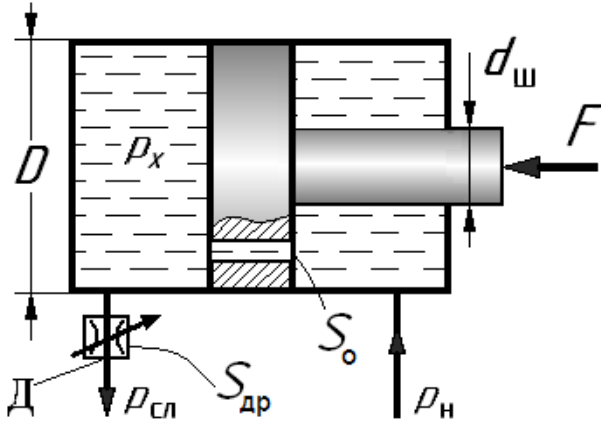
$$V_{п} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2} = \frac{4 \cdot 5 \cdot Q_o}{\pi \cdot D^2} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 0,274 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,05^2} = 0,70 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Отметим, что в задачах данного раздела часто встречаются подвижные элементы. При этом следует полагать, что они движутся с постоянной скоростью, а значит, при решении задачи для них следует **записывать уравнение равновесия**, как это сделано в рассмотренном примере для поршня.

**Пример 7.** Жидкость плотностью  $\rho = 850 \text{ кг/м}^3$  подается от насоса в гидроцилиндр, а затем через отверстие в поршне площадью  $S_o = 5 \text{ мм}^2$  и регулируемый гидродроссель  $D$  в бак ( $p_{сл} = 0$ ). Определить, при какой площади про-

ходного сечения дросселя  $S_{др}$  поршень будет находиться в неподвижном равновесии под действием силы  $F = 3$  кН, если диаметр поршня  $D = 100$  мм, диаметр штока  $d_{ш} = 80$  мм, коэффициент расхода отверстия в поршне  $\mu_0 = 0,8$ , коэффициент расхода отверстия в дросселе  $\mu_{др} = 0,65$ , давление  $p_n = 1$  МПа.

**Решение.**



Поршень гидроцилиндра будет находиться в покое, если объем жидкости в левой полости гидроцилиндра не меняется. Условием этого является равенство расхода, поступающего в левую полость гидроцилиндра через отверстие  $Q_0$ , и расхода, сливающегося из этой полости через дроссель  $Q_{др}$ , т.е.  $Q_0 = Q_{др}$ .

Величины расходов  $Q_0$  и  $Q_{др}$  определим воспользовавшись формулой (11). При использовании этой формулы обозначим неизвестное давление в левой полости гидроцилиндра  $p_x$ . Тогда:

$$Q_0 = \mu_0 \cdot S_0 \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot (p_n - p_x)} \quad \text{и} \quad Q_{др} = \mu_{др} \cdot S_{др} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot (p_x - p_{сл})} .$$

Приравняв расходы  $Q_0$  и  $Q_{др}$ , получим уравнение

$$\mu_0 \cdot S_0 \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot (p_n - p_x)} = \mu_{др} \cdot S_{др} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot (p_x - p_{сл})} ,$$

которое решим относительно искомой площади дросселя  $S_{др}$ . Тогда:

$$S_{др} = \frac{\mu_0 \cdot S_0}{\mu_{др}} \cdot \sqrt{\frac{p_n - p_x}{p_x - p_{сл}}} \quad (15)$$

Приведенная формула не является окончательным решением задачи, так как включает в правой части неизвестную величину – давление  $p_x$ .

Для определения давления  $p_x$  запишем уравнение равновесия поршня:

$$p_x \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = F + p_n \cdot \frac{\pi \cdot (D^2 - d_{ш}^2)}{4} .$$

Следует обратить внимание на то, что при записи уравнения, так же как и в примере 6, площадь отверстия  $S_0$  при определении сил, действующих на поршень со стороны жидкости, не учитывается, так как при этом эффективная площадь поршня не уменьшается.

Определив из уравнения равновесия  $p_x$  и подставив заданные величины, получим:

$$p_x = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot D^2} + p_n \cdot \frac{D^2 - d_{ш}^2}{D^2} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 0,1^2} + 10^6 \cdot \frac{0,1^2 - 0,08^2}{0,1^2} = 0,742 \text{ МПа}$$

Далее вычислим искомую площадь отверстия в дросселе по формуле (15):

$$S_{др} = \frac{0,8 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{0,65} \cdot \sqrt{\frac{1 \cdot 10^6 - 0,742 \cdot 10^6}{0,742 \cdot 10^6 - 0}} = 3,63 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 = 3,63 \text{ мм}^2$$

Таким образом, при  $S_{др} = 3,63 \text{ мм}^2$  поршень гидроцилиндра в рассматриваемом случае будет неподвижен.

### Контрольные задачи

(Величины, необходимые для решения, взять из таблицы 3 в конце данного раздела).

**Задача 3.1.** Вода вытекает из бака через отверстие в дне диаметром  $d_0$ . Определить расход воды  $Q^*$  через это отверстие, если известны высота уровня жидкости в баке  $H$  и показание ртутного манометра  $h = 0,5 \cdot H$ . При решении принять коэффициент расхода отверстия  $\mu = 0,6$ , а плотность ртути  $\rho_{рт} = 13600 \text{ кг/м}^3$ . (Величины  $H$  и  $d_0$  взять из таблицы 3).

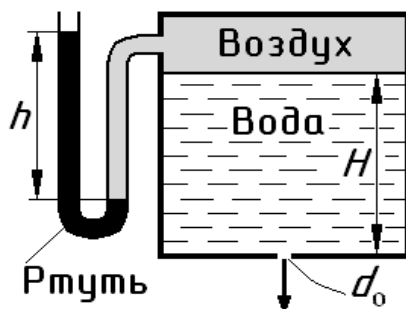


Рисунок к задаче 3.1.

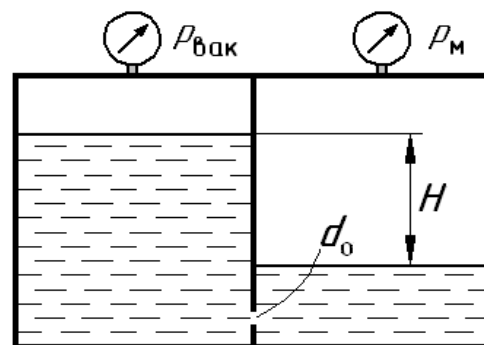


Рисунок к задаче 3.2.

**Задача 3.2.** Общая емкость разделена на два бака перегородкой с отверстием  $d_0$ . Определить направление истечения воды через отверстие и величину расхода  $Q^*$  при этом, если разность уровней в баках  $H$ , показание вакуумметра

$p_{\text{вак}}$ , показание манометра  $p_M = p_H$ . При решении принять коэффициент расхода отверстия  $\mu = 0,62$ . (Величины  $H$ ,  $p_{\text{вак}}$ ,  $p_H$  и  $d_0$  взять из таблицы 3).

**Задача 3.3.** Вода с расходом  $Q$  движется по трубопроводу и преодолевает ограничительную шайбу с отверстием диаметром  $d_0$ . Определить коэффициент расхода  $\mu$  при истечении через отверстие, если известны давления до шайбы  $p_H$  и после нее  $p_{\text{сл}}$ . (Величины  $Q$ ,  $p_H$ ,  $p_{\text{сл}}$  и  $d_0$  взять из таблицы 3).

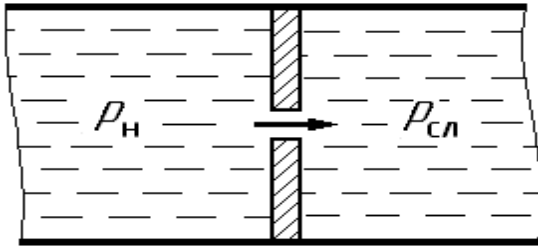


Рисунок к задаче 3.3.

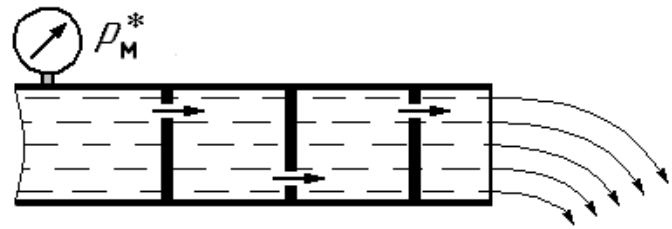


Рисунок к задаче 3.4.

**Задача 3.4.** Вода движется по трубопроводу с расходом  $Q$ , последовательно преодолевает три ограничительные шайбы и вытекает в атмосферу. Определить показание манометра  $p_M^*$ , если диаметры всех отверстий одинаковы и равны  $d_0$ . При решении принять коэффициенты расхода одинаковыми для всех отверстий  $\mu = 0,64$ . Считать, что взаимное влияние шайб отсутствует, а полная потеря давления распределяется между ними поровну. (Величины  $Q$  и  $d_0$  взять из таблицы 3).

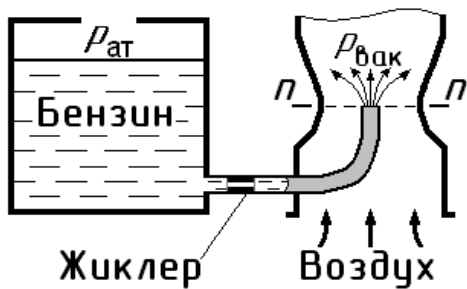


Рисунок к задаче 3.5.

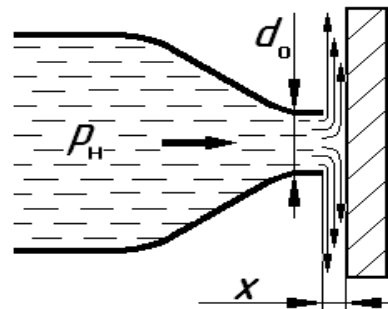


Рисунок к задаче 3.6.

**Задача 3.5.** На рисунке представлена схема карбюратора двигателя внутреннего сгорания. Поток воздуха в горловине диффузора (сечение  $n-n$ ) создает разрежение  $p_{\text{вак}}$ . Благодаря этому обеспечивается подсос бензина из поплавковой камеры через жиклер и распыление его в потоке воздуха. Определить диаметр жиклера  $d^*$ , необходимый для обеспечения заданного расхода  $Q$ . При ре-

шении принять коэффициент расхода отверстия в жиклере  $\mu = 0,8$ , плотность бензина  $\rho = 800 \text{ кг/м}^3$ . (Величины  $Q$  и  $p_{\text{вак}}$  взять из таблицы 3).

**Задача 3.6.** На рисунке представлена схема устройства, которое принято называть гидродроссель «сопло-заслонка». Жидкость (вода) вытекает из сопла и, встречая на своем пути заслонку, изменяет направление своего движения на  $90^\circ$ , растекаясь по заслонке. Определить расход воды  $Q^*$ , если известно давление в трубе  $p_n$ , диаметр сопла  $d_0$  и зазор между соплом и заслонкой  $x = 0,1 \cdot d_0$ . При решении пренебречь скоростным напором в трубе и сопротивлением сопла. Учесть только сопротивление истечению через щель между обрезом сопла и заслонкой. Принять коэффициент истечения при этом  $\mu = 0,85$ . (Величины  $p_n$  и  $d_0$  взять из таблицы 3).

**Задача 3.7.** Поршня движется вправо под действием силы  $F_0 = 5 \cdot F$ , приложенной к его штоку. Вытесняемая при этом из правой полости гидроцилиндра жидкость проходит через дроссель  $D$  в бак. Определить скорость движения поршня  $V_n^*$ , если известны: диаметры поршня  $D$  и штока  $d_{\text{ш}}$ , площадь отверстия в дросселе  $S_{\text{др}}$ , а также давление на сливе  $p_{\text{сл}}$ . При решении принять коэффициент расхода отверстия в дросселе  $\mu = 0,65$ , а плотность жидкости  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ . (Величины  $F$ ,  $p_{\text{сл}}$ ,  $D$ ,  $d_{\text{ш}}$  и  $S_{\text{др}}$  взять из таблицы 3).

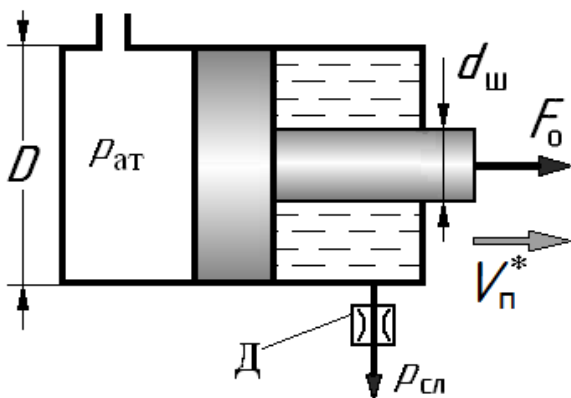


Рисунок к задаче 3.7.

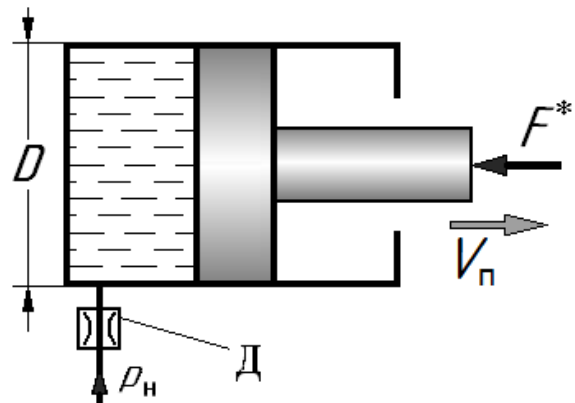


Рисунок к задаче 3.8.

**Задача 3.8.** В левую полость гидроцилиндра от насоса через дроссель  $D$  подводится жидкость. При этом поршень движется вправо, преодолевая силу  $F$ , приложенную к штоку. Определить силу  $F^*$ , если известны: скорость поршня  $V_n$ , диаметры поршня  $D$  и штока  $d_{\text{ш}}$ , площадь отверстия в дросселе  $S_{\text{др}}$ , а также

давление  $p_n$ . При решении принять коэффициент расхода  $\mu = 0,7$ , а плотность жидкости  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ . (Величины  $V_n$ ,  $p_n$ ,  $D$ ,  $d_{ш}$  и  $S_{др}$  взять из таблицы 3).

**Задача 3.9.** В левую полость гидроцилиндра от насоса через дроссель  $D$  подводится жидкость (масло), а из правой полости она вытесняется в бак. Поршень движется вправо, преодолевая силу  $F$ , приложенную к штоку. Определить площадь отверстия в дросселе  $S_{др}^*$ , при которой обеспечивается скорость движения поршня  $V_n$ . Кроме того заданы: сила на штоке  $F$ , диаметры поршня  $D$  и штока  $d_{ш}$ , а также давление  $p_n$  и  $p_{сл}$ . При решении принять коэффициент расхода  $\mu = 0,62$ , а плотность масла  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ . (Величины  $V_n$ ,  $F$ ,  $p_n$ ,  $p_{сл}$ ,  $D$ , и  $d_{ш}$  взять из таблицы 3).

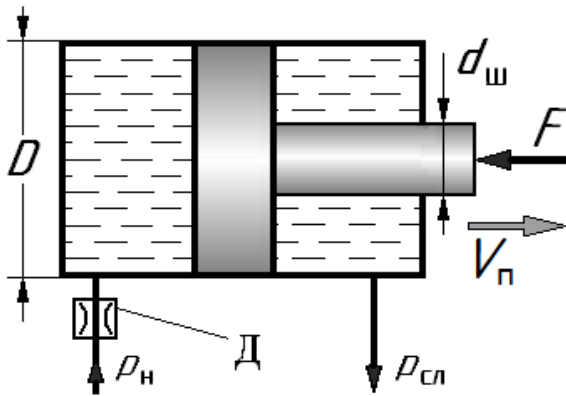


Рисунок к задаче 3.9.

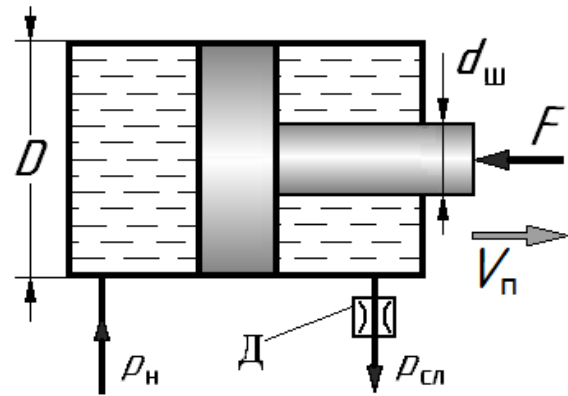


Рисунок к задаче 3.10.

**Задача 3.10.** Жидкость (масло) от насоса поступает в левую полость гидроцилиндра двухстороннего действия, обеспечивая движение его поршня вправо с преодолением заданной силы  $F$ . Из правой полости гидроцилиндра жидкость вытесняется через дроссель  $D$  на слив. Определить площадь отверстия в дросселе  $S_{др}$ , необходимую для обеспечения движения поршня со скоростью  $V_n$ , если известны: диаметры поршня  $D$  и штока  $d_{ш}$ , а также давления  $p_n$  и  $p_{сл}$ . При решении принять коэффициент расхода  $\mu = 0,7$ , а плотность жидкости  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ . (Величины  $V_n$ ,  $F$ ,  $p_n$ ,  $p_{сл}$ ,  $D$ , и  $d_{ш}$  взять из таблицы 3).

**Задача 3.11.** Поршень гидроцилиндра движения влево под действием силы  $F^*$ , приложенной к его штоку. Жидкость из левой полости гидроцилиндра вытесняется через дроссель  $D$  на слив. Определить силу  $F^*$ , если скорость движения поршня  $V_n$  известна. Кроме того заданы: величина вакуума  $p_{вак}$  в правой

полости гидроцилиндра, диаметры поршня  $D$  и штока  $d_{ш}$ , площадь отверстия в дросселе  $S_{др}$ , а также давление на сливе  $p_{сл}$ . При решении принять коэффициент расхода  $\mu = 0,62$ , а плотность жидкости  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ . (Величины  $V_{п}$ ,  $p_{вак}$ ,  $p_{сл}$ ,  $D$ ,  $d_{ш}$  и  $S_{др}$  взять из таблицы 3).

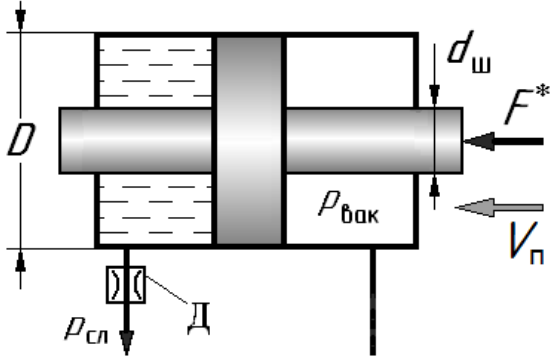


Рисунок к задаче 3.11.

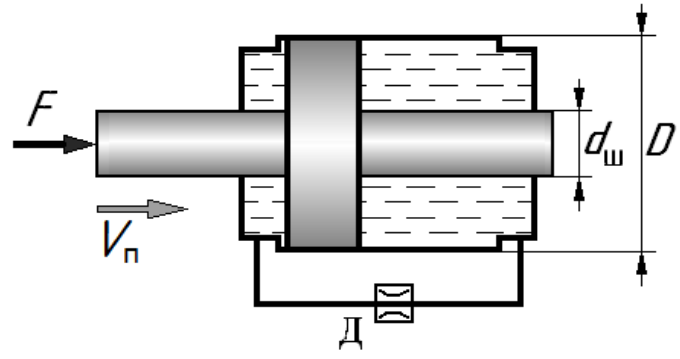


Рисунок к задаче 3.12.

**Задача 3.12.** Правая и левая полости гидроцилиндра сообщаются между собой через гидродроссель  $D$ . Определить скорость движения поршня  $V_{п}$ , если известны: сила  $F$ , диаметры поршня  $D$  и штока  $d_{ш}$ , а также площадь отверстия в дросселе  $S_{др}$ . При решении принять коэффициент расхода  $\mu = 0,75$ , а плотность жидкости  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ . (Величины  $F$ ,  $D$ ,  $d_{ш}$  и  $S_{др}$  взять из таблицы 3).

### Численные значения величин, необходимые для решения задач.

Таблица 3.

Вариант	Физические величины										
	$H$	$D$	$d_{ш}$	$d_o$	$S_{др}$	$F$	$p_n$	$p_{сл}$	$p_{вак}$	$Q$	$V_{п}$
	м	мм	мм	мм	мм <sup>2</sup>	Н	МПа	МПа	МПа	л/с	см/с
А	5,0	50	30	6	2,5	3,5	8,0	1,50	0,06	0,40	4
Б	7,0	70	60	7	2,0	4,0	6,0	0,40	0,02	0,60	6
В	6,0	55	40	8	2,5	6,0	7,0	0,60	0,015	0,50	3
Г	8,0	80	65	4	1,5	10,0	6,5	0,45	0,03	0,30	2,5
Д	4,0	65	50	5	1,0	7,0	5,0	0,80	0,025	0,20	3,2
Е	9,0	75	55	9	2,5	8,0	4,0	0,90	0,04	0,70	1,5
Ж	3,0	50	35	3	2,0	5,0	5,5	1,25	0,05	0,15	2,8
З	4,5	35	25	6	1,0	2,5	5,0	1,90	0,035	0,25	5
И	10,0	85	70	7	3,0	9,0	7,5	2,00	0,045	0,80	3,5
К	5,5	95	75	8	2,5	5,5	6,5	1,60	0,055	0,65	1,4

#### 4. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ТРУБОПРОВОДОВ

В большинстве случаев целью гидравлического расчета трубопроводов является оценка для них величины потребного напора  $H_{\text{потр}}$ .

*Под потребным напором понимается избыточный пьезометрический напор в начальном сечении рассматриваемого трубопровода, обеспечивающий необходимое давление  $p_2$  в конечном его сечении и требуемый в нем расход  $Q$ . То есть:*

$$H_{\text{потр}} = \frac{p_1}{\rho \cdot g} \quad (16)$$

Рассмотрим методику оценки величины потребного напора  $H_{\text{потр}}$  для простых и сложных трубопроводов.

##### Простой трубопровод

Простым называется трубопровод, не имеющий ответвлений (рис. 15).

Простой трубопровод в общем случае может включать участки с разными диаметрами проходных сечений, а также произвольный набор местных сопротивлений. Например, в трубопроводе на рис. 15 показано одно местное сопротивление – кран. На рис. 15 показано одно местное сопротивление – кран.

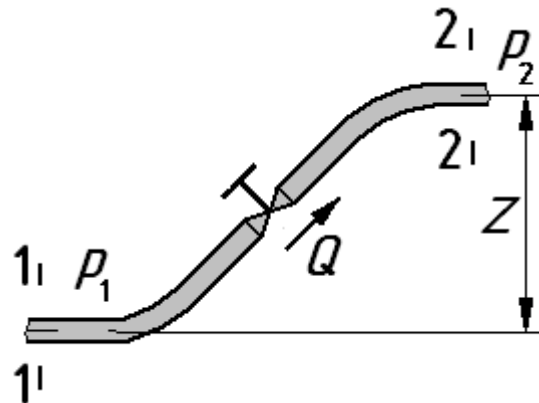


Рис. 15. Простой трубопровод.

Аналитическое выражение потребного напора для простого трубопровода постоянного диаметра получается из уравнения Бернулли в следующем виде:

$$H_{\text{потр}} = \frac{p_1}{\rho \cdot g} = Z + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \sum h_{1-2} = H_{\text{ст}} + K \cdot Q^m \quad (17)$$

где:  $H_{\text{ст}} = Z + \frac{p_2}{\rho \cdot g}$  – статический напор для данного трубопровода в общем

случае статический напор может быть как положительным, так и отрицательным;

$\sum h_{1-2} = K \cdot Q^m$  – суммарные потери напора в рассматриваемом трубопро-



воде, сопротивление трубопровода  $K$  и показатель степени  $m$  в общем случае зависят от параметров гидравлических сопротивлений и от режима течения жидкости в трубопроводе.

Потери на трение в трубопроводе при ламинарном режиме течения можно определять по формуле закона Пуазейля:

$$h_{\text{тр}} = \frac{128 \cdot \nu \cdot l}{\pi \cdot g \cdot d^4} \cdot Q, \quad (18)$$

где  $\nu$  – кинематическая вязкость жидкости.

Потери на трение в трубопроводе при турбулентном режиме течения следует определять по формуле Дарси (8), преобразовав ее к виду:

$$h_{\text{тр}} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{8}{g \cdot \pi^2 \cdot d^4} \cdot Q^2, \quad (19)$$

В формуле (19) используется безразмерный коэффициент Дарси  $\lambda$ , который в общем случае определяется по универсальной формуле Альтшуля, учитывающей зависимость  $\lambda$  как от числа Рейнольдса  $Re$ , так и от эквивалентной шероховатости внутренней поверхности стенки трубы  $k$

$$\lambda = 0,11 \cdot \sqrt[4]{\frac{68}{Re} + \frac{k}{d}}. \quad (20)$$

Для гидравлически гладких труб следует использовать формулу Блазиуса

$$\lambda = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re}}. \quad (21)$$

Для области квадратичного сопротивления (область автомодельности)

$$\lambda = 0,11 \cdot \sqrt[4]{\frac{k}{d}}. \quad (22)$$

Для оценки потерь в местных гидравлических сопротивлениях, заданных коэффициентом сопротивления  $\zeta$ , следует использовать формулу Вейсбаха (7), преобразовав ее к виду:

$$h_{\text{м}} = \zeta \cdot \frac{8}{g \cdot \pi^2 \cdot d^4} \cdot Q^2. \quad (23)$$

Для оценки потерь в местных сопротивлениях, заданных эквивалентной длиной  $l_{\text{экв}}$ , при ламинарном течении следует использовать формулу (18).

В качестве примера получим аналитическое выражение для оценки потерь в трубопроводе, приведенном на рис. 15. В этом трубопроводе имеют место потери на трение в трубе и местные потери в кране. Определение потерь проведем для двух режимов течения.

В первом случае пусть в трубопроводе длиной  $l$  и диаметром  $d$  имеет место ламинарное течение, а кран задан эквивалентной длиной  $l_{кр}$ . Тогда потери определяем по формуле (18). В результате получим:

$$\sum h_{1-2} = \frac{128 \cdot \nu \cdot l}{\pi \cdot g \cdot d^4} \cdot Q + \frac{128 \cdot \nu \cdot l_{кр}}{\pi \cdot g \cdot d^4} \cdot Q = \frac{128 \cdot \nu \cdot (l + l_{кр})}{\pi \cdot g \cdot d^4} \cdot Q.$$

Во втором случае пусть в трубопроводе длиной  $l$  и диаметром  $d$  имеет место турбулентное течение, а кран задан коэффициентом сопротивления  $\zeta_{кр}$ . Тогда для оценки потерь используем формулы (19) и (23). В итоге получим:

$$\sum h_{1-2} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{8}{g \cdot \pi^2 \cdot d^4} \cdot Q^2 + \zeta_{кр} \cdot \frac{8}{g \cdot \pi^2 \cdot d^4} \cdot Q^2 = \left( \lambda \cdot \frac{l}{d} + \zeta_{кр} \right) \cdot \frac{8}{g \cdot \pi^2 \cdot d^4} \cdot Q^2.$$

При решении задач данного раздела рекомендуется либо использовать приведенную формулу (17), либо записывать уравнение Бернулли для начального и конечного сечений рассматриваемого трубопровода.

**Пример 8.** Масло плотностью  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$  и вязкостью  $\nu = 0,5 \text{ см}^2/\text{с}$  сливается по трубопроводу через фильтр и через кран в бак. Определить расход  $Q$ ,

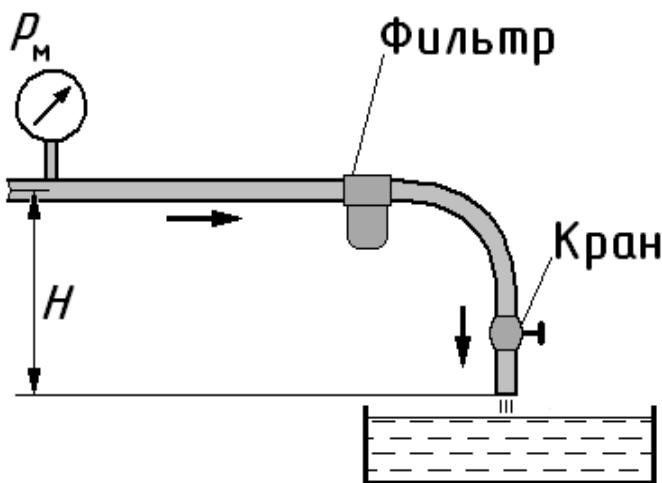


Рис. 16. Иллюстрация к примеру 8.

если показание манометра в начальном сечении  $p_m = 0,2 \text{ МПа}$ , высота уровня  $H = 5 \text{ м}$ , общая длина трубопровода  $l = 20 \text{ м}$ , а его диаметр  $d = 20 \text{ мм}$ . Считать, что фильтр и кран заданы эквивалентными длинами  $l_{ф} = 7 \text{ м}$  и  $l_{кр} = 3 \text{ м}$ . Потерями на поворот русла пренебречь. Режим течения принять ламинарным.

### Решение

Воспользуемся формулой (17), определяющей потребный напор.

В ней  $p_1 = p_m$ , а величина  $Z = -H$ , давление в конечном сечении атмосферное, т.е. в избыточной системе отсчета принимаем  $p_2 = 0$ . Подставив эти величины в (17), получим

$$\frac{p_m}{\rho \cdot g} = -H + \sum h_{1-2}. \quad (24)$$

Суммарные потери равны сумме потерь на трение в трубе, потерь в фильтре и потерь в кране, т. е.

$$\sum h_{1-2} = \frac{128 \cdot v \cdot l}{\pi \cdot g \cdot d^4} \cdot Q + \frac{128 \cdot v \cdot l_{кр}}{\pi \cdot g \cdot d^4} \cdot Q + \frac{128 \cdot v \cdot l_{ф}}{\pi \cdot g \cdot d^4} \cdot Q.$$

Подставив данную формулу в (24), получим:

$$\frac{p_m}{\rho \cdot g} = -H + \frac{128 \cdot v \cdot (l + l_{ф} + l_{кр})}{\pi \cdot g \cdot d^4} \cdot Q$$

Величину расхода находим из формулы:

$$Q = \left( \frac{p_m}{\rho \cdot g} + H \right) \cdot \frac{\pi \cdot g \cdot d^4}{128 \cdot v \cdot (l + l_{ф} + l_{кр})}$$

Подставив заданные численные значения, получим:

$$Q = \left( \frac{0,2 \cdot 10^6}{900 \cdot 9,81} + 5 \right) \cdot \frac{3,14 \cdot 9,81 \cdot 0,02^4}{128 \cdot 0,5 \cdot 10^{-4} \cdot (20 + 7 + 3)} = 0,71 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} = 0,71 \text{ л/с}$$

Таким образом, в трубопроводе расход масла составляет  $Q = 0,71$  л/с.

Следует отметить, что в случае, когда из полученного уравнения не удастся аналитически получить искомую величину, рекомендуется использовать метод последовательных приближений (итераций), т.е. вычисления повторяют несколько раз до достижения необходимой точности.

### Сложный трубопровод

Под сложным трубопроводом в гидравлике понимается трубопровод, содержащий несколько простых трубопроводов, соединенных параллельно или разветвлено. Кроме этого сложный трубопровод может иметь также и последовательно соединенные участки.

*При расчете сложного трубопровода его вначале рекомендуется раз-*

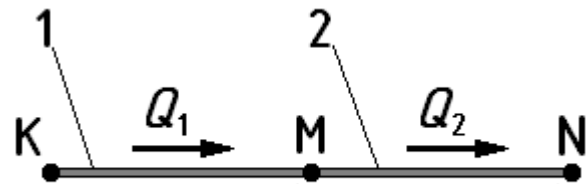
*бить на простые, получить аналитические зависимости потерь от расхода для каждого и них, а затем воспользоваться методами расчета для соответствующих вариантов их соединения.*

Рассмотрим методы расчета трубопроводов, соединенных последовательно, параллельно и разветвленно.

При *последовательном соединении* трубопроводов расходы во всех сечениях этих трубопроводов одинаковы, т.е.  $Q_1 = Q_2$ , а суммарные потери напора в соединении равны сумме потерь в каждом из простых трубопроводов, входящих в соединение.

Так для схемы, приведенной на рис. 17 суммарные потери во всем соединении трубопроводов от точки  $K$  до точки  $N$  будут складываться из потерь на участках  $KM$  и  $MN$ , т.е.

$$\Sigma h_{K-N} = \Sigma h_{K-M} + \Sigma h_{M-N}.$$



*Рис. 17. Последовательное соединение трубопроводов.*

Таким образом, система уравнений для расчета последовательного соединения трубопроводов, принимает вид:

$$\begin{cases} Q_1 = Q_2 \\ \Sigma h_{K-N} = \Sigma h_{K-M} + \Sigma h_{M-N} \end{cases}.$$

Следует отметить, что при расчете гидросистем, использующихся в машиностроении, вместо величины суммарных потерь напора  $\Sigma h_{1-2}$  чаще используют величину суммарных потерь давления  $\Delta p_{\Sigma}$ . Эти величины связаны между собой выражением:

$$\Delta p_{\Sigma} = \rho \cdot g \cdot \Sigma h_{1-2}. \quad (25)$$

С учетом этого, система уравнений, полученная ранее, принимает вид:

$$\begin{cases} Q_1 = Q_2 \\ \Delta p_{K-N} = \Delta p_{K-M} + \Delta p_{M-N} \end{cases}.$$

*Параллельным называется соединение трубопроводов, имеющих две общие точки.*

При **параллельном соединении** двух трубопроводов (рис. 18) расход, подводимый к соединению и отводимый от него, равен сумме расходов в трубопроводах, входящих в соединение, то есть:

$$Q_{\Sigma} = Q_1 + Q_2.$$

Потери напора в параллельно включенных трубопроводах 1 и 2 ( $\Sigma h_{K-L-M}$  и  $\Sigma h_{K-N-M}$ ) **одинаковы**, так как эти величины равны разности полных напоров в точках  $K$  и  $N$ , являющихся общими для этих трубопроводов. Тогда

$$\Sigma h_{K-L-M} = \Sigma h_{K-N-M}.$$

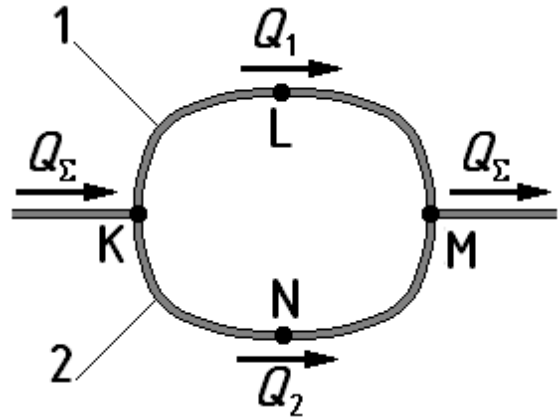


Рис. 18. Параллельное соединение трубопроводов.

Таким образом, система уравнений для параллельного соединения трубопроводов, имеет вид:

$$\begin{cases} Q_{\Sigma} = Q_1 + Q_2 \\ \Sigma h_{K-L-M} = \Sigma h_{K-N-M} \end{cases} \quad (26) \quad \text{или} \quad \begin{cases} Q_{\Sigma} = Q_1 + Q_2 \\ \Delta p_{K-L-M} = \Delta p_{K-N-M} \end{cases} \quad (26a)$$

Вторая система уравнений чаще используется при расчетах гидравлических устройств, применяемых в машиностроении.

**Разветвленным называется соединение трубопроводов имеющих одну общую точку, которую иногда называют узловой.**

При разветвленном соединении двух трубопроводов (рис. 19) расход, подводимый к соединению (к узловой точке  $K$ ), равен сумме расходов в трубопроводах, входящих в соединение, то есть:

$$Q_{\Sigma} = Q_1 + Q_2.$$

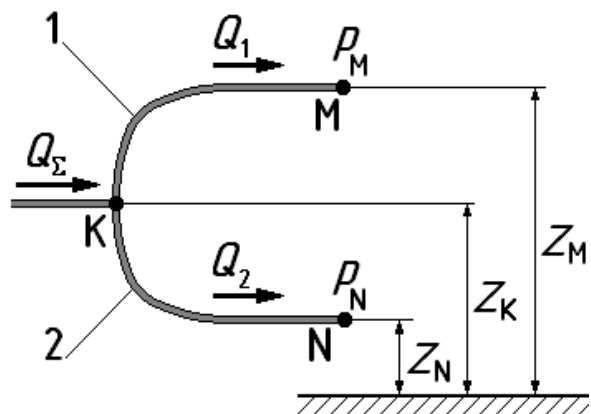


Рис. 19. Разветвленное соединение трубопроводов.

В систему уравнений, характеризующее разветвленное соединение, кроме уравнения расхода для узловой точки входят уравнения, определяющие в этой узловой точке требуемые напоры для каждого из трубопроводов, входящих в

соединение, т.е.

$$H_{\text{потр1}} = Z_M - Z_K + \frac{p_M}{\rho \cdot g} + \sum h_{K-M} \quad \text{и} \quad H_{\text{потр2}} = Z_N - Z_K + \frac{p_N}{\rho \cdot g} + \sum h_{K-N},$$

здесь:  $Z_K$ ,  $Z_M$  и  $Z_N$  – нивелирные высоты, определяющие вертикальные координаты центров тяжести начальных и конечных сечений рассматриваемых трубопроводов. Эти высоты должны отсчитываться от произвольной общей горизонтальной плоскости.

Так как точка  $K$  – общая для трубопроводов 1 и 2, то значения в ней потребных напоров для этих трубопроводов будут одинаковы, то есть:

$$H_{\text{потр1}} = H_{\text{потр2}} = H_K = \frac{p_K}{\rho \cdot g}.$$

Тогда система уравнений, используемая для расчета разветвлено соединенных трубопроводов, принимает вид:

$$\begin{cases} Q_{\Sigma} = Q_1 + Q_2 \\ H_K = Z_M - Z_K + \frac{p_M}{\rho \cdot g} + \sum h_{K-M} \\ H_K = Z_N - Z_K + \frac{p_N}{\rho \cdot g} + \sum h_{K-N} \end{cases}$$

Следует иметь в виду, что если в конечных сечениях разветвленных трубопроводов давления и координаты центров тяжести одинаковы ( $p_M = p_N$ ,  $Z_M = Z_N$ ), то такое соединение следует рассматривать как параллельное и для расчета использовать более простые системы уравнений (26) или (26а).

**Пример 9.** Вода от точки  $K$  подается по трубопроводу 1 длиной  $l = 50$  м с расходом  $Q_1 = 0,3$  л/с. В точке  $L$  трубопровод 1 разветвляется на два коротких трубопровода 2 и 3, проходит через соответствующий гидродроссель  $D_1$  либо  $D_2$ , а затем в точках  $M$  и  $N$  вытекает в атмосферу. Определить расходы  $Q_2$  и  $Q_3$  в трубопроводах 2 и 3, и избыточное давление в точке  $K$ , если точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $N$  находятся в одной горизонтальной плоскости. При решении принять режим течения в трубах турбулентным, вязкость жидкости  $\nu = 0,015$  см<sup>2</sup>/с. Трубы считать гидравлически гладкими, а их диаметры одинаковыми  $d = 25$  мм.

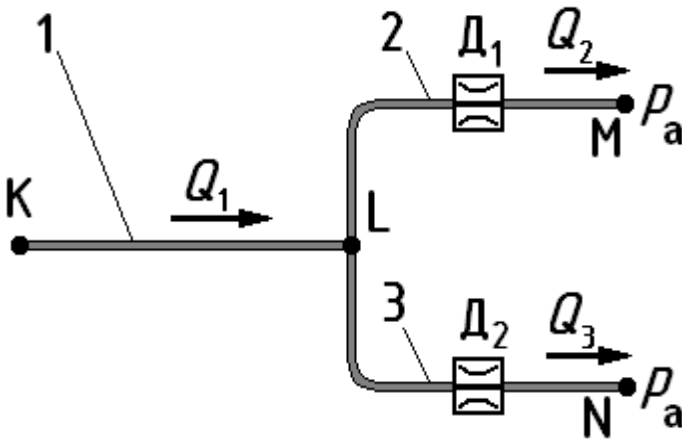


Рис. 20. Иллюстрация к примеру 9.

При решении учесть потери в дросселях  $D_1$  ( $\zeta_1 = 2$ ) и  $D_2$  ( $\zeta_2 = 8$ ), а также потери на трение в трубопроводе 1. Другими гидравлическими потерями пренебречь.

### Решение

Вначале определим расходы  $Q_2$  и  $Q_3$  в разветвленных трубопроводах. По условию задачи в конечных сечениях этих трубопроводов давления ( $p_a$ ) одинаковы и эти сечения располагаются на одном уровне. Поэтому расчет указанных трубопроводов проведем с использованием уравнений (26), характеризующих параллельное соединение трубопроводов.

Так как по условию задачи в трубопроводах 2 и 3 при расчете следует учесть только потери в дросселях, заданных коэффициентами местных потерь  $\zeta_1$  и  $\zeta_2$ , то система уравнений (26) примет вид:

$$\begin{cases} Q_1 = Q_2 + Q_3 \\ \zeta_1 \cdot \frac{8}{g \cdot \pi^2 \cdot d^4} \cdot Q_2^2 = \zeta_2 \cdot \frac{8}{g \cdot \pi^2 \cdot d^4} \cdot Q_3^2 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} Q_1 = Q_2 + Q_3 \\ \zeta_1 \cdot Q_2^2 = \zeta_2 \cdot Q_3^2 \end{cases}$$

Решив систему уравнений относительно  $Q_3$ , и подставив данные из условия задачи, получим:

$$Q_3 = \frac{Q_1}{\sqrt{\zeta_2/\zeta_1 + 1}} = \frac{0,3 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{8/2 + 1}} = 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} = 0,1 \text{ л/с}.$$

Отсюда расход  $Q_2$  в трубопроводе 2 равен:

$$Q_2 = Q_1 - Q_3 = 0,3 - 0,1 = 0,2 \text{ л/с}.$$

Таким образом, расходы в трубопроводах 2 и 3 равны  $Q_2 = 0,2$  л/с и  $Q_3 = 0,1$  л/с.

При определении давления в точке K ( $p_K$ ) следует понимать, что в рас-

смаатриваемом случае (точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $N$  находятся в одной горизонтальной плоскости) оно превышает давление  $p_L$  в точке  $L$  на величину потерь давления  $\Delta p_{K-L}$  в трубопроводе 1, а давление  $p_L$  в свою очередь превышает величину давления  $p_{ат}$  в конечных сечениях трубопроводов 2 и 3 на величину потерь давления ( $\Delta p_{L-M}$  или  $\Delta p_{L-N}$  соответственно) в этих трубопроводах. То есть:

$$p_K = p_L + \Delta p_{K-L} = p_{ат} + \Delta p_{L-M} + \Delta p_{K-L} = p_{ат} + \Delta p_{L-N} + \Delta p_{K-L}.$$

Для определения давления  $p_K$  воспользуемся одним из полученных выражений, а также соотношением (25) и формулами (19) и (23). При этом учтем то, что по условию задачи требуется определить давление  $p_K$  в избыточной системе отсчета. В результате получим:

$$p_K = \left( \zeta_1 \cdot \frac{8}{g \cdot \pi^2 \cdot d^4} \cdot Q_2^2 + \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{8}{g \cdot \pi^2 \cdot d^4} \cdot Q_1^2 \right) \cdot \rho \cdot g = \frac{8 \cdot \rho}{\pi^2 \cdot d^4} \cdot \left( \zeta_1 \cdot Q_2^2 + \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot Q_1^2 \right).$$

В формулу входит безразмерный коэффициент  $\lambda$ , который не задан по условиям задачи. Для его определения воспользуемся формулой (21), так как по условию следует принять трубы гидравлически гладкими. Тогда, с учетом (6), получим:

$$\lambda = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re}} = 0,316 \cdot \sqrt[4]{\frac{\pi \cdot d \cdot v}{4 \cdot Q_1}} = 0,316 \cdot \sqrt[4]{\frac{3,14 \cdot 0,025 \cdot 0,015 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 0,3 \cdot 10^{-3}}} = 0,0315.$$

Теперь вычислим давление  $p_K$ .

$$p_K = \frac{8 \cdot 10^3}{3,14^2 \cdot 0,025^4} \cdot \left( 2 \cdot (0,2 \cdot 10^{-3})^2 + 0,0315 \cdot \frac{50}{0,025} \cdot (0,3 \cdot 10^{-3})^2 \right) = 11,9 \cdot 10^3 \text{ Па}.$$

Таким образом, давление в начальном сечении рассматриваемого трубопровода составляет  $p_K = 11,9$  кПа.

### Контрольные задачи

(Величины, необходимые для решения, взять из таблицы 4 в конце данного раздела).

**Задача 4.1.** Отработанное масло сливается из гидросистемы по шлангу длиной  $l$  и диаметром  $d$  в бак-отстойник, расположенный ниже трубопровода гидросистемы на величину  $H$ . Определить потребный напор  $H_{потр}$  в месте установки манометра и его показание  $p_M^*$ , если известен расход масла  $Q$ . При решении учесть потери: на трение в шланге, в кране  $\zeta_{кр} = 2,5$ , на поворот  $\zeta_{кол} = 0,5$  и в



насадке на выходе из шланга  $\zeta_{\text{н}} = 7$ . Скоростным напором на выходе из насадки пренебречь. Принять плотность масла  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ , вязкость  $\nu = 0,5 \text{ см}^2/\text{с}$ , режим течения ламинарным. (Величины  $Q$ ,  $H$ ,  $l$  и  $d$  взять из таблицы 4).

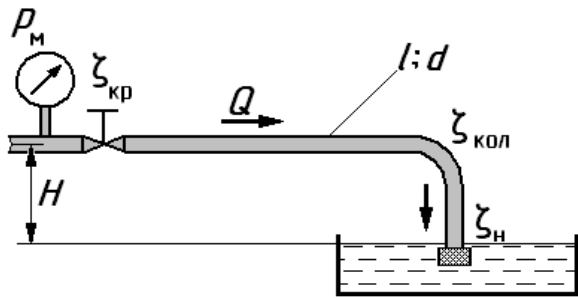


Рисунок к задаче 4.1.

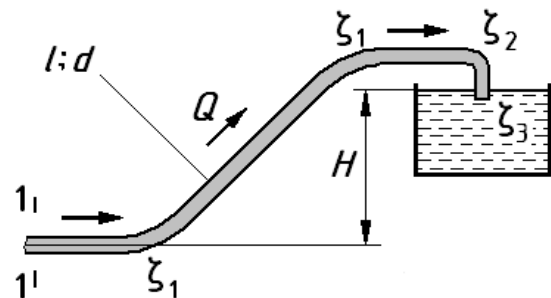


Рисунок к задаче 4.2.

**Задача 4.2.** Вода подается в бак, на высоту  $H$ , по трубопроводу длиной  $l$  и диаметром  $d$ . Определить потребный напор  $H_{\text{потр}}$  и избыточное давление  $p_1^*$  в начальном сечении трубопровода (1-1), если известен расход воды  $Q$ . При решении учесть потери: на трение в трубопроводе, на два плавных поворота, коэффициент сопротивления которых  $\zeta_1 = 0,2$ , на резкий поворот  $\zeta_2 = 0,6$  и на внезапное расширение при выходе из трубы в бак  $\zeta_3 = 1$ . Принять вязкость воды  $\nu = 0,01 \text{ см}^2/\text{с}$ , режим течения турбулентным, а трубопровод гидравлически гладким. (Величины  $Q$ ,  $H$ ,  $l$  и  $d$  взять из таблицы 4).

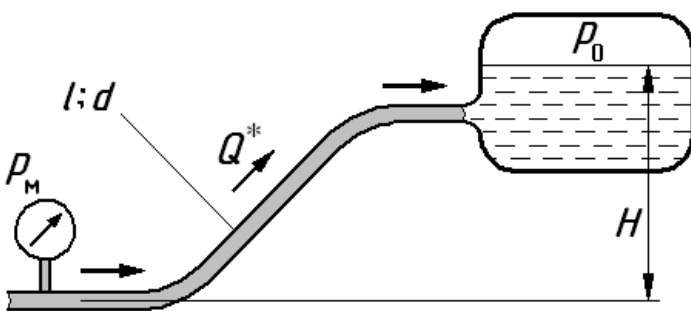


Рисунок к задаче 4.3.

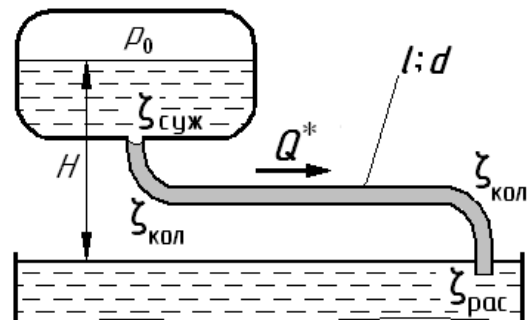


Рисунок к задаче 4.4.

**Задача 4.3.** Масло поступает в бак, уровень жидкости в котором расположен на высоте  $H$ , по трубопроводу длиной  $l$  и диаметром  $d$ . Определить расход масла  $Q^*$ , если известны: показание манометра, установленного в начальном сечении  $p_m$  и давление в баке  $p_0$ , заданное в избыточной системе отсчета. При решении учесть потери на трение в трубопроводе, а потерями в местных сопротивлениях и величиной скоростного напора пренебречь. Принять плот-

ность масла  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ , вязкость  $\nu = 0,5 \text{ см}^2/\text{с}$ , режим течения ламинарным. (Величины  $p_m, p_0, H, l$  и  $d$  взять из таблицы 4).

**Задача 4.4.** Вода перетекает из бака с избыточным давлением  $p_0$  в резервуар по трубопроводу длиной  $l$ , диаметром  $d$ , с эквивалентной шероховатостью внутренней поверхности  $k = 0,08 \text{ мм}$ . Определить расход  $Q^*$ , если разность уровней жидкости в баке и резервуаре  $H$ . При решении учесть потери: на трение в трубе, на повороты  $\zeta_{\text{кол}} = 0,75$ , на внезапное сужение при входе в трубу из бака  $\zeta_{\text{суж}} = 0,5$  и на внезапное расширение при выходе из трубы в резервуар  $\zeta_{\text{рас}} = 1$ . Принять режим течения в трубопроводе турбулентным, а область сопротивления квадратичной. (Величины  $p_0, H, l$  и  $d$  взять из таблицы 4).

**Задача 4.5.** Масло перетекает из верхнего бака с избыточным давлением  $p_0$  в нижний по трубопроводу длиной  $l$ . Определить диаметр трубопровода  $d^*$ , если известны расход масла  $Q$  и высота  $H$  расположения уровня масла в верхнем баке относительно сечения на выходе из трубы. При решении учесть потери на трение в трубопроводе, а местными потерями и величиной скоростного напора пренебречь. Принять плотность  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ , вязкость  $\nu = 0,5 \text{ см}^2/\text{с}$ , режим течения ламинарным. (Величины  $p_0, Q, H$  и  $l$  взять из таблицы 4).

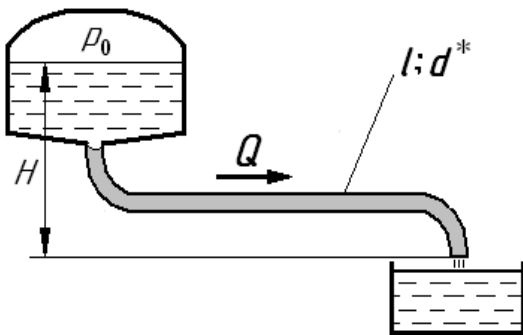


Рисунок к задаче 4.5.

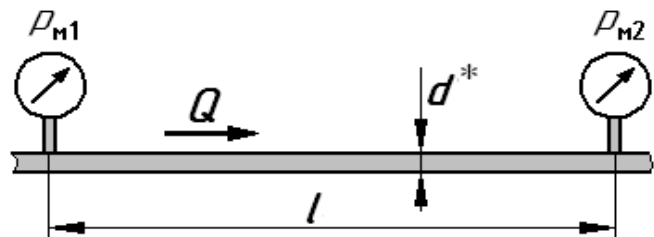


Рисунок к задаче 4.6.

**Задача 4.6.** Вода движется по горизонтальному трубопроводу длиной  $l$  с заданной величиной расхода  $Q$ . Определить диаметр трубопровода  $d^*$ , если известны показания манометров в начальном сечении  $p_{m1} = p_m$  и конечном сечении  $p_{m2} = 0,2 \cdot p_m$ . Принять режим течения в трубопроводе турбулентным, а область сопротивления квадратичной. При решении принять относительную эквива-

лентную шероховатость внутренней поверхности трубопровода  $k/d^* = 0,002$ . (Величины  $p_m$ ,  $Q$ , и  $l$  взять из таблицы 4).

**Задача 4.7.** Жидкость (масло) движется с расходом  $Q$  по трубе, которая в точке  $K$  разветвляется на два трубопровода 1 и 2, а затем в точке  $M$  эти трубопроводы соединяются вновь. Определить расходы  $Q_1$  и  $Q_2$  в трубопроводах 1 и 2, а также перепад давлений между точками  $K$  и  $M$  –  $\Delta p_{K-M}$ . Длины  $l_1$ ,  $l_2$ , и диаметры  $d_1$ ,  $d_2$  трубопроводов заданы. При решении местными потерями пренебречь. Принять плотность  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ , вязкость  $\nu = 0,5 \text{ см}^2/\text{с}$ , режим течения ламинарным. (Величины  $Q$ ,  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $d_1$  и  $d_2$  взять из таблицы 4).

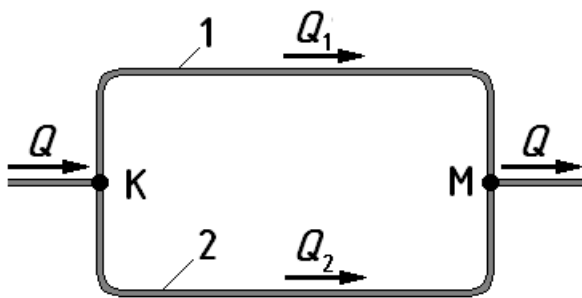


Рисунок к задаче 4.7.

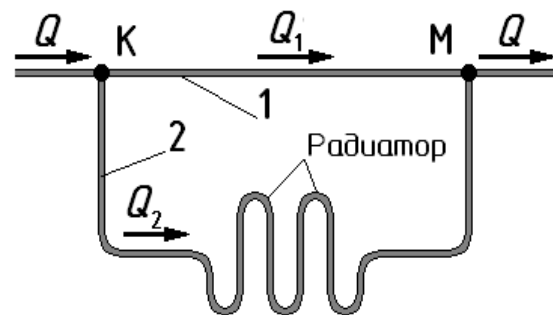


Рисунок к задаче 4.8.

**Задача 4.8.** В системе отопления горячая вода с вязкостью  $\nu = 0,004 \text{ см}^2/\text{с}$  поступает с расходом  $Q$  по трубе к точке  $K$ , в которой подключен трубопровод 2 для подвода воды к теплообменнику. В точке  $M$  трубопроводы вновь объединяются. Определить перепад давлений между точками  $K$  и  $M$  –  $\Delta p_{K-M}$  и расход  $Q_2$ , поступающий в теплообменник. При этом: теплообменник рассматривать как трубопровод длиной  $l$  и диаметром  $d_2$ ; считать, что трубопроводы 1 и 2 имеют одинаковый диаметр  $d$ , а их длины соответственно равны  $l_1$  и  $l_2$ , режим течения турбулентным, коэффициент потерь на трение  $\lambda = 0,02$ ; другими местными потерями пренебречь. (Величины  $Q$ ,  $l$ ,  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $d_2$  и  $d$  взять из таблицы 4).

**Задача 4.9.** Гидросистема подачи масла в точке  $K$  имеет ответвление от трубопровода 1. Часть потока масла направляется по трубопроводу 2 в фильтр, а затем в точке  $M$  она вновь соединяется с основным потоком. Определить расход  $Q_2$  проходящий через фильтр, а также перепад давлений между точками  $K$  и  $M$  –  $\Delta p_{K-M}$ , если расход до точки  $K$  равен  $Q$ . Заданы: длины  $l_1$  и  $l_2$ , диаметры  $d_1$

и  $d_2$ . При решении считать, что фильтр задан трубопроводом эквивалентной длины  $l_{\text{ф}} = 1,5 \cdot l_2$  диаметром  $d_2$ , другими местными потерями пренебречь. Принять: плотность масла  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ , вязкость  $\nu = 0,5 \text{ см}^2/\text{с}$ , режим течения ламинарным. (Величины  $Q$ ,  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $d_1$  и  $d_2$  взять из таблицы 4).

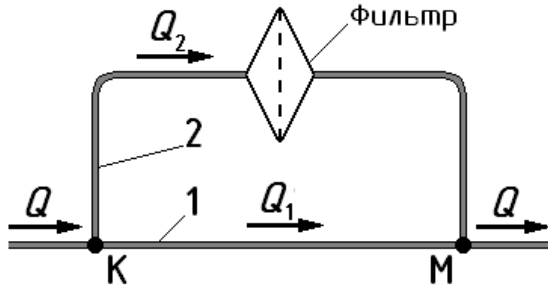


Рисунок к задаче 4.9.

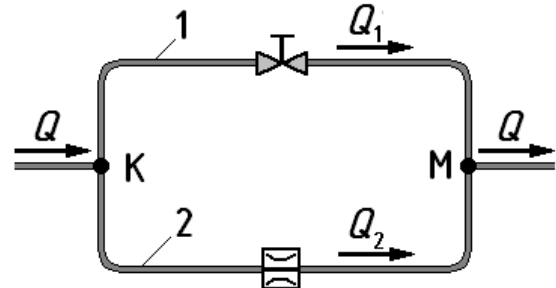


Рисунок к задаче 4.10.

**Задача 4.10.** Вода с расходом  $Q$  движется по трубе, которая в точке  $K$  разветвляется на два трубопровода 1 и 2, а затем в точке  $M$  оба трубопровода вновь соединяются. В трубопроводе 1 установлен кран, а в трубе 2 – гидродроссель. Определить расходы  $Q_1$  и  $Q_2$  в трубопроводах 1 и 2, а также перепад давлений между точками  $K$  и  $M$  –  $\Delta p_{K-M}$ , если диаметры трубопроводов одинаковы  $d$ , а длины соответственно равны  $l_1$  и  $l_2$ . При решении учесть потери в кране  $\zeta_{\text{кр}} = 3$  и в дросселе  $\zeta_{\text{др}} = 8$ , другими местными потерями пренебречь. Режим течения принять турбулентным, коэффициент  $\lambda = 0,02$ . (Величины  $Q$ ,  $l_1$ ,  $l_2$  и  $d$  взять из таблицы 4).

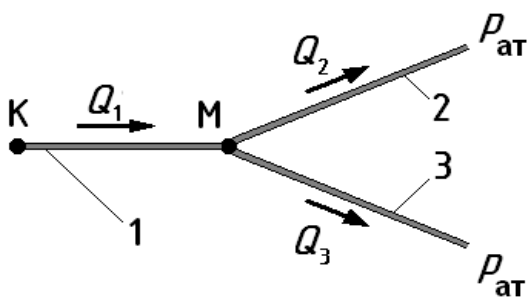


Рисунок к задаче 4.11.

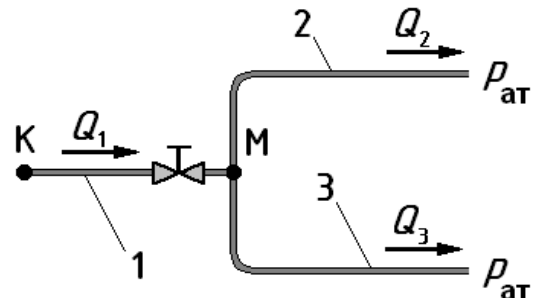


Рисунок к задаче 4.12.

**Задача 4.11.** Масло с расходом  $Q_1 = Q$  подается по трубопроводу 1 длиной  $l_1$  и диаметром  $d_1$ . В точке  $M$  трубопровод 1 разветвляется на два трубопровода 2 и 3, которые имеют длину  $l_2$  и  $l_3$ , диаметры  $d_2$  и  $d_3 = 0,8 \cdot d_2$ . Определить расходы  $Q_2$  и  $Q_3$  в трубопроводах 2 и 3, а также избыточное давление в точке  $K$  –  $p_K$ , если давление в конечных сечениях трубопроводов 2 и 3 атмосферное, и

центры тяжести этих сечений так же как и точки  $K$  и  $M$  располагаются в одной горизонтальной плоскости. При решении местными потерями пренебречь. Принять плотность  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ , вязкость  $\nu = 0,5 \text{ см}^2/\text{с}$ , режим течения ламинарным. (Величины  $Q$ ,  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $d_1$  и  $d_2$  взять из таблицы 4).

**Задача 4.12.** Вода с расходом  $Q_1 = Q$  подается по трубопроводу 1, в котором установлен кран с коэффициентом сопротивления  $\zeta_{\text{кр}} = 5$ . В точке  $M$  трубопровод 1 разветвляется на два трубопровода 2 и 3, у которых длины  $l_2$  и  $l_3$ , а диаметры всех трубопроводов одинаковы и равны  $d$ . Определить расходы  $Q_2$  и  $Q_3$  в трубопроводах 2 и 3, а также давление в точке  $K$   $p_K$ , если давление в конечных сечениях трубопроводов 2 и 3 атмосферное и центры тяжести этих сечений так же как и точки  $K$  и  $M$  располагаются в одной горизонтальной плоскости. При решении учесть потери в кране и потери на трение в трубопроводах 2 и 3. Другими потерями, в том числе и потерями на трение в трубопроводе 1 пренебречь. Режим течения считать турбулентным, принять коэффициент  $\lambda = 0,025$ . (Величины  $Q$ ,  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  и  $d$  взять из таблицы 4).

**Численные значения величин, необходимые для решения задач.**

Таблица 4.

Вариант	Физические величины										
	$H$	$d$	$d_1$	$d_2$	$l$	$l_1$	$l_2$	$l_3$	$p_0$	$p_M$	$Q$
	м	мм	мм	мм	м	м	м	м	МПа	МПа	л/с
А	5	10	8	6	8,0	6,0	6,0	5,0	0,2	2,0	0,30
Б	3	12	9	8	7,0	5,0	4,0	5,5	0,1	1,5	0,20
В	7	14	10	10	9,0	7,0	8,0	6,0	0,3	1,8	0,40
Г	4	15	7	9	7,5	4,0	6,0	4,5	0,2	1,2	0,50
Д	6	8	6	6	6,5	3,0	4,5	6,0	0,4	2,2	0,15
Е	8	13	14	12	10,0	8,0	5,5	7,0	0,5	3,0	0,55
Ж	9	15	12	10	14,0	11,0	9,0	8,0	0,7	2,8	0,70
З	15	12	10	7	12,0	9,0	7,0	3,0	0,6	2,6	0,25
И	10	11	8	9	10,0	7,5	5,0	9,0	0,8	5,0	0,45
К	2	16	7	11	8,5	5,5	4,0	6,0	0,5	0,8	0,50

## 5. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ НАСОСОВ И НАСОСНЫХ УСТАНОВОК

### Основные параметры насосов

К основным параметрам, характеризующим работу насоса, относятся: его подача  $Q_n$ , напор насоса  $H_n$ , создаваемое давление  $p_n$ , мощности полезная  $N_{\text{пол}}$  и потребляемая  $N_{\text{потр}}$ , а также его КПД  $\eta$ . Эти параметры используются при проектировании гидросистем для обоснованного выбора насоса для них.

Подача насоса  $Q_n$  – это объем жидкости, поступающий от насоса в гидросистему в единицу времени (единицы измерения:  $\text{м}^3/\text{с}$ , л/с).

Напор насоса  $H_n$  – это приращение полной удельной энергии жидкости в насосе (единица измерения – м). В общем случае он равен разности удельных энергий жидкости в сечениях потока на выходе из насоса и на входе в насос:

$$H_n = Z_2 - Z_1 + \frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_2 \cdot V_2^2 - \alpha_1 \cdot V_1^2}{2 \cdot g},$$

где: индекс 1 у параметра потока в сечении на входе в насос, а индекс 2 у параметра потока в сечении на выходе из насоса.

На практике для большинства из конструкций насосов разности нивелирных высот и скоростных напоров принимаются равными нулю. При этом напор насоса определяется по формуле:

$$H_n = \frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot g}, \quad (27)$$

Давление, создаваемое насосом  $p_n$ , – это перепад давления на насосе, который, учитывая (27), связан с величиной напора насоса  $H_n$  формулой:

$$p_n = p_2 - p_1 = H_n \cdot \rho \cdot g. \quad (28)$$

Полезная мощность насоса  $N_{\text{пол}}$  – это та мощность, которую насос передает жидкости. Она определяется по следующим зависимостям:

$$N_{\text{пол}} = Q_n \cdot H_n \cdot \rho \cdot g \quad (29) \quad \text{или} \quad N_{\text{пол}} = Q_n \cdot p_n. \quad (29a)$$

Потребляемая насосом мощность  $N_{\text{потр}}$  – это та мощность, которую насос потребляет от привода. Она для насоса с вращательным типом привода определяется по величине крутящего момента на его валу  $M$  и по угловой скорости  $\omega$

вращения этого вала:

$$N_{\text{потр}} = M \cdot \omega . \quad (30)$$

Полный кпд  $\eta$  насоса определяет энергоэффективность, с которой насос преобразует мощность, потребляемую от привода, в мощность, передаваемую жидкости. В общем случае он равен:

$$\eta = N_{\text{пол}} / N_{\text{потр}} . \quad (31)$$

Для оценки эффективности работы насоса по видам потерь используются его частные коэффициенты полезного действия (кпд).

Частные кпд учитывают следующие виды потерь в насосах:

- гидравлический кпд  $\eta_{\text{г}}$  – учитывает потери на движение жидкости в каналах внутри насоса;
- объемный кпд  $\eta_{\text{о}}$  – учитывает потери на утечки и перетечки жидкости через зазоры внутри насоса из области высокого давления в область низкого;
- механический кпд  $\eta_{\text{м}}$  – учитывает потери на преодоление сил трение в подшипниках и уплотнениях насоса.

Полный и частные кпд связаны зависимостью:

$$\eta = \eta_{\text{о}} \cdot \eta_{\text{г}} \cdot \eta_{\text{м}} .$$

Кроме этого важным при выборе насоса для проектируемой гидросистемы является его характеристика, под которой чаще всего понимается графическая зависимость напора насоса или давления создаваемого насосом от его подачи. Иногда интерес представляют так же графические зависимости полного и частных кпд насоса от его подачи и создаваемого давления.

Рассмотрим особенности определения перечисленных выше параметров для динамических и объемных насосов.

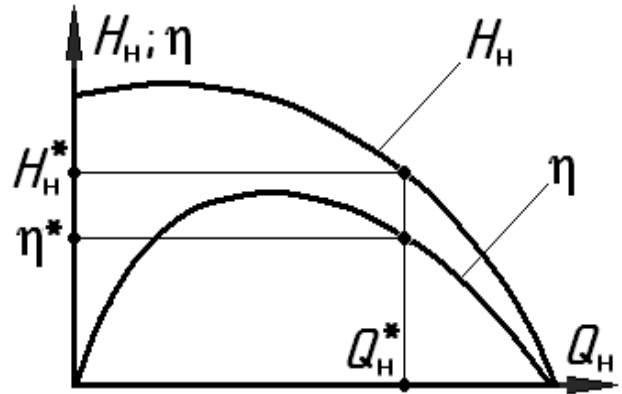
### **Динамические насосы**

К *динамическим* относятся насосы, в которых взаимодействие рабочего органа насоса с жидкостью происходит в проточной полости насоса, постоянно сообщенной с областями всасывания и нагнетания.

К самым распространенным динамическим насосам относятся лопаст-

ные насосы, из которых наиболее часто применяется центробежный насос.

Под характеристиками центробежного насоса понимаются графические зависимости напора  $H_H$  насоса и его кпд  $\eta$  от подачи  $Q_H$  (рис. 21). По характеристике удобно определять параметры работы насоса. Например, по известной подаче насоса  $Q_H^*$  находятся соответствующий напор насоса  $H_H^*$  и его кпд  $\eta^*$ .



**Рис. 21.** Характеристика центробежного насоса.

На практике расчетную характеристику для данного насоса получают на основе уже известных характеристик подобного насоса. Для этого пользуются формулами пересчета, которые получены на основе теории подобия центробежных насосов. Эти формулы для подобных режимов работы имеют вид:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1 \cdot D_1^3}{n_2 \cdot D_2^3} \quad (32) \quad \text{и} \quad \frac{H_1}{H_2} = \frac{n_1^2 \cdot D_1^2}{n_2^2 \cdot D_2^2} \quad (33)$$

Здесь приняты следующие обозначения параметров:

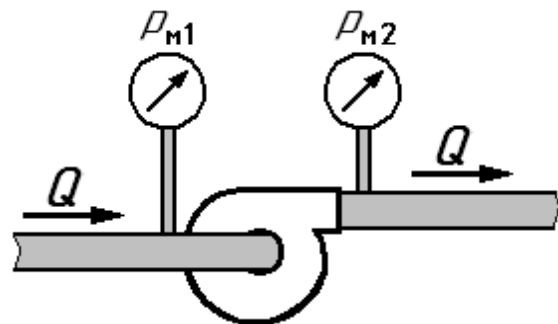
$Q_1$  и  $Q_2$  — подачи насосов на первом и втором режимах работы;

$H_1$  и  $H_2$  — напоры насосов на первом и втором режимах работы;

$n_1$  и  $n_2$  — частоты вращения вала насосов на первом и втором режимах работы;

$D_1$  и  $D_2$  — диаметры рабочих колес первого и второго насоса.

**Пример 10.** Центробежный насос с диаметром рабочего колеса  $D_1 = 176$  мм, подключенный к трубопроводу постоянного диаметра, работал на частоте вращения вала  $n_1 = 1000$  об/мин. При этом показание манометра на входе в насос составляло  $p_{M1} = 0,02$  МПа, показание манометра на выходе насоса —  $p_{M2} = 0,12$  МПа, а подача насоса —  $Q_1 = 5$  л/с.



**Рис. 22.** Иллюстрация к примеру 10.



Затем к этому трубопроводу взамен старого подключили новый насос, подобный по конструкции первому, но с диаметром рабочего колеса  $D_2 = 140$  мм и работающий на частоте вращения  $n_2 = 2000$  об/мин. Определить подачу, напор и потребляемую мощность нового насоса, если он работает на подобном режиме. При решении принять его кпд  $\eta_2 = 0,75$ , а плотность жидкости  $\rho = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

**Решение.**

При известной подаче для старого насоса  $Q_1$  подачу нового насоса найдем по формуле (32):

$$Q_2 = Q_1 \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^3 = 5 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{2000}{1000} \cdot \left( \frac{140}{160} \right)^3 = 6,7 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} = 6,7 \text{ л/с} .$$

Напор для старого насоса найдем по формуле (27), так как давление на входе в насос  $p_{\text{вх}} = p_{\text{м1}}$  и на выходе из него  $p_{\text{вых}} = p_{\text{м2}}$  заданы по условию задачи

$$H_1 = \frac{p_{\text{вых}} - p_{\text{вх}}}{\rho \cdot g} = \frac{0,12 \cdot 10^6 - 0,02 \cdot 10^6}{1000 \cdot 9,81} = 10,2 \text{ м} .$$

Напор для нового насоса определим по формуле (33):

$$H_2 = H_1 \cdot \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 \cdot \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^2 = 10,2 \cdot \left( \frac{2000}{1000} \right)^2 \cdot \left( \frac{140}{160} \right)^2 = 17,8 \text{ м} .$$

Определив подачу  $Q_2$  и напор  $H_2$  для нового насоса, по формуле (29) найдем его полезную мощность:

$$N_{\text{пол2}} = Q_2 \cdot H_2 \cdot \rho \cdot g = 6,7 \cdot 10^{-3} \cdot 17,8 \cdot 1000 \cdot 9,81 = 1170 \text{ Вт} = 1,17 \text{ кВт} .$$

Потребляемую мощность нового насоса находим при известном кпд насоса из формулы (31):

$$N_{\text{потр2}} = \frac{N_{\text{пол2}}}{\eta_2} = \frac{1,17}{0,75} = 1,56 \text{ кВт} .$$

Таким образом, подобный режим работы нового насоса характеризуют параметры:  $Q_2 = 6,7$  л/с,  $H_2 = 17,8$  м,  $N_{\text{потр2}} = 1,56$  кВт.

Отметим, что формулы и методы расчета, использованные для расчета центробежного насоса, применимы для расчетов и других лопастных насосов.

## Роторные (объемные) насосы

**Объемным** называется насос, в котором взаимодействие рабочего органа насоса с жидкостью происходит в рабочей камере, попеременно сообщаемой с областями всасывания и нагнетания насоса.

Из объемных насосов наибольшее распространение получили **роторные** насосы, в которых рабочие камеры перемещаются, а вытеснитель совершает вращательное или вращательно-поступательное движение.

Важнейшим геометрическим параметром роторного насоса является его рабочий объем  $W_0$ . Это объем жидкости, который насос из геометрических соображений может подать в гидросистему за один оборот вала. Для большинства роторных насосов рабочий объем  $W_0$  равен сумме объемов, вытесняемых из его рабочих камер  $W_k$ , т.е.  $W_0 = W_k \cdot z$ .

где  $z$  – количество рабочих камер, совершающих подачу за один оборот.

При известном рабочем объеме  $W_0$  и частоте вращения  $n$  насоса могут быть определены его геометрическая (часто называют: теоретическая или идеальная)  $Q_T$  и реальная  $Q$  подачи:

$$Q_T = W_0 \cdot n \quad (34) \quad \text{и} \quad Q = W_0 \cdot n \cdot \eta_o = Q_T \cdot \eta_o. \quad (34a)$$

Формулы (34) и (34a) позволяют построить характеристику роторного насоса (рис. 23), которая представляет собой прямую линию. Давление  $p^*$  и расход  $Q^*$ , отмеченные на графике соответствуют режиму при котором задано численное значение объемного КПД насоса  $\eta_o^*$ .

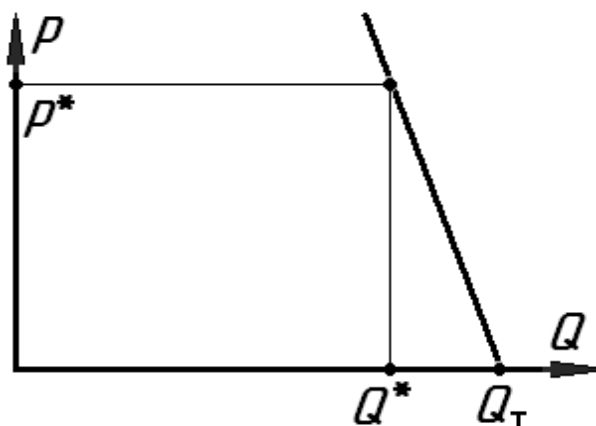


Рис. 23. Характеристика роторного насоса.

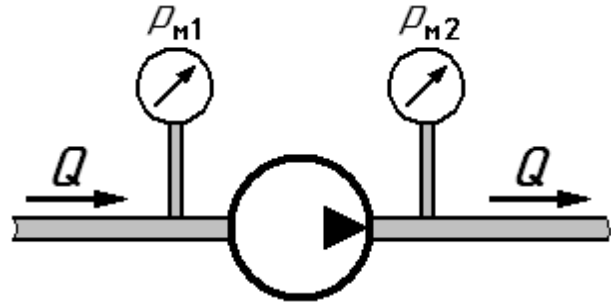
Для роторных насосов напор насоса  $H_n$  используется редко. Чаще используется связанный с ним зависимостью (28) параметр давление  $p_n$ , создаваемое насосом.

Давление  $p_n$ , создаваемое насосом, при известном рабочем объеме  $W_0$  определяет необходимую величину крутящего момента  $M$  на его валу:

$$M = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot W_o \cdot p_n \cdot \frac{1}{\eta_m}.$$

Следует отметить, что в роторных насосах гидравлические потери малы. Поэтому гидравлический КПД  $\eta_r$  для них принимается равным единице ( $\eta_r = 1$ ), и формула (31) для роторных насосов принимает вид:  $\eta = \eta_o \cdot \eta_m$ .

**Пример 11.** Роторный насос подает жидкость по трубопроводу в гидросистему. Роторный насос содержит 11 рабочих камер с рабочим объемом  $W_k = 1,5 \text{ см}^3$  каждая. Определить рабочий объем насоса, его подачу, полезную и потребляемую мощности, если частота вращения составляет  $n = 2000$  об/мин, а показания манометров на входе и на выходе насоса  $p_{m1} = 1 \text{ МПа}$  и  $p_{m2} = 9 \text{ МПа}$  соответственно. Считать диаметры всасывающего и напорного трубопроводов одинаковыми. Принять объемный КПД насоса  $\eta_o = 0,91$ , а полный КПД –  $\eta = 0,85$ .



**Рис. 24.** Иллюстрация к примеру 11.

манометров на входе и на выходе насоса  $p_{m1} = 1 \text{ МПа}$  и  $p_{m2} = 9 \text{ МПа}$  соответственно. Считать диаметры всасывающего и напорного трубопроводов одинаковыми. Принять объемный КПД насоса  $\eta_o = 0,91$ , а полный КПД –  $\eta = 0,85$ .

**Решение.**

Рабочий объем насоса найдем, как сумму объемов рабочих камер:

$$W_o = W_k \cdot z = 1,5 \cdot 11 = 16,5 \text{ см}^3/\text{об} = 16,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{об}.$$

Подача насоса определим по формуле (34а):

$$Q = W_o \cdot n \cdot \eta_o = 16,5 \cdot 10^{-6} \cdot 2000 \cdot 0,91 = 30 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{мин} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} = 0,5 \text{ л/с}.$$

Далее по формуле (35) найдем давление, создаваемое насосом:

$$p_n = p_{m2} - p_{m1} = 9 \cdot 10^6 - 1 \cdot 10^6 = 8 \cdot 10^6 \text{ Па} = 8 \text{ МПа}.$$

Полезную мощность насоса вычислим по формуле (29а):

$$N_{\text{пол}} = Q \cdot p_n = 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^6 = 4 \cdot 10^3 \text{ Вт} = 4 \text{ кВт},$$

а с использованием формулы (31) при известном КПД получим потребляемую мощность насоса:

$$N_{\text{потр}} = N_{\text{пол}}/\eta = 4/0,85 = 4,7 \text{ кВт}.$$

Таким образом, определены следующие параметры насоса: рабочий объ-

ем  $W_0 = 16,5$  см<sup>3</sup>/об, подача  $Q_2 = 0,5$  л/с, полезная мощность  $N_{\text{пол}} = 4$  кВт и потребляемая мощность  $N_{\text{потр}} = 4,7$  кВт.

### Насосные установки

Под насосной установкой понимают роторный насос в совокупности с дополнительными устройствами, обеспечивающие заданную внешнюю характеристику.

На рис. 25 представлена схема насосной установки, в состав которой входят нерегулируемый роторный насос и переливной клапан. На рис. 26 приведена ее характеристика.

Из этих рисунков видно, что при давлениях  $p < p_{\text{кл}}$  (рис. 25, 26) клапан закрыт ( $Q_{\text{кл}} = 0$ ) и рабочей характеристикой насосной установки является линия  $AK$  (рис. 26). Начиная с давления  $p = p_{\text{кл}}$ , клапан начинает открываться, и часть подачи насоса  $Q_{\text{н}}$  сливается в бак ( $Q_{\text{кл}} \neq 0$ ). Рабочей характеристикой насосной установки в этом случае является линия  $KB$  (рис. 26).

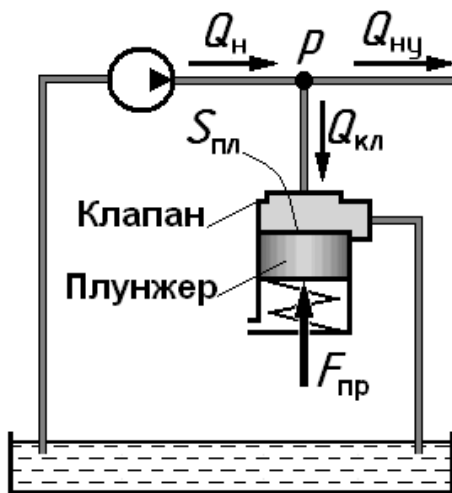


Рис. 25. Схема насосной установки с переливным клапаном.

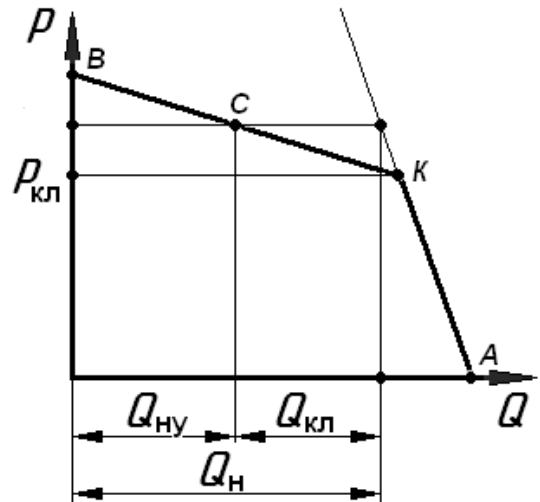


Рис. 26. Характеристика насосной установки с переливным клапаном.

При частично открытом клапане подача насоса  $Q_{\text{н}}$  разделяется на два потока (рис. 26): один из них направляется в гидросистему  $Q_{\text{ну}}$ , а другой сливается через клапан в бак  $Q_{\text{кл}}$ , т.е.

$$Q_{\text{н}} = Q_{\text{ну}} + Q_{\text{кл}}.$$

Определить величины расходов  $Q_{\text{н}}$ ,  $Q_{\text{ну}}$  и  $Q_{\text{кл}}$  можно по характеристике насосной установки, как показано на рис. 26 для точки  $C$ .

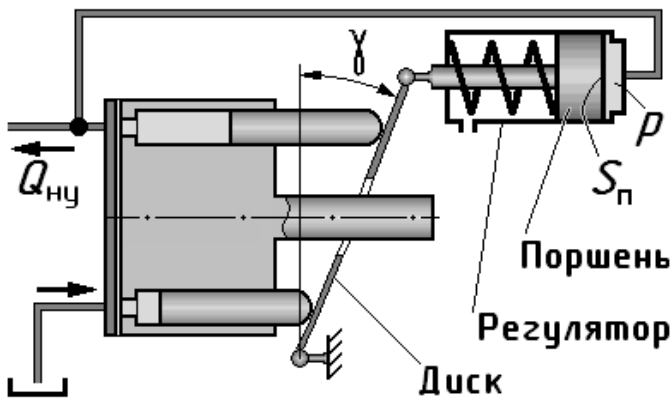
Для построения характеристики насосной установки важно определить давление срабатывания переливного клапана  $p_{\text{кл}}$ . Для этого воспользуемся уравнением равновесия плунжера клапана (без учета его веса) в направлении его возможного перемещения (рис. 25). В результате получим:

$$p_{\text{кл}} = \frac{F_{\text{пр}}}{S_{\text{пл}}} \quad (36)$$

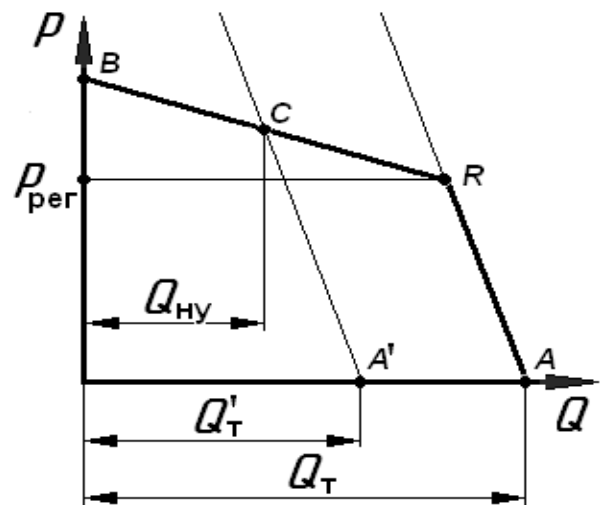
где:  $F_{\text{пр}}$  – сила предварительного поджатия пружины клапана;

$S_{\text{пл}}$  – площадь торцевой поверхности плунжера клапана.

Другим распространенным вариантом насосных установок является насосная установка с регулятором подачи (рис. 27). Она может быть реализована на основе регулируемого роторного насоса, величина рабочего объема  $W_0$  которого автоматически изменяется в соответствии с величиной давления  $p$  на выходе насоса. Такая насосная установка имеет характеристику (рис. 28) внешне аналогичную характеристике (рис. 26) рассмотренной ранее насосной установки с переливным клапаном.



**Рис. 27.** Схема насосной установки с регулятором подачи.



**Рис. 28.** Характеристика насосной установки с регулятором подачи.

При давлении на выходе насоса  $p < p_{\text{рег}}$  (рис. 27, 28) поршень регулятора занимает крайнее правое положение. При этом угол  $\gamma$  наклона диска максимален, а, следовательно, максимальны его рабочий объем и подача. При таком положении поршня регулятора характеристикой насосной установки является линия  $AR$  (рис. 28), а геометрическая подача равна  $Q_{\text{Т}}$ .

При давлении на выходе насоса  $p$ , превышающем величину  $p_{\text{рег}}$ , поршень

регулятора подачи смещается влево. При этом уменьшаются угол  $\gamma$  наклона диска, рабочий объем  $W_0$  насоса и его подача  $Q_n$ , а характеристикой насосной установки в этом случае является линия  $RB$  (рис. 28).

Таким образом, при некотором промежуточном положении поршня регулятора насосная установка работает в одной из точек на линии  $RB$  (рис. 28), например, в точке  $C$ . В этом случае рабочий объем насоса меньше максимального и фактической его характеристикой является линия  $A'C$  (линия  $A'C$  практически параллельна линии  $AR$ ). При этом подача насосной установки равна  $Q_{ny}$ , а текущее значение рабочего объема  $W_0$  насоса можно определить по величине  $Q'_T$ , используя формулу (34):

$$W_0 = \frac{Q'_T}{n}.$$

Для построения характеристики насосной установки в данном случае важно определить давление  $p_{рег}$ , при котором начинается движение поршня регулятора влево. Для этого следует воспользоваться уравнением равновесия поршня (рис. 27). В результате, если пренебречь силами трения, получим:

$$p_{рег} = \frac{F_{пр}}{S_{п}}.$$

где  $F_{пр}$  – сила предварительного поджатия пружины регулятора;

$S_{п}$  – площадь поршня регулятора.

Из рассмотренных двух вариантов насосных установок с энергетической точки зрения несомненными преимуществами обладает насосная установка с регулятором подачи, так как в этом случае вся подача насоса направляется в гидросистему  $Q_n = Q_{ny}$ .

**Пример 12.** Насосная установка (рис. 25) включает нерегулируемый роторный насос с рабочим объемом  $W_0 = 30 \text{ см}^3/\text{об}$  и переливной клапан с плунжером площадью  $S_{пл} = 1 \text{ см}^2$ . Определить подачу насоса и давление, при котором срабатывает переливной клапан, если сила предварительного поджатия пружины клапана  $F_{пр} = 0,8 \text{ кН}$ , объемный КПД насоса при давлении  $p^* = 16 \text{ МПа}$  составляет  $\eta_0^* = 0,8$ , а частота вращения вала насоса  $n = 2000 \text{ об/мин}$ . Найти полезную и потребляемую мощности на этом режиме работы, приняв полный

кпд насоса  $\eta = 0,75$ .

**Решение.**

Вначале построим характеристику нерегулируемого роторного насоса.

Для этого воспользуемся формулой (34) для определения величины  $Q_T$

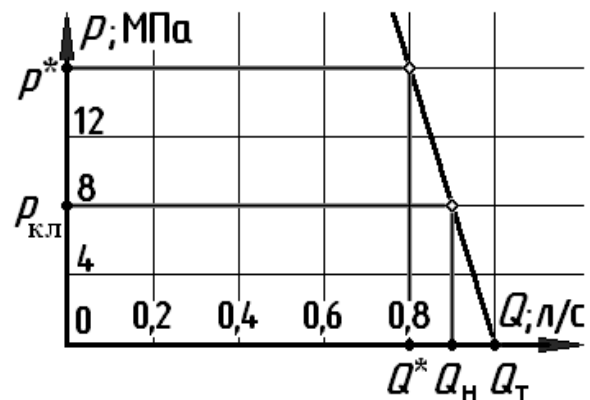
$$Q_T = W_o \cdot n = 30 \cdot 10^{-6} \cdot 2000 = 60 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^3}{\text{мин}} = 1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^3}{\text{с}} = 1 \frac{\text{л}}{\text{с}}$$

и формулой (34а) для определения величины подачи  $Q^*$  насоса при том давлении  $p^*$ , при котором задан его объемный кпд  $\eta_o^*$ ,

$$Q^* = Q_T \cdot \eta_o^* = 1 \cdot 0,8 = 0,8 \frac{\text{л}}{\text{с}} .$$

На основании полученных данных, используя методику построения характеристики роторного насоса (рис. 24), получим характеристику насоса для данного расчетного случая (рис. 29).

Для определения подачи  $Q_H$  насоса в момент срабатывания переливного



**Рис. 29. Иллюстрация к примеру 12.**

клапана, по формуле (36) найдем величину этого давления  $p_{кл}$

$$p_{кл} = \frac{F_{пр}}{S_{пл}} = \frac{0,8 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^{-4}} = 8 \cdot 10^6 \text{ Па} = 8 \text{ МПа}.$$

Используя полученную характеристику насоса (рис. 29) и полученное значение  $p_{кл}$ , по графику найдем искомую величину подачи насоса  $Q_H = 0,9$  л/с.

Искомую полезную мощность насоса вычислим по формуле (29а):

$$N_{пол} = Q_{кл} \cdot p_{кл} = 0,9 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^6 = 7,2 \cdot 10^3 \text{ Вт} = 7,2 \text{ кВт}.$$

Потребляемую мощность насоса получим, используя формулу (31):

$$N_{потр} = N_{пол} / \eta = 7,2 / 0,75 = 9,6 \text{ кВт}.$$

Таким образом, определены искомые параметры насосной установки на режиме срабатывания клапана: давление  $p_{кл} = 8$  МПа, подача насоса  $Q_H = 0,9$  л/с, его полезная мощность  $N_{пол} = 7,2$  кВт и его потребляемая мощность  $N_{потр} = 9,6$  кВт.

### Контрольные задачи

(Величины, необходимые для решения, взять из таблицы 5 в конце данного раздела).

**Задача 5.1.** Центробежный насос, подача которого равна  $Q_n$ , подает жидкость в трубопровод. Определить его напор, полезную и потребляемую мощности, если показание манометра на выходе из насоса равно  $p_m$ , а его полный КПД равен  $\eta = 0,8$ . При решении принять давление на входе в насос атмосферным, диаметры всасывающего и напорного трубопроводов одинаковыми, плотность жидкости  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ . (Величины  $p_m$  и  $Q_n$  взять из таблицы 5).

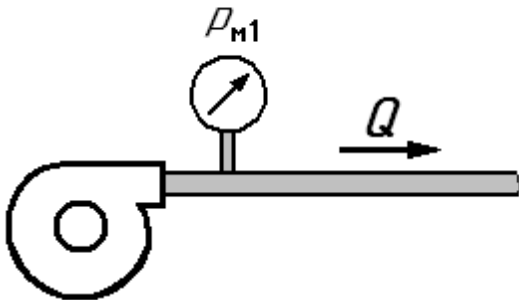


Рисунок к задачам 5.1 и 5.2.

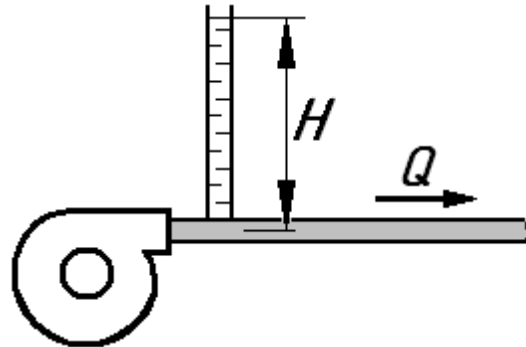


Рисунок к задаче 5.3.

**Задача 5.2.** Подача центробежного насоса при частоте вращения  $n_1 = n$  составляет  $Q_1 = Q_n$ , а показания манометра, установленного на выходе насоса, равны  $p_m$ . Определить его подачу, напор и полезную мощность при частоте вращения  $n_2 = 1,5 \cdot n$ . Считать, что при новой частоте вращения насос работает на режиме подобном первому. При решении учесть, что давление на входе в насос атмосферное, а диаметры всасывающего и напорного трубопроводов одинаковы. Плотность жидкости  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ . (Величины  $p_m$  и  $Q_n$  взять из таблицы 5).

**Задача 5.3.** Подача центробежного насоса с диаметром рабочего  $D_1 = D$  составляет  $Q_1 = Q_n$ , а показания пьезометра, установленного на выходе насоса, равны  $H$ . Определить подачу, напор и полезную мощность для подобного насоса с диаметром рабочего колеса  $D_2 = 1,2 \cdot D$ . Считать, что новый насос работает на режиме подобном первому с той же частотой вращения. При решении учесть, что пьезометрический напор на входе в насос равен нулю, а диаметры всасывающего и напорного трубопроводов одинаковы. Плотность жидкости  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ . (Величины  $H$  и  $Q_n$  взять из таблицы 5).



**Задача 5.4.** Подача центробежного насоса в трубопровод равна  $Q_H$ . Определить его напор, а также полезную и потребляемую мощности. При решении использовать заданную характеристику насоса. Принять плотность жидкости  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ . (Величину  $Q_H$  взять из таблицы 5).

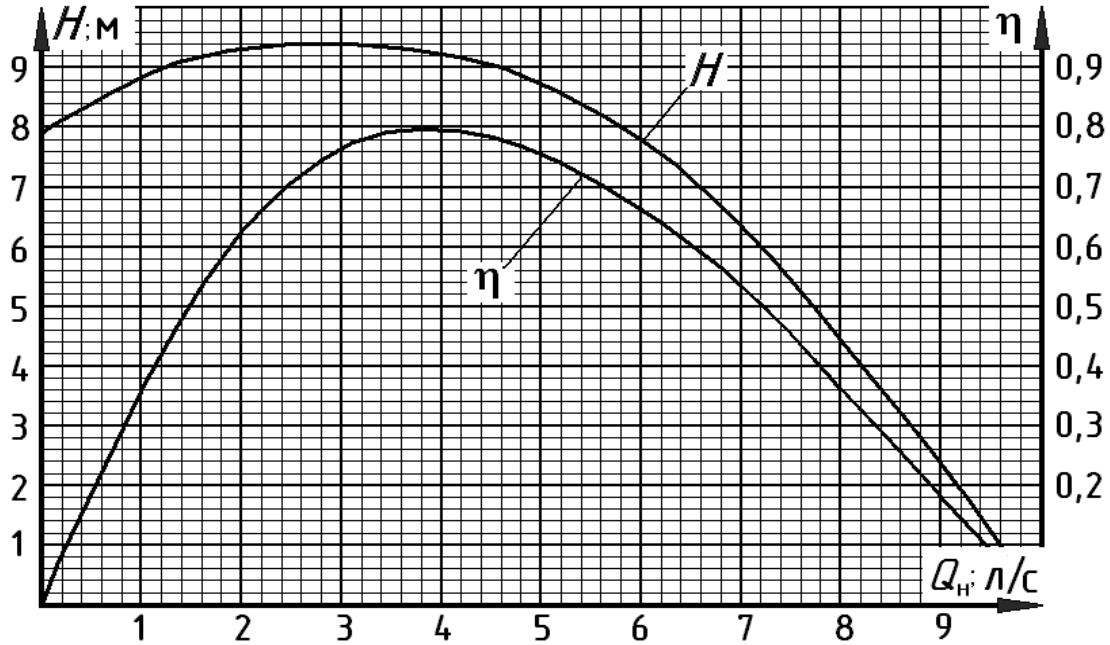


Рисунок к задаче 5.4.

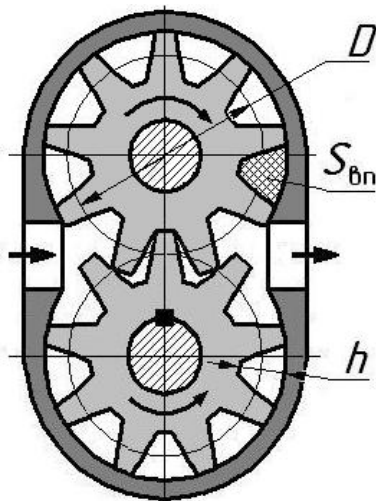


Рисунок к задаче 5.5.

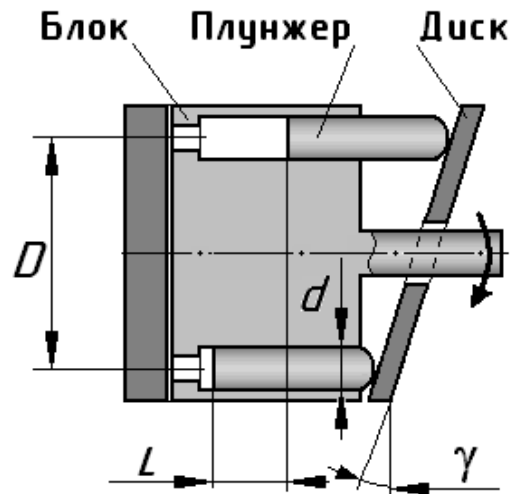


Рисунок к задаче 5.6.

**Задача 5.5.** Привод обеспечивает вращение вала шестеренного насоса, схема которого представлена на рисунке, с частотой вращения  $n$ . Определить его рабочий объем и подачу, если диаметр  $D$  начальной окружности одинаковых шестерен задан. При этом учесть, что рабочей камерой насоса является впадина между двумя соседними зубьями одной шестерни и корпусом. Для определения геометрических параметров эвольвентного зацепления использовать

следующие зависимости: высота зуба  $h = 2D/(z+1)$ , ширина шестерен  $b = 1,5 \cdot h$  и площадь одной впадины зуба  $S_{\text{вп}} = 0,9 \cdot h^2$  (на рисунке заштрихована). При решении принять число зубьев у каждой шестерни  $z = 9$ , а объемный КПД насоса  $\eta_o = 0,9$ . (Величины  $n$  и  $D$  взять из таблицы 5).

**Задача 5.6.** Привод обеспечивает вращение вала аксиально-поршневого насоса, схема которого представлена на рисунке, с частотой вращения  $n$ . Определить его рабочий объем и подачу. При этом учесть, что рабочей камерой насоса является цилиндрический объем, в котором совершает возвратно-поступательное движения плунжер. Заданы: диаметр  $D$  расположения плунжеров во вращающемся блоке цилиндров, диаметр плунжера  $d$ , количество плунжеров  $z = 9$  и угол наклона диска  $\gamma = 25^\circ$ . Объемный КПД насоса принять  $\eta_o = 0,95$ . (Величины  $n$ ,  $d$ , и  $D$  взять из таблицы 5).

**Задача 5.7.** Роторный насос с рабочим объемом  $W_o$  подает жидкость из открытого гидробака в гидросистему. Пренебрегая потерями во всасывающем трубопроводе и высотой расположения насоса по отношению к уровню жидкости в баке ( $h = 0$ ), определить подачу насоса, полезную и потребляемую мощности. Заданы: частота вращения вала насоса  $n$ , показание манометра  $p_n$ , установленного на выходе насоса, объемный КПД  $\eta_o = 0,95$  и полный КПД  $\eta = 0,9$  насоса при этом давлении. (Величины  $W_o$ ,  $n$  и  $p_n$  взять из таблицы 5).

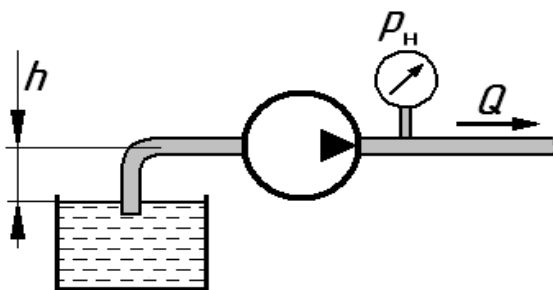


Рисунок к задаче 5.7.

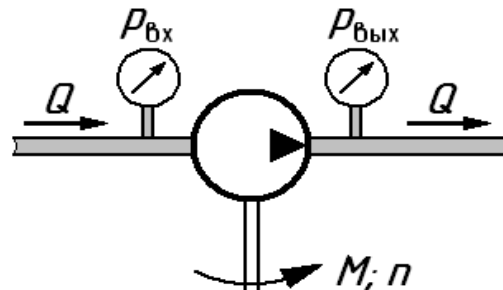


Рисунок к задаче 5.8.

**Задача 5.8.** При испытании роторного насоса с рабочим объемом  $W_o$  снимались показания манометров на входе в насос  $p_{\text{вх}}$  и на выходе из него  $p_{\text{вых}}$ , а также определялась подача насоса  $Q$ . Кроме того, измерялись частота вращения  $n$  и крутящий момент на валу насоса  $M$ . По результатам испытаний вычислить: полный  $\eta$ , объемный  $\eta_o$  и механический  $\eta_m$  КПД насоса. При решении принять

$p_{\text{вх}} = 0,1 \cdot p_{\text{н}}$  и  $p_{\text{вых}} = p_{\text{н}}$ . (Величины  $W_0$ ,  $n$ ,  $M$ ,  $Q$ , и  $p_{\text{н}}$  взять из таблицы 5).

**Задача 5.9.** Насосная установка включает нерегулируемый роторный насос с рабочим объемом  $W_0$  и переливной клапан, через который часть подачи насоса  $Q_{\text{н}}$  направляет на слив в бак  $Q_{\text{кл}} = Q$ . Определить подачу насосной установки  $Q_{\text{ну}}$ , а также ее потребляемую и полезную мощности, если заданы частота вращения вала насоса  $n$  и давление на выходе насоса  $p_{\text{н}}$ . Принять давление на входе в насос  $p_{\text{вх}} = 0$ , объемный КПД  $\eta_0 = 0,93$  и полный КПД  $\eta = 0,85$  насоса при давлении равном  $p_{\text{н}}$ . (Величины  $W_0$ ,  $n$ ,  $Q$ , и  $p_{\text{н}}$  взять из таблицы 5).

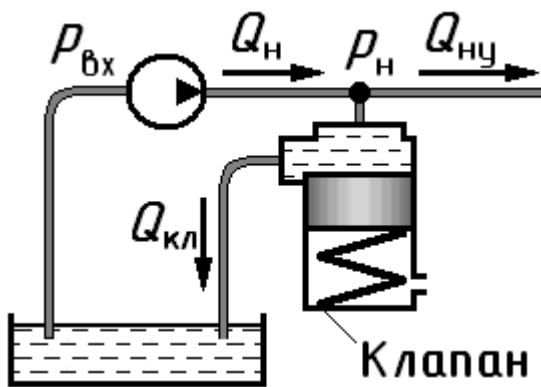


Рисунок к задачам 5.9 и 5.11.

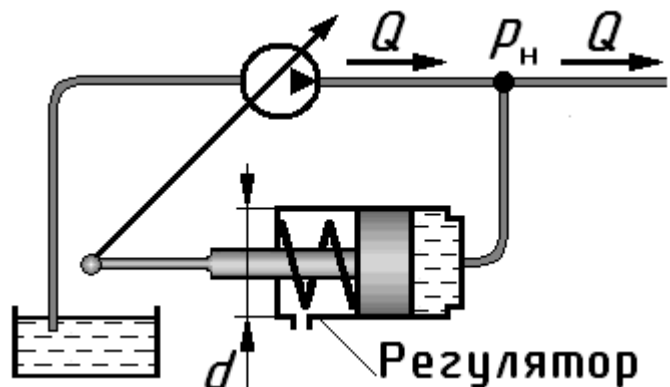


Рисунок к задачам 5.10 и 5.12.

**Задача 5.10.** Насосная установка включает регулируемый роторный насос с максимальным рабочим объемом  $W_0$  и регулятор подачи с диаметром поршня  $d$ . Перемещение поршня регулятора подачи влево уменьшает рабочий объем насоса и, следовательно, его подачу. Определить давление  $p_{\text{н}}^*$  при котором срабатывает регулятор, а также подачу насоса на этом режиме  $Q_{\text{н}}^*$ . При решении принять силу предварительного поджатия пружины  $F$ , а частоту вращения вала насоса  $n$ . Считать, что величина объемного КПД насоса определяется зависимостью  $\eta_0 = 1 - 0,01 \cdot p_{\text{н}}$ , где  $p_{\text{н}}$  имеет размерность МПа. (Величины  $W_0$ ,  $n$ ,  $d$  и  $F$  взять из таблицы 5).

**Задача 5.11.** Насосная установка включает нерегулируемый роторный насос и переливной клапан, через который часть подачи насоса направляет на слив (см. рисунок к задачам 5.9 и 5.11). Определить расход жидкости  $Q_{\text{кл}}$ , сливающийся через клапан, если подача насосной установки известна  $Q_{\text{ну}} = Q$ . Найти на этом режиме полезную и потребляемую мощности насосной установ-

ки, приняв при этом полный кпд насоса  $\eta = 0,85$ . При решении воспользоваться характеристикой насосной установки, приведенной на рисунке к задачам 5.11 и 5.12. (Величину  $Q$  взять из таблицы 5).

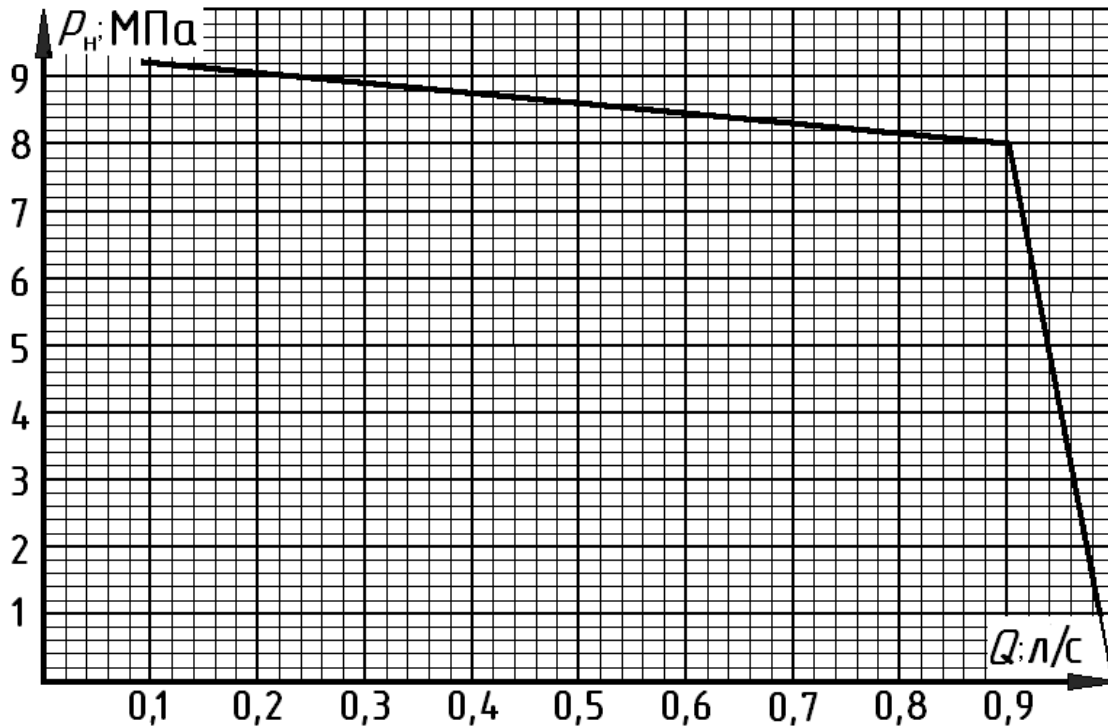


Рисунок к задачам 5.11 и 5.12.

**Задача 5.12.** Насосная установка включает регулируемый роторный насос с максимальным рабочим объемом  $W_0$  и регулятор подачи (см. рисунок к задачам 5.10 и 5.12). Определить давление на выходе насосной установки и ее полезную мощность, если известна ее подача  $Q_{\text{нп}} = Q$ . Найти рабочий объем регулируемого насоса  $W_0^*$  на этом режиме работы. При решении воспользоваться характеристикой насосной установки, приведенной на рисунке к задачам 5.11 и 5.12. (Величины  $W_0$ , и  $Q$  взять из таблицы 5).

**Численные значения величин, необходимые для решения задач.**

Таблица 5.

Вариант	Физические величины										
	$H$	$D$	$d$	$F$	$M$	$p_m$	$p_n$	$Q_n$	$Q$	$n$	$W_o$
	м	мм	мм	Н	Н·м	МПа	МПа	л/с	л/с	об/мин	см <sup>3</sup> /об
А	9,5	40	10	30	25	0,20	4,1	6,2	0,75	1475	38
Б	12,0	70	14	70	33	0,08	4,4	5,0	0,82	1250	46
В	14,0	55	12	55	20	0,16	3,9	3,7	0,60	1350	30
Г	8,0	60	11	40	30	0,18	5,0	4,6	0,72	1300	36
Д	10,0	85	16	65	28	0,05	5,2	5,4	0,50	1000	32
Е	7,5	65	13	90	32	0,07	5,7	7,0	0,76	1600	34
Ж	6,0	50	9	80	27	0,12	4,0	5,8	0,55	900	40
З	11,0	45	8	120	35	0,24	4,8	4,2	0,70	1100	44
И	9,0	75	14	75	30	0,15	5,4	6,5	0,44	975	34
К	5,0	35	7	50	36	0,09	6,1	7,0	0,48	1015	35

## 6. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ РАБОТЫ ОБЪЕМНЫХ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ПРИВОДОВ

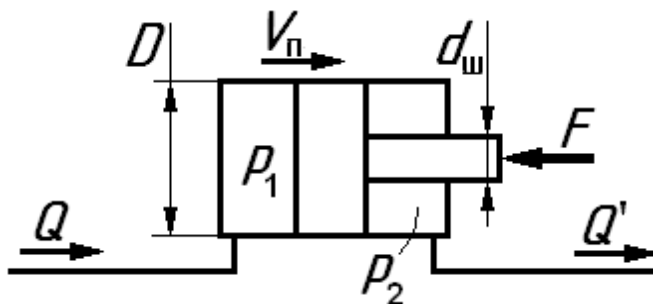
Гидроприводом называется совокупность устройств, предназначенная для передачи механической энергии посредством рабочей жидкости.

Объемным называется гидропривод, в котором используются объемные насосы и объемные гидродвигатели.

### Расчет параметров работы объемных гидродвигателей

На практике в объемных гидроприводах из гидродвигателей чаще всего используются гидроцилиндры и роторные гидромоторы.

При расчете гидроцилиндров с односторонним штоком (рис. 31), как правило, необходимо учитывать то, что расходы жидкости в трубопроводах до  $Q$  и после  $Q'$  гидроцилиндра разные (на рис. 31  $Q > Q'$ ).



*Рис. 31. Схема гидроцилиндра.*

Это обусловлено тем, что шток гидроцилиндра занимает часть объема в одной из его полостей.

Не трудно получить формулу, позволяющую найти взаимозависимость между расходами  $Q'$  и  $Q$ . Для этого выразим скорость  $V_{п}$  движения поршня гидроцилиндра через величины этих расходов (рис. 31):

$$V_{п} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2} = \frac{4 \cdot Q'}{\pi \cdot (D^2 - d_{ш}^2)}, \quad (37)$$

где  $D$  и  $d_{ш}$  – диаметры поршня и штока гидроцилиндра.

$$\text{Отсюда} \quad Q' = Q \cdot \frac{D^2 - d_{ш}^2}{D^2} \quad (37a)$$

Следует отметить, что формулы (37) и (37a) не учитывают объемные потери в гидроцилиндре, которые в большинстве случаев малы. Поэтому ими, как правило, пренебрегают, т.е. принимают объемный КПД гидроцилиндра  $\eta_0 = 1$ .

Перепад давления  $\Delta p = p_1 - p_2$  на гидроцилиндре (рис. 31) определяется

по величине преодолеваемой внешней нагрузки  $F$ , действующей вдоль его штока, из уравнения равновесия поршня в направлении его возможного перемещения. Это уравнение с учетом возникающей силы трения  $F_{\text{тр}}$  имеет вид:

$$p_1 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = F + F_{\text{тр}} + p_2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d_{\text{ш}}^2).$$

На практике потери на трение в гидроцилиндре часто задаются механическим КПД  $\eta_{\text{м}}$ , который равен  $\eta_{\text{м}} = \frac{F}{F + F_{\text{тр}}}$ .

Отсюда, для рассматриваемого случая (рис. 31) получим:

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot D^2 \cdot \eta_{\text{м}}} - p_2 \cdot \frac{d_{\text{ш}}^2}{D^2}. \quad (38)$$

Если изменяется направление движения жидкости через гидроцилиндр и при этом соответственно изменяется направление действия внешней нагрузки  $F$  на его штоке, то после выполнения действий, аналогичных приведенным выше, перепад давления на гидроцилиндре получится равным:

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot (D^2 - d_{\text{ш}}^2) \cdot \eta_{\text{м}}} + p_2 \cdot \frac{d_{\text{ш}}^2}{D^2 - d_{\text{ш}}^2}. \quad (38a)$$

Если в гидроприводе используется гидроцилиндр с двусторонним штоком, то расходы жидкости, поступающий и вытесняемый из гидроцилиндра одинаковы, а перепад давления на таком гидроцилиндре получается равным:

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot (D^2 - d_{\text{ш}}^2) \cdot \eta_{\text{м}}}. \quad (38б)$$

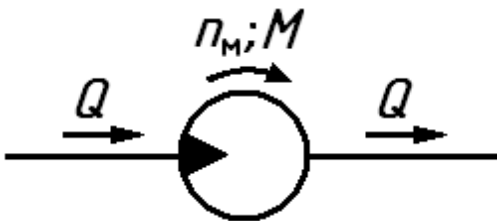


Рис. 32. Схема гидромотора.

Для гидромотора характерно то, что расходы жидкости  $Q$ , поступающий в гидромотор и сливающийся из гидромотора одинаковы (рис. 32). Эта величина расхода определяет частоту  $n_{\text{м}}$  вращения вала гидромотора по формуле:

$$n_{\text{м}} = \frac{Q}{W_{\text{м}}} \cdot \eta_{\text{о}}, \quad (39)$$

где:  $W_m$  – рабочий объем гидромотора (количество жидкости, потребляемое гидромотором за один оборот вала);

$\eta_o$  – объемный КПД гидромотора.

Перепад давления  $\Delta p = p_1 - p_2$  на гидромоторе определяется по величине преодолеваемого его валом крутящего момента  $M$  (рис. 32) из формулы:

$$M = \frac{1}{2\pi} \cdot W_m \cdot \Delta p \cdot \eta_m, \quad (40)$$

где  $\eta_m$  – механический КПД гидромотора.

### **Общие принципы расчета объемных гидроприводов**

На практике чаще всего целью расчета гидропривода является определение его выходных параметров (полезная мощность, скорость движения выходного звена и др.), а также потребляемой гидроприводом мощности и его КПД. Для ответа на эти вопросы, как правило, необходимо найти значения параметров, определяющих работу гидропривода (расход жидкости, потери давления в трубопроводах, величины давлений в конкретных точках гидросистемы и т.д.). Одним из таких параметров является давление  $p_n$ , создаваемое насосом. Это то давление, которое необходимо создать в потоке жидкости на выходе насоса, для обеспечения выполнения гидроприводом возложенных на него функций.

Анализ совместной работы насоса с подключенной к нему гидросистемой показывает, что давление  $p_n$ , создаваемое насосом, является как раз тем избыточным давлением в начальном сечении трубопровода, которое должно обеспечить необходимую для данной гидросистемы величину потребного напора. Методика оценки величины потребного напора изложена в разделе 4 данного пособия.

При решении задач данного раздела рекомендуется гидродвигатели, используемые в гидроприводе, рассматривать как разновидность гидравлического сопротивления, величина потерь давления в котором равна перепаду давления на гидродвигателе, и определяется по приведенным выше формулам.

**Пример 13.** Насос 1 подает жидкость в гидросистему по трубопроводу



длиной  $l_1 = 2$  м. Она проходит через регулируемый гидродроссель 2 и обеспечивает движение поршня гидроцилиндра 3. Из правой полости цилиндра 3 жидкость вытесняется по трубопроводу длиной  $l_2 = 3$  м в бак. Определить подачу насоса, создаваемое им давление и потребляемую гидроприводом мощность, если известна нагрузка, преодолеваемая на штоке цилиндра  $F = 20$  кН, скорость движения поршня  $V_{\text{п}} = 10$  см/с, диаметры поршня  $D = 80$  мм, штока  $d_{\text{ш}} = 40$  мм и всех трубопроводов  $d_{\text{т}} = 10$  мм. При решении учесть потери в гидродросселе 2 (коэффициент сопротивления  $\zeta = 2$ ) и в трубопроводах, длины которых заданы. Другими гидравлическими потерями пренебречь. Принять механический КПД гидроцилиндра  $\eta_{\text{м}} = 0,95$ , полный КПД насоса  $\eta = 0,9$ , плотность жидкости  $\rho = 900$  кг/м<sup>3</sup>, ее вязкость  $\nu = 0,5$  см<sup>2</sup>/с, режим течения ламинарным.

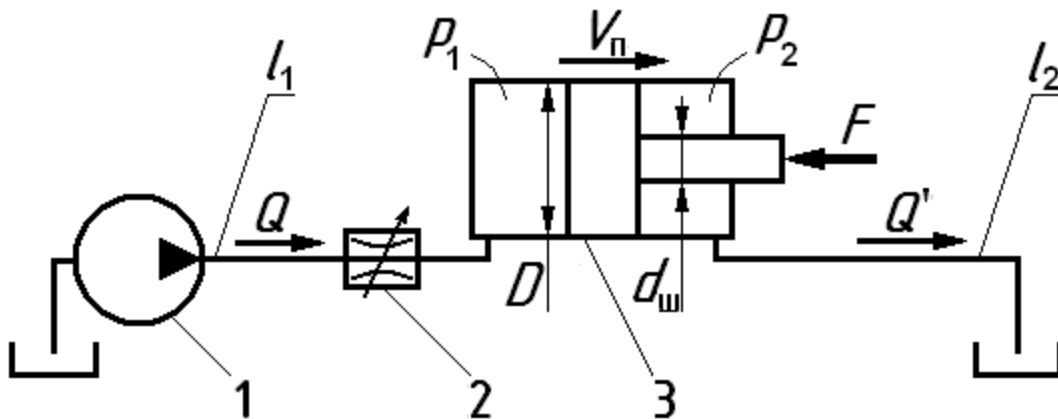


Рис.33. Иллюстрация к примеру 13.

### Решение.

Так как подача насоса  $Q$  равна расходу в трубопроводе и обеспечивает заданную величину скорости  $V_{\text{п}}$  поршня гидроцилиндра, то из формулы (37) получим:

$$Q = V_{\text{п}} \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 10 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{3,14 \cdot (80 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} = 0,5 \text{ л/с}.$$

Расход  $Q'$  на выходе из гидроцилиндра найдем по формуле (37а):

$$Q' = Q \cdot \frac{D^2 - d_{\text{ш}}^2}{D^2} = 0,5 \cdot \frac{(80 \cdot 10^{-3})^2 - (40 \cdot 10^{-3})^2}{(80 \cdot 10^{-3})^2} = 0,38 \text{ л/с}.$$

При определении давления  $p_{\text{н}}$ , создаваемого насосом, учтем, что в гидро-

системе все гидравлические сопротивления включены последовательно. Тогда:

$$p_H = \Delta p_{\text{тр1}} + \Delta p_{\text{др}} + \Delta p_{\text{ц}} + \Delta p_{\text{тр2}} , \quad (41)$$

где:  $\Delta p_{\text{тр1}}$  и  $\Delta p_{\text{тр2}}$  – потери давления в трубопроводах с длинами  $l_1$  и  $l_2$ ;

$\Delta p_{\text{др}}$  – потери давления в дросселе;

$\Delta p_{\text{ц}}$  – перепад давления на гидроцилиндре.

Для оценки потерь, входящих в формулу (41) воспользуемся рекомендациями, приведенными в разделе 4. При этом учтем, что потери напора  $h$  и использующиеся в данной задаче соответствующие потери давления  $\Delta p$  взаимосвязаны соотношением:

$$\Delta p = h \cdot \rho \cdot g . \quad (42)$$

Потери на трение в трубопроводах длиной  $l_1$  найдем с использованием формулы (18), справедливой при ламинарном режиме течения. Тогда:

$$\Delta p_{\text{тр1}} = \frac{128 \cdot \nu \cdot l_1 \cdot \rho}{\pi \cdot d_T^4} \cdot Q = \frac{128 \cdot 0,5 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 900}{3,14 \cdot (10 \cdot 10^{-3})^4} \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} = 0,18 \cdot 10^6 \text{ Па} = 0,18 \text{ МПа} .$$

Определение потерь в трубопроводе длиной  $l_2$  проведем аналогично, но с учетом изменившегося по величине расхода, который равен  $Q'$ . Тогда:

$$\Delta p_{\text{тр2}} = \frac{128 \cdot \nu \cdot l_2 \cdot \rho}{\pi \cdot d_T^4} \cdot Q' = \frac{128 \cdot 0,5 \cdot 10^{-4} \cdot 3 \cdot 900}{3,14 \cdot (10 \cdot 10^{-3})^4} \cdot 0,38 \cdot 10^{-3} = 0,21 \cdot 10^6 \text{ Па} = 0,21 \text{ МПа} .$$

Потери в гидродросселе определим по формуле (23) с учетом (42):

$$\Delta p_{\text{др}} = \frac{\zeta \cdot 8 \cdot \rho}{\pi^2 \cdot d_T^4} \cdot Q^2 = \frac{2 \cdot 8 \cdot 900}{3,14 \cdot (10 \cdot 10^{-3})^4} \cdot (0,5 \cdot 10^{-3})^2 = 0,23 \cdot 10^6 \text{ Па} = 0,23 \text{ МПа} .$$

Перепад давления  $\Delta p_{\text{ц}}$  на гидроцилиндре найдем из формул (38), в которой учтем, что давление  $p_2$  на выходе из гидроцилиндра расходуется на преодоление жидкостью сопротивлений в сливном трубопроводе, т.е.  $p_2 = \Delta p_{\text{тр2}}$ .

$$\Delta p_{\text{ц}} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot D^2 \cdot \eta_m} - \Delta p_{\text{тр2}} \cdot \left( \frac{d_{\text{ш}}}{D} \right)^2 = \frac{4 \cdot 20 \cdot 10^3}{3,14 \cdot (80 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 0,95} - 0,21 \cdot 10^6 \cdot \left( \frac{40}{80} \right)^2 = 4,14 \cdot 10^6 \text{ Па} = 4,14 \text{ МПа} .$$

Используя полученные данные, подставим их в формулу (41) и получим искомое давление на выходе насоса:

$$p_n = 0,18 + 0,23 + 4,14 + 0,21 = 4,76 \text{ МПа}.$$

Полезную мощность насоса найдем по формуле (28а):

$$N_{\text{пол}} = Q \cdot p_n = 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 4,76 \cdot 10^6 = 2,38 \cdot 10^3 \text{ Вт} = 2,38 \text{ кВт}.$$

Потребляемая гидроприводом мощность равна мощности потребляемой насосом, поэтому для ее определения воспользуемся зависимости (29):

$$N_{\text{потр}} = N_{\text{пол}} / \eta = 2,38 / 0,9 = 2,64 \text{ кВт}$$

Таким образом, определены все искомые величины: подача насоса  $Q = 0,5$  л/с, создаваемое им давление  $p_n = 4,76$  МПа и потребляемая гидроприводом мощность  $N_{\text{потр}} = 2,64$  кВт.

### Особенности расчета гидроприводов, содержащих параллельные и разветвленные трубопроводы

Объемные гидравлические приводы часто включают в себя соединения трубопроводов. Расчет таких гидроприводов проводят с использованием рекомендаций, изложенных в разделе 4.

**Пример 14.** Жидкость подается насосом 1 в трубопровод длиной  $l_1 = 5$  м, который в точке  $K$  разделяется на два. По одному из них жидкость направляется в гидромотор 2, обеспечивая вращение его вала, а затем через фильтр 3 сливается в бак. По второму трубопроводу жидкость подводится к гидроцилиндру 4, обеспечивая движение его поршня, а затем сливается в бак. Определить

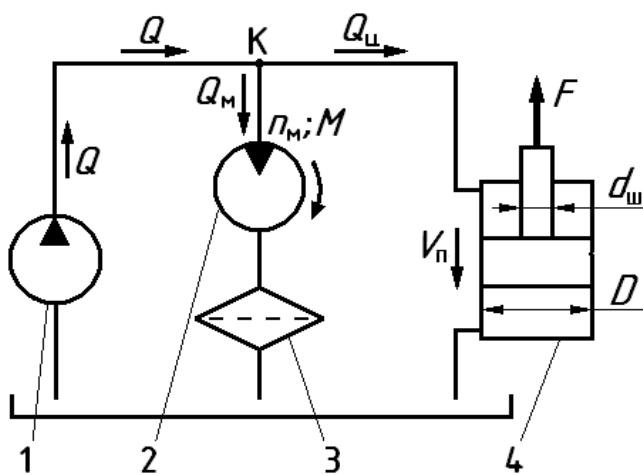


Рис.34. Иллюстрация к примеру 14.

частоту вращения  $n_m$  вала гидромотора, скорость  $V_p$  движения поршня гидроцилиндра, а также потребляемую и полезную мощности гидропривода. Заданы: подача насоса  $Q = 2$  л/с, рабочий объем гидромотора  $W_m = 40$  см<sup>3</sup>/об и момент на его валу  $M = 50$  Н·м, а также сила, преодолеваемая штоком гидроцилиндра  $F = 20$  кН,

диаметры поршня  $D = 60$  мм, штока  $d_{ш} = 30$  мм и всех трубопроводов  $d_T = 10$

мм. При решении учесть потери в трубопроводе от насоса до точки  $K$  и в фильтре, эквивалентная длина которого  $l_{\phi} = 15$  м. Другими гидравлическими потерями пренебречь. Принять: объемный КПД гидромотора  $\eta_o = 0,96$ , механические КПД гидромотора и гидроцилиндра одинаковыми и равными  $\eta_m = 0,95$ , полный КПД насоса  $\eta = 0,85$ , плотность жидкости  $\rho = 900$  кг/м<sup>3</sup>, ее вязкость  $\nu = 0,4$  см<sup>2</sup>/с, режим течения ламинарный.

### *Решение.*

В данном гидроприводе давления в конечных точках разветвленных трубопроводов одинаковы ( равны атмосферному), а их выходы находятся на одном уровне (открытая поверхность жидкости в баке). Следовательно, для данного случая применима система уравнений для параллельно соединенных трубопроводов (26а), которая для данного расчетного случая имеет вид:

$$\begin{cases} Q = Q_m + Q_{ц} \\ \Delta p_m + \Delta p_{\phi} = \Delta p_{ц} \end{cases}, \quad (43)$$

где:  $Q$  – подача насоса;

$Q_m$  и  $Q_{ц}$  – расходы потребляемые гидромотором и гидроцилиндром соответственно, т.е. расходы в параллельных трубопроводах;

$\Delta p_m$  и  $\Delta p_{ц}$  – перепады давления на гидромоторе и гидроцилиндре;

$\Delta p_{\phi}$  – потеря давления в фильтре.

Для определения перепадов давления и потерь давления воспользуемся соответствующими зависимостями приведенными ранее:

– перепад давления на гидромоторе найдем с использованием формулы (40)

$$\Delta p_m = \frac{2\pi \cdot M}{W_m \cdot \eta_m} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 50}{40 \cdot 10^{-6} \cdot 0,95} = 8,26 \cdot 10^6 \text{ Па} = 8,26 \text{ МПа};$$

– потерю давления в фильтре определим по формуле (18) с учетом (42)

$$\Delta p_{\phi} = \frac{128 \cdot \nu \cdot l_{\phi} \cdot \rho}{\pi \cdot d_{\tau}^4} \cdot Q_m = \frac{128 \cdot 0,4 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \cdot 900}{3,14 \cdot (10 \cdot 10^{-3})^4} \cdot Q_m = 1,47 \cdot 10^9 \cdot Q_m; \quad (44)$$

– перепад давления на гидроцилиндре найдем по формуле (38а). Так как по условию задач потерями в трубопроводе на выходе из гидроцилиндра следует пренебречь, то при этом формула (38а) превращается в формулу (38б), Отсюда:

$$\Delta p_{\text{ц}} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot (D^2 - d_{\text{ш}}^2) \cdot \eta_{\text{м}}} = \frac{4 \cdot 20 \cdot 10^3}{3,14 \cdot \left[ (60 \cdot 10^{-3})^2 - (30 \cdot 10^{-3})^2 \right] \cdot 0,95} = 9,93 \cdot 10^6 \text{ Па} = 9,93 \text{ МПа}. \quad (45)$$

Теперь система уравнений (43) принимает вид:

$$\begin{cases} Q = Q_{\text{м}} + Q_{\text{ц}} \\ 8,26 \cdot 10^6 + 1,47 \cdot 10^9 \cdot Q_{\text{м}} = 9,93 \cdot 10^6 \end{cases}.$$

Отсюда искомые расходы  $Q_{\text{м}}$  и  $Q_{\text{ц}}$  равны:

$$Q_{\text{м}} = \frac{9,93 \cdot 10^6 - 8,26 \cdot 10^6}{1,47 \cdot 10^9} = 1,14 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} = 1,14 \text{ л/с},$$

$$Q_{\text{ц}} = Q - Q_{\text{м}} = 2 - 1,14 = 0,86 \text{ л/с}.$$

Далее по формуле (37а) вычисляем скорость поршня:

$$V_{\text{п}} = \frac{4 \cdot Q_{\text{ц}}}{\pi \cdot (D^2 - d_{\text{ш}}^2)} = \frac{4 \cdot 0,86 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot \left[ (60 \cdot 10^{-3})^2 - (30 \cdot 10^{-3})^2 \right]} = 0,406 \text{ м/с},$$

а по формуле (39) – частоту вращения вала гидромотора:

$$n_{\text{м}} = \frac{Q_{\text{м}}}{W_{\text{м}}} \cdot \eta_{\text{о}} = \frac{1,14 \cdot 10^{-3}}{40 \cdot 10^{-6}} \cdot 0,96 = 27,4 \text{ об/с} = 1640 \text{ об/мин}.$$

Полезная мощность, развиваемая гидроприводом, равна сумме мощностей, реализуемых на валу гидромотора и на штоке цилиндра, т.е.

$$N_{\text{пол}} = N_{\text{м}} + N_{\text{ц}} = M \cdot 2 \cdot \pi \cdot n_{\text{м}} + V_{\text{п}} \cdot F = 50 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 27,4 + 0,406 \cdot 20 \cdot 10^3 = 16,7 \cdot 10^3 \text{ Вт} = 16,7 \text{ кВт}.$$

Давление, создаваемое насосом, определим по следующей формуле:

$$p_{\text{н}} = \Delta p_{\text{тр}} + p_{\text{к}}$$

где:  $p_{\text{к}} = \Delta p_{\text{ф}} + \Delta p_{\text{м}} = \Delta p_{\text{ц}}$  – давление в точке  $K$  гидропривода;

$\Delta p_{\text{тр}}$  – потери давление в трубопроводе длиной  $l$  (от насоса до точки  $K$ ).

Для вычислений воспользуемся тем, что  $p_{\text{к}} = \Delta p_{\text{ц}}$ , а потери в трубопроводе  $\Delta p_{\text{тр}}$  найдем по формуле, аналогичной (44). Тогда:

$$p_{\text{н}} = \frac{128 \cdot \nu \cdot l \cdot \rho}{\pi \cdot d_{\text{т}}^4} \cdot Q + \Delta p_{\text{ц}} = \frac{128 \cdot 0,4 \cdot 10^{-4} \cdot 5 \cdot 900}{3,14 \cdot (10 \cdot 10^{-3})^4} \cdot 2 \cdot 10^{-3} + 9,93 \cdot 10^6 = 11,9 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Теперь можно определить потребляемую гидроприводом мощность, ко-

торая равна мощности, потребляемой насосом:

$$N_{\text{потр}} = \frac{Q \cdot p_{\text{н}}}{\eta} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 11,9 \cdot 10^6}{0,9} = 26,4 \cdot 10^3 \text{ Вт} = 26,4 \text{ кВт}.$$

Таким образом, определены следующие искомые величины: частота вращения вала гидромотора  $n_{\text{м}} = 1640$  об/мин, скорость поршня  $V_{\text{п}} = 0,41$  м/с, потребляемая гидроприводом мощность  $N_{\text{потр}} = 26,4$  кВт и полезная мощность, развиваемая гидроприводом  $N_{\text{пол}} = 16,7$  кВт.

### Контрольные задачи

(Величины, необходимые для решения, взять из таблицы 6 в конце данного раздела).

**Задача 6.1.** От насоса 1 жидкость проходит через гидрораспределитель 2 и поступает в гидроцилиндр 3. Из другой полости гидроцилиндра 3 жидкость через тот же гидрораспределитель 2 сливается в бак. Определить давление, создаваемое насосом, скорость  $V_{\text{п}}$  движения поршня и полезную мощность, развиваемую гидроприводом, если известны внешняя нагрузка на штоке гидроцилиндра  $F$  и подача насоса  $Q$ . Заданы также диаметры поршня  $D$  и штока  $d_{\text{ш}}$ . При решении учесть потери в гидрораспределителе 2, каждый канал которого задан эквивалентной длиной  $l_3$  трубы диаметром  $d_{\text{т}}$ , и в трубопроводе диаметром  $d_{\text{т}}$ , суммарная длина которого равна  $l_{\text{т}}$ . Другими потерями пренебречь. Принять: механический кпд гидроцилиндра  $\eta_{\text{м}} = 0,95$ , плотность жидкости  $\rho = 900$  кг/м<sup>3</sup>, вязкость  $\nu = 0,5$  см<sup>2</sup>/с, режим течения ламинарный. (Величины  $Q$ ,  $F$ ,  $D$ ,  $d_{\text{ш}}$ ,  $d_{\text{т}}$ ,  $l_{\text{т}}$  и  $l_3$  взять из таблицы 6).

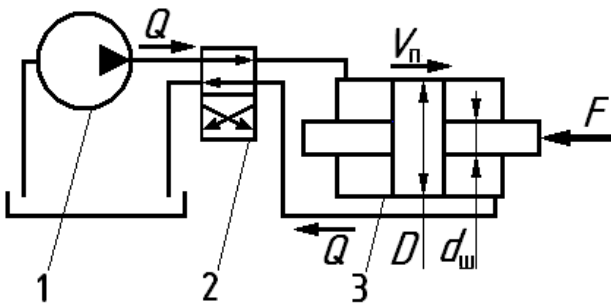


Рисунок к задаче 6.1.

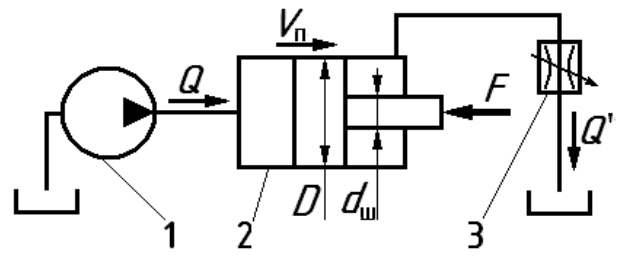


Рисунок к задаче 6.2.

**Задача 6.2.** От насоса 1 жидкость поступает в гидроцилиндр 2, а из другой полости сливается через регулируемый дроссель 3 в бак. Определить подачу насоса, создаваемое им давление и потребляемую гидроприводом мощность,

если известна внешняя нагрузка на штоке гидроцилиндра  $F$  и скорость движения поршня  $V_{\text{п}}$ . Заданы также диаметры поршня  $D$  и штока  $d_{\text{ш}}$ . При решении учесть потери в дросселе 3 (коэффициент сопротивления  $\zeta$ ) и в трубопроводе от гидроцилиндра до бака, длина которого равна  $l_{\text{т}}$ , диаметр  $d_{\text{т}}$ . Другими потерями пренебречь. Принять: механический кпд гидроцилиндра  $\eta_{\text{м}} = 0,9$ , полный кпд насоса  $\eta = 0,8$ , плотность жидкости  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ , вязкость  $\nu = 0,5 \text{ см}^2/\text{с}$ , режим течения ламинарный. (Величины  $F$ ,  $V_{\text{п}}$ ,  $D$ ,  $d_{\text{ш}}$ ,  $d_{\text{т}}$ ,  $l_{\text{т}}$  и  $\zeta$  взять из таблицы 6).

**Задача 6.3.** От насоса 1 жидкость по трубопроводу поступает в гидромотор 2, а затем через фильтр 3 сливается в бак. Определить подачу насоса, создаваемое им давление и потребляемую гидроприводом мощность, если известен рабочий объем гидромотора  $W_{\text{м}}$ , частота вращения  $n_{\text{м}}$  его вала и преодолеваемый крутящий момент  $M$  на этом валу. При решении учесть потери в фильтре 3 (задан эквивалентной длиной  $l_{\text{ф}}$  трубы диаметром  $d_{\text{т}}$ ) и в трубопроводе диаметром  $d_{\text{т}}$ , суммарная длина которого равна  $l_{\text{т}}$ . Другими потерями пренебречь. Принять: механический кпд гидромотора  $\eta_{\text{м}} = 0,92$ , объемный кпд гидромотора  $\eta_{\text{о}} = 0,95$ , полный кпд насоса  $\eta = 0,85$ , плотность жидкости  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ , вязкость  $\nu = 0,5 \text{ см}^2/\text{с}$ , режим течения ламинарный. (Величины  $M$ ,  $n_{\text{м}}$ ,  $W_{\text{м}}$ ,  $d_{\text{т}}$ ,  $l_{\text{т}}$  и  $l_{\text{ф}}$  взять из таблицы 6).

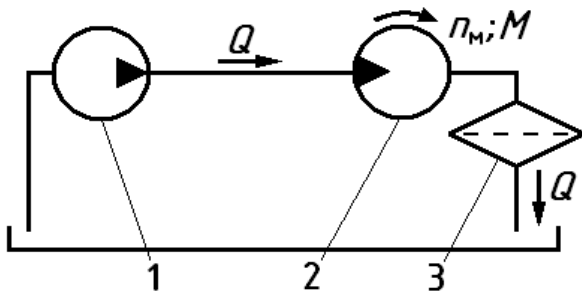


Рисунок к задаче 6.3.

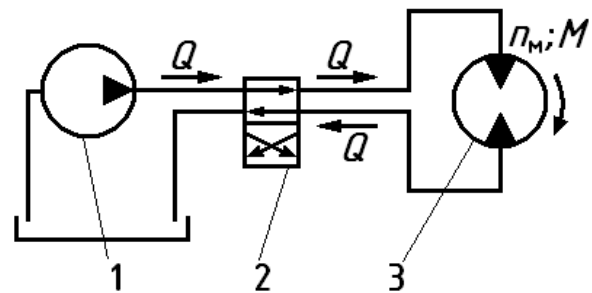


Рисунок к задаче 6.4.

**Задача 6.4.** От насоса 1 жидкость через гидрораспределитель 2 поступает в гидромотор 3, а затем через тот же гидрораспределитель 2 сливается в бак. Определить частоту  $n_{\text{м}}$  вращения вала гидромотора, давление, создаваемое насосом, и полезную мощность, развиваемую гидроприводом, если известен рабочий объем гидромотора  $W_{\text{м}}$ , подача насоса  $Q$  и преодолеваемый крутящий момент на валу гидромотора  $M$ . При решении учесть потери в гидрораспреде-

лителе 2 (коэффициент сопротивления каждого канала  $\zeta$ ) и в трубопроводе, суммарная длина которого равна  $l_T$ , диаметр  $d_T$ . Другими потерями пренебречь. Принять: механический кпд гидромотора  $\eta_M = 0,9$ , объемный кпд гидромотора  $\eta_o = 0,98$ , плотность жидкости  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ , вязкость  $\nu = 0,5 \text{ см}^2/\text{с}$ , режим течения ламинарный. (Величины  $Q$ ,  $M$ ,  $W_M$ ,  $d_T$ ,  $l_T$  и  $\zeta$  взять из таблицы 6).

**Задача 6.5.** От насоса 1 жидкость по трубопроводу (диаметр  $d_T$ , длина  $l_T$ ) подводится к двум последовательно включенным гидроцилиндрам 2 и 3, имеющим одинаковые диаметры поршней  $D$  и штоков  $d_{ш}$  (труба, соединяющая гидроцилиндры, – короткая), а затем сливается по трубопроводу (диаметр  $d_T$ , длина  $l_T$ ) в бак. Определить скорости движения  $V_1$  и  $V_2$  поршней гидроцилиндров, давление, создаваемое насосом, и потребляемую гидроприводом мощность, если внешние нагрузки на штоках гидроцилиндров соответственно равны  $F_1 = F$  и  $F_2 = 0,7 \cdot F$ , подача насоса –  $Q$ . При решении учесть потери на трение в трубопроводах, длины которых заданы. Другими потерями пренебречь. Принять: механические кпд гидроцилиндров одинаковыми  $\eta_M = 0,95$ , полный кпд насоса  $\eta = 0,85$ , плотность жидкости  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ , вязкость  $\nu = 0,5 \text{ см}^2/\text{с}$ , режим течения ламинарный. (Величины  $Q$ ,  $F$ ,  $D$ ,  $d_{ш}$ ,  $d_T$ , и  $l_T$  взять из таблицы 6).

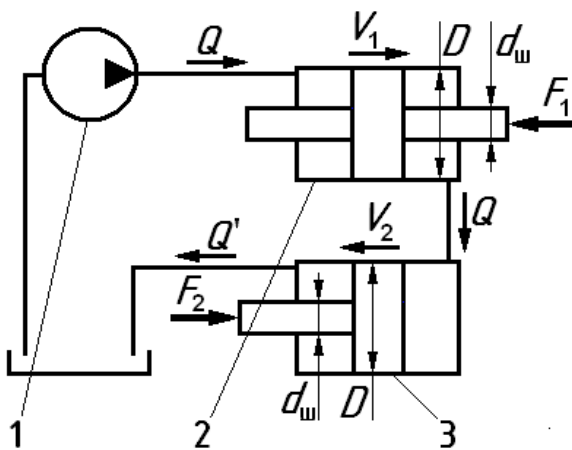


Рисунок к задаче 6.5.

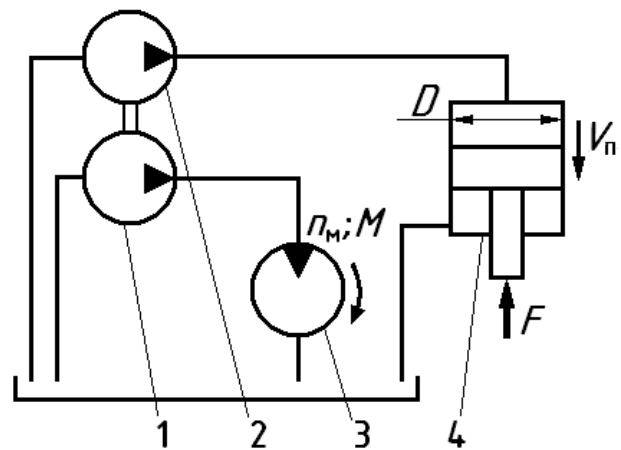


Рисунок к задаче 6.6.

**Задача 6.6.** Комплексный гидропривод содержит два насоса 1 и 2, привод которых обеспечивается от одного вала. От насоса 1 жидкость по трубопроводу длиной  $l_1$  поступает в гидроцилиндр 4, шток которого преодолевает внешнюю нагрузку  $F$  со скоростью  $V_p$ , а затем по такому же трубопроводу длиной  $l_1$  сли-



вается в бак. От насоса 2 жидкость по трубопроводу длиной  $l_2$  поступает в гидромотор 3, вал которого преодолевает крутящий момент  $M$  и вращается с частотой  $n_m$ , а затем также сливается в бак по трубопроводу длиной  $l_2$ . Определить подачу каждого из насосов, создаваемые ими давления, а также полезную мощность, развиваемую комплексным гидроприводом, если заданы: диаметр поршня гидроцилиндра  $D$ , диаметр его штока  $d_{ш}$  и рабочий объем гидромотора  $W_m$ . При решении учесть потери в трубопроводах с длинами  $l_1 = l_T$  и  $l_2 = 0,8 \cdot l_T$ , диаметры которых одинаковы и равны  $d_T$ . Другими потерями пренебречь. Принять: механические кпд гидроцилиндра и гидромотора одинаковыми  $\eta_m = 0,9$ , объемный кпд гидромотора  $\eta_o = 0,95$ , плотность жидкости  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ , вязкость  $\nu = 0,5 \text{ см}^2/\text{с}$ , режим течения ламинарный. (Величины  $V_{п}$ ,  $n_m$ ,  $F$ ,  $M$ ,  $D$ ,  $d_{ш}$ ,  $d_T$ , и  $l_T$  взять из таблицы 6).

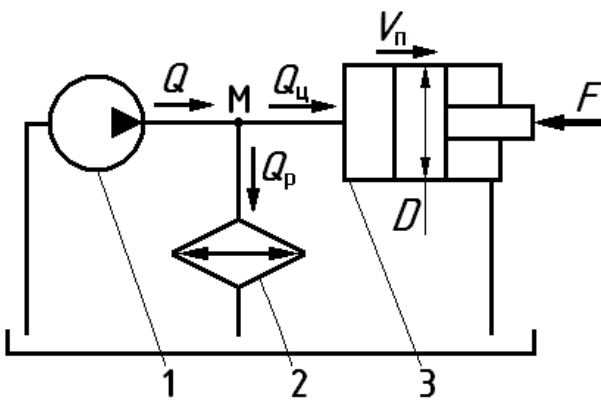


Рисунок к задаче 6.7.

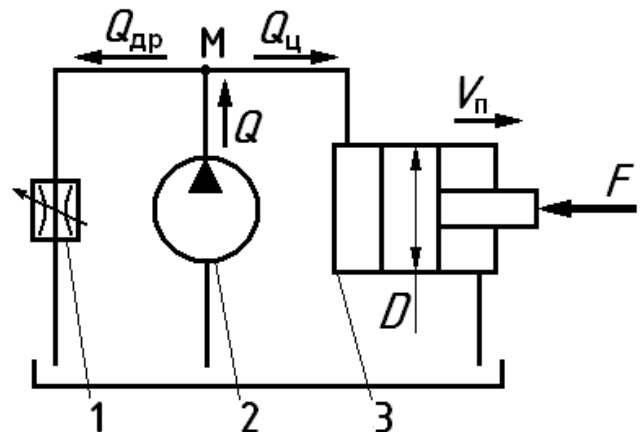


Рисунок к задаче 6.8.

**Задача 6.7.** От насоса 1 жидкость поступает по трубопроводу к точке  $M$ , в которой поток разделяется на два. Один из них направляется в гидроцилиндр 3 и затем сливается в бак, а второй проходит через охладитель (радиатор) 2 и также сливается в бак. Определить давление, создаваемое насосом, скорость движения  $V_{п}$  поршня гидроцилиндра и полезную мощность, развиваемую гидроприводом, если известна внешняя нагрузка на штоке гидроцилиндра  $F$ , диаметр его поршня  $D$ , штока  $d_{ш}$  и подача насоса  $Q$ . При решении учесть потери в трубопроводе от насоса до точки  $M$  (длина  $l_T$ , диаметр  $d_T$ ) и в охладителе (задан эквивалентной длиной  $l_s$  трубы диаметром  $d_T$ ). Другими гидравлическими потерями пренебречь. Принять: механический кпд гидроцилиндра  $\eta_m = 0,97$ , плот-

ность жидкости  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ , вязкость  $\nu = 0,5 \text{ см}^2/\text{с}$ , режим течения ламинарный. (Величины  $Q$ ,  $F$ ,  $D$ ,  $d_{\text{ш}}$ ,  $d_{\text{т}}$ ,  $l_{\text{т}}$  и  $l_{\text{з}}$  взять из таблицы 6).

**Задача 6.8.** Жидкость от насоса 2 по трубопроводу поступает к точке  $M$ , в которой поток разделяется на два. Один из них направляется в гидроцилиндр 3 и затем сливается в бак, а второй проходит через регулируемый гидродроссель 1 и также сливается в бак. Определить подачу насоса, создаваемое им давление и потребляемую гидроприводом мощность, если известны внешняя нагрузка на штоке гидроцилиндра  $F$ , скорость его движения  $V_{\text{п}}$ , диаметры поршня  $D$  и штока  $d_{\text{ш}}$ . При решении учесть потери в трубопроводе от насоса до точки  $M$  (длина  $l_{\text{т}}$ , диаметр  $d_{\text{т}}$ ) и в гидродросселе, сопротивление которого задано коэффициентом  $\zeta$ , отнесенный к скорости в трубе диаметром  $d_{\text{т}}$ . Другими гидравлическими потерями пренебречь. Принять: механический кпд гидроцилиндра  $\eta_{\text{м}} = 0,95$ , полный кпд насоса –  $0,85$ , плотность жидкости  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ , вязкость  $\nu = 0,5 \text{ см}^2/\text{с}$ , режим течения в трубопроводе ламинарный. (Величины  $V_{\text{п}}$ ,  $F$ ,  $D$ ,  $d_{\text{ш}}$ ,  $d_{\text{т}}$ ,  $l_{\text{т}}$  и  $\zeta$  взять из таблицы 6).

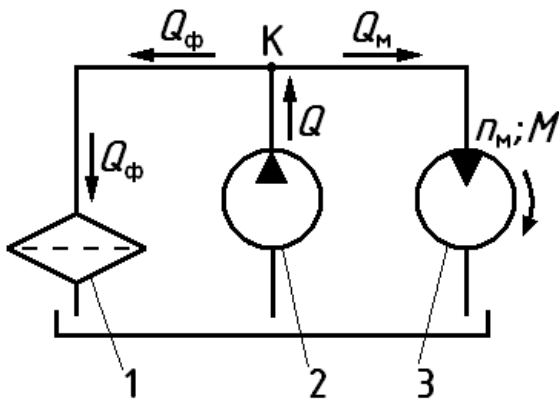


Рисунок к задаче 6.9.

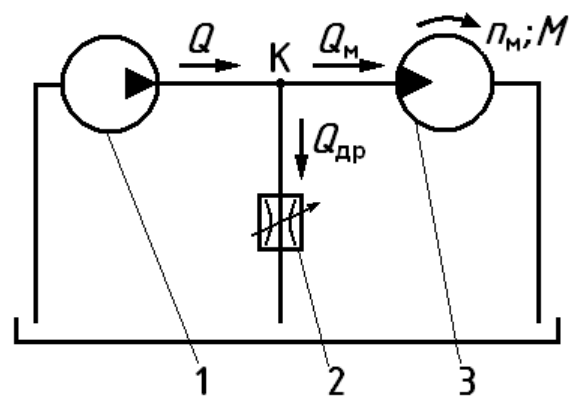


Рисунок к задаче 6.10.

**Задача 6.9.** Жидкость от насоса 2 по трубопроводу поступает к точке  $K$ , в которой поток разделяется на два. Один из них направляется в гидромотор 3 и затем сливается в бак, в второй проходит через фильтр 1 и также сливается в бак. Определить давление, создаваемое насосом, частоту  $n_{\text{м}}$  вращения вала гидромотора и полезную мощность, развиваемую гидроприводом, если известен преодолеваемый крутящий момент  $M$  на валу гидромотора, его рабочий объем  $W_{\text{м}}$  и подача насоса  $Q$ . При решении учесть потери в трубопроводе от насоса до

точки  $K$  (длина  $l_T$ , диаметр  $d_T$ ) и в фильтре (задан эквивалентной длиной  $l_3$  трубы диаметром  $d_T$ ). Другими гидравлическими потерями пренебречь. Принять: механический КПД гидромотора  $\eta_m = 0,9$ , объемный КПД гидромотора  $\eta_o = 0,98$ , плотность жидкости  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ , вязкость  $\nu = 0,5 \text{ см}^2/\text{с}$ , режим течения ламинарный. (Величины  $M$ ,  $W_m$ ,  $Q$ ,  $d_T$ ,  $l_T$  и  $l_3$  взять из таблицы 6).

**Задача 6.10.** Жидкость от насоса 1 по трубопроводу поступает к точке  $K$ , в которой поток разделяется на два. Один из них направляется к гидромотору 3 и затем сливается в бак, а второй сливается в бак через гидродроссель 2. Определить подачу насоса, создаваемое им давление и потребляемую гидроприводом мощность, если известны преодолеваемый крутящий момент  $M$  на валу гидромотора, его рабочий объем  $W_m$  и частота  $n_m$  вращения его вала. При решении учесть потери в трубопроводе от насоса до точки  $K$  (длина  $l_T$ , диаметр  $d_T$ ) и в гидродросселе, сопротивление которого задано коэффициентом  $\zeta$ , отнесенный к скорости в трубе диаметром  $d_T$ . Другими гидравлическими потерями пренебречь. Принять: механический КПД гидромотора  $\eta_m = 0,92$ , объемный КПД гидромотора  $\eta_o = 0,95$ , полный КПД насоса  $\eta = 0,85$ , плотность жидкости  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ , вязкость  $\nu = 0,5 \text{ см}^2/\text{с}$ , режим течения ламинарный. (Величины  $M$ ,  $W_m$ ,  $n_m$ ,  $l_T$ ,  $d_T$  и  $\zeta$  взять из таблицы 6).

**Задача 6.11.** Жидкость от насоса 2 по трубопроводу поступает к точке  $K$ , в которой поток разделяется на два. Один из них направляется к гидроцилиндру 3 и затем через регулируемый гидродроссель 1 сливается в бак, а второй направляется через регулятор расхода 4 к гидроцилиндру 5 и после этого также сливается в бак. Гидроцилиндры имеют одинаковые конструктивные размеры ( $D$  и  $d_{ш}$ ). Регулятор 4 пропускает постоянный расход  $Q$ . Определить подачу насоса, скорости движения  $V_1$  и  $V_2$  поршней гидроцилиндров, а также полезную мощность, развиваемую гидроприводом, если известны внешние силы на штоках гидроцилиндров  $F_1 = F$  и  $F_2 = 0,5 \cdot F$ . При решении учесть потери в регуляторе расхода и в гидродросселе (заданы одинаковыми коэффициентами сопротивления  $\zeta$ , отнесенными к скорости жидкости в трубопроводе диаметром  $d_T$ ).

Другими гидравлическими потерями пренебречь. Принять: механические КПД гидроцилиндров одинаковыми и равными  $\eta_m = 0,95$ , плотность жидкости  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ . (Величины  $Q, F, D, d_{ш}, d_T$  и  $\zeta$  взять из таблицы 6).

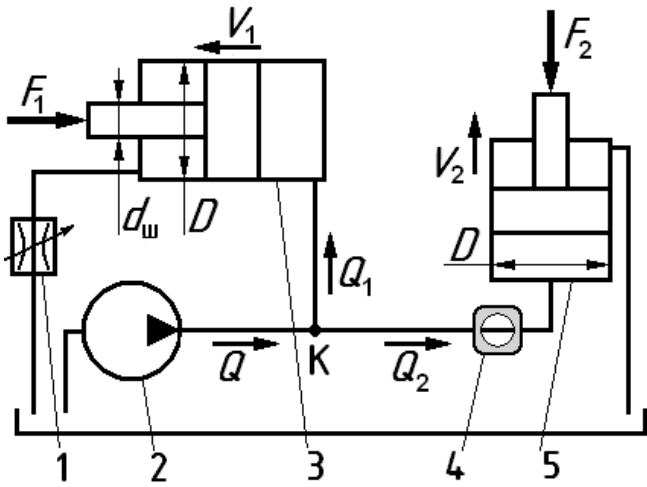


Рисунок к задаче 6.11.

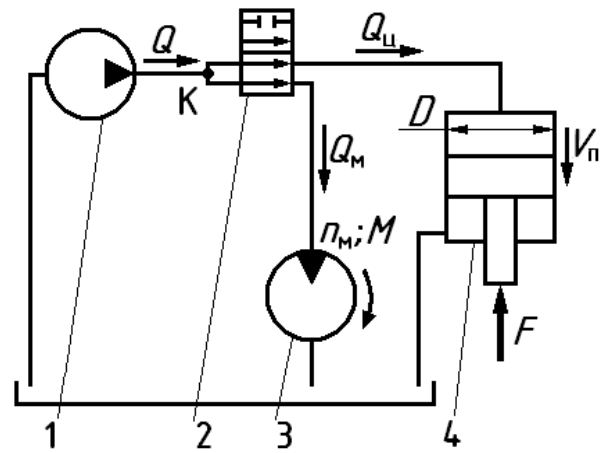


Рисунок к задаче 6.12.

**Задача 6.12.** Жидкость от насоса 1 по трубопроводу подводится к точке  $K$ , в которой поток разделяется на два. Затем оба потока проходят через гидрораспределитель 2, но по разным каналам в нем. Далее один из потоков от распределителя 2 направляется к гидроцилиндру 4 и затем сливается в бак, а второй направляется к гидромотору 3 и после этого также сливается в бак. Определить подачу насоса, частоту  $n_m$  вращения вала гидромотора, а также полезную мощность, развиваемую гидроприводом, если известны преодолеваемый крутящий момент на валу гидромотора  $M$ , его рабочий объем  $W_m$ , внешняя нагрузка на штоке гидроцилиндра  $F$ , скорость  $V_n$  его поршня и диаметры поршня  $D$  и штока  $d_{ш}$ . При решении учесть потери в каналах распределителя, каждый из которых задан эквивалентной длиной  $l_3$  трубопровода диаметром  $d_T$ . Другими потерями пренебречь. Принять: объемный КПД гидромотора  $\eta_o = 0,97$ , механические КПД гидроцилиндра и гидромотора одинаковыми и равными  $\eta_m = 0,95$ , плотность жидкости  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$ , вязкость  $\nu = 0,5 \text{ см}^2/\text{с}$ , режим течения ламинарный. (Величины  $M, W_m, F, V_n, D, d_{ш}, d_T$  и  $l_3$  взять из таблицы 6).

**Численные значения величин необходимые для решения задач.**

Таблица 6.

Вариант	Физические величины											
	$W_m$	$D$	$d_{ш}$	$d_T$	$F$	$M$	$l_T$	$l_3$	$\zeta$	$Q$	$V_{п}$	$n_m$
	см <sup>3</sup> /об	мм	мм	мм	Н	Н·м	м	м	–	л/с	м/с	об/мин
А	48	56	45	8	2400	21	4,0	8,0	10	0,58	0,30	700
Б	42	68	50	6	600	45	3,6	7,0	13	0,40	0,35	400
В	52	70	40	10	850	30	12	17,5	15	0,90	0,38	650
Г	24	40	25	4	1400	15	2,5	5,0	9	0,70	0,15	525
Д	36	50	32	5	1300	20	7,5	6,5	28	0,38	0,20	750
Е	32	60	48	7	500	13	5,5	7,5	18	0,35	0,25	450
Ж	44	35	20	5	1800	16	6,0	15,0	11	0,28	0,28	500
З	54	80	70	6	2000	28	9,0	12,0	17	0,42	0,18	625
И	38	45	20	8	1125	10	4,5	5,5	12	1,00	0,44	725
К	60	55	40	7	2800	35	8,0	16,0	16	0,54	0,22	425

## ЛИТЕРАТУРА

1. Лепешкин А.В., Михайлин А.А. Под ред. Беленкова Ю.А. Гидравлические и пневматические системы. 6-ое издание. Учебник. – М.: изд. “Академия”, 2011. 336 с.
2. Лепешкин А.В., Михайлин А.А., Шейпак А.А. Под ред. Шейпака А.А. Гидравлика и гидропневмопривод. Учебник, Ч.2 – Гидравлические машины и гидропневмопривод. 4-ое издание. – М.: МГИУ, 2007 – 352с.
3. Ю.А. Беленков, А.В.Лепешкин и др. Под ред. Ю.А. Беленкова. Задачник по гидравлике и гидропневмоприводу. – М.: изд. «Экзамен», 2009. – 286с.
4. Фатеев И.В. Под ред. Михайлина А.А. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы. Учебное пособие. – М.: изд. РАГС, 2009 – 82с.
5. Лепешкин А.В., Михайлин А.А., Фатеев И.В. Расчет сложных трубопроводов с насосной подачей. Учебное пособие МГТУ МАМИ, 2003г. – 43 с.
6. Суздальцев В.Е., Лепешкин А.В., Михайлин А.А., Пхакадзе С.Д. «Расчет сложных трубопроводов с насосной подачей на персональной ЭВМ». Учебное пособие. – ISBN: 978-5-94099-060-4. М., МГТУ «МАМИ», , 2007. – 28 с. М., 2009.– 78 с.
7. Лепешкин А.В., Михайлин А.А., Пхакадзе С.Д. Под ред. Беленкова Ю.А. Гидросистемы для автотракторостроения (сборник заданий на расчетно-графические работы). Учебное пособие. – М., МГТУ МАМИ, 2004. – 23 с.
8. Лепешкин А.В., Михайлин А.А., Пхакадзе С. Д., Зыков В. А. Под ред. Беленкова Ю.А. Гидравлика и гидромашины: Лабораторные работы. Учебное пособие для вузов – М., МГТУ МАМИ, 2003. – 46 с.