ФЭУ З/О 0801 экономика

Программа дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»

Тема 1. Вероятность случайного события

Классическое определение вероятности. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Независимость событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Формула Бернулли.

Тема 2. Случайные величины

Случайная величина. Функция распределения случайной величины. Дискретные случайные величины. Числовые характеристики и функция распределения дискретных случайных величин. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона.

Непрерывные случайные величины. Функция и плотность распределения непрерывной случайной величины. Числовые характеристики непрерывной случайной величины. Нормальный закон распределения.

Тема 3. Предельные теоремы теории вероятностей

Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.

Тема 4. Двумерные случайные величины

Функция распределения двумерной случайной величины. Числовые характеристики двумерных случайных величин. Коэффициент корреляции. Линейное корреляциионное уравнение.

Тема 5. Математическая статистика

Статистические методы обработки экспериментальных данных. Генеральная совокупность и выборка. Статистическое оценивание параметров распределения. Выравнивание статистического ряда. Проверка статистических гипотез. Выборочный коэффициент корреляции.

Рекомендуемая литература

1. Колемаев В.А. Теория вероятностей и математическая статистика. Москва, «Высшая школа», 2000.
2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. Москва, «Высшая школа», 2001.
3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Москва, «Высшая школа», 2003.
4. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. Москва, «Наука», 2001.
5. Алексеева В.Е. и др. Элементы математической статистики. Методические указания к выполнению РГР. Л., 1990.

Экзаменационные вопросы

1. Классическое определение вероятности.
2. Теорема сложения вероятностей.
3. Теорема умножения вероятностей.
4. Независимость событий.
5. Формула полной вероятности.
6. Формула Бернулли.
7. Функция распределения случайной величины.
8. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины.
9. Непрерывные случайные величины. Функция и плотность распределения.
10. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины.
11. Нормированное нормальное распределение. Функция Лапласа.

12. Нормальное распределение.
13. Биномиальное распределение.
14. Закон больших чисел в форме Чебышева.
15. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
16. Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал.
17. Числовые характеристики двумерных случайных величин.
18. Коэффициент корреляции.
19. Генеральная совокупность, выборка, статистический ряд.
20. Вычисление статистических оценок параметров распределения.
21. Выравнивание статистического ряда.
22. Критерий Пирсона.
23. Выборочный коэффициент корреляции.

Контрольная работа № 1

1 – 10. Задачи на классическое определение вероятности и теоремы сложения, умножения.

1. В одной из коробок 4 белых и 8 чёрных шариков, в другой – 3 белых и 12 чёрных. Из каждой коробки наугад извлекается шарик. Какова вероятность того, что они разноцветные?
2. Студент выучил 8 из 10 вопросов по первому разделу курса и 9 из 12 – по второму. В билете содержится по одному вопросу из каждого раздела. Какова вероятность получения зачёта для этого студента, если зачёт ставится при условии, что хотя бы на один из вопросов дан правильный ответ?
3. Проводятся две лотереи. В одной из 100 билетов 20 выигрышных, в другой 120 билетов, среди которых 30 выигрышных. Какова вероятность того, что, имея по одному билету каждой из лотерей, получишь хотя бы один выигрыш?
4. В одной из коробок 6 белых и 4 чёрных шарика, в другой – 8 белых и два чёрных. Из каждой коробки наугад извлекается шарик. Какова вероятность, что они чёрные?
5. Студент выучил 5 из 10 вопросов по первому разделу курса и 8 из 12 вопросов – по второму. В билете содержится по одному вопросу из каждого раздела. Какова вероятность получения зачёта для этого студента, если зачёт ставится при условии, что на оба вопроса дан правильный ответ?
6. Проводятся две лотереи. В одной из 40 билетов 10 выигрышных, в другой 30 билетов, среди которых 15 выигрышных. Какова вероятность того, что, имея по одному билету каждой из лотерей, выиграешь дважды?
7. В одном из ящиков лежат 6 исправных и 2 неисправные детали, в другом, соответственно, 8 и 4. Из каждого ящика наугад берут одну деталь. Какова вероятность того, что только одна из них окажется исправной?
8. В одной из коробок 5 белых и 10 чёрных шариков, в другой – 3 белых и 9 чёрных. Из каждой коробки наугад извлекается шарик. Какова вероятность того, что хотя бы один из них белый?
9. Студент выучил 6 из 18 вопросов по первому разделу курса и 4 из 16 – по второму. В билете содержится по одному вопросу из каждого раздела. Какова вероятность того, что студент не сдаст зачёт, если зачёт ставится при условии, что хотя бы на один из вопросов дан правильный ответ?
10. Проводятся две лотереи. В одной из 20 билетов 5 выигрышных, в другой 25 билетов, среди которых 10 выигрышных. Какова вероятность того, что, имея по одному билету каждой из лотерей, ничего не выиграешь?

11 – 20. Задачи на формулу полной вероятности.

11. В команде 2 стрелка имеют первый разряд, 3 – второй и 5 – третий. Вероятности попадания в цель для стрелков первого, второго и третьего разрядов равны, соответственно, 0,9, 0,8 и 0,7. Наугад выбранный спортсмен производит выстрел. Какова вероятность того, что он попадёт в цель?
12. В первом ящике 3 синих и 5 красных шариков, во втором, соответственно, 4 и 7. Из первого ящика случайным образом один шарик перекладывается во второй. Далее из второго ящика наугад извлекается один шарик. Какова вероятность, что он красный?
13. Вероятность выпуска бракованной детали на обычном станке – 0,1, на станке-автомате – 0,01. На обычных станках производится 60% деталей, на станках-автоматах – 40%. Какова вероятность того, что наугад взятая деталь бракованна?
14. Вероятность попадания в цель из обычной винтовки 0,8, из снайперской – 0,9. Имеется 7 обычных и 3 снайперских винтовки. Какова вероятность попадания, если винтовка выбирается случайным образом?
15. Вероятность попадания в цель при первом выстреле – 0,7. Вероятность попадания в цель при втором выстреле зависит от результата первого выстрела. Если первый выстрел был удачен, вероятность попадания при втором выстреле увеличивается и становится равной 0,9. Если же при первом выстреле имел место промах, вероятность попадания при втором выстреле становится равной 0,5. Какова вероятность попадания при втором выстреле?
16. В первом ящике 3 синих и 5 красных шариков, во втором, соответственно, 4 и 7. Из каждого ящика случайным образом извлекается по одному шарику, после чего из них наугад выбирается один. Какова вероятность того, что он красный?
17. В первом ящике 3 чёрных и 5 белых шариков, во втором, соответственно, 4 и 7. Из второго ящика случайным образом один шарик перекладывается в первый. Далее из первого ящика наугад извлекается один шарик. Какова вероятность, что он чёрный?
18. Имеется 10 одинаковых коробочек с разноцветными шариками. В половине коробочек шарики жёлтые, в двух – зелёные, в остальных количество зелёных в два раза больше, чем жёлтых. Из наугад выбранной коробочки извлекается шарик. Какова вероятность того, что он жёлтый?
19. Номер газеты напечатан в трёх типографиях. Вероятность брака в первой типографии 0,05, во второй – 0,02, в третьей – 0,03. Какова вероятность того, что купленная газета окажется бракованной, если 20% тиража напечатано в первой типографии, а 70% – во второй?
20. Имеется 10 шариков, 4 белых и 6 чёрных. Если первый выбранный наугад шарик оказывается белым, то половина чёрных шариков убирается, если же первым вытащен чёрный, то убирается половина белых. Какова вероятность того, что шарик, вытащенный вторым, чёрный?

21 – 30. Задачи на формулу Бернулли.

21. Игральную кость бросают 5 раз. Какова вероятность, что тройка выпадет дважды?
22. Монету бросают 9 раз. Какова вероятность, что цифра появится в два раза чаще, чем герб?
23. Какова вероятность того, что в семье, имеющей четверо детей, девочек и мальчиков поровну?
24. Вероятность попадания в цель при одном выстреле 0,8. Какова вероятность двух промахов при шести выстрелах?

25. Монету бросают 8 раз. Какова вероятность, что орёл и решка выпадут поровну?

26. Игральную кость бросают 6 раз. Какова вероятность того, что чётное число очков выпадет трижды?

27. Вероятность попадания в цель при одном выстреле 0,7. Какова вероятность только одного попадания при трёх выстрелах?

28. Игральную кость бросают 6 раз. Какова вероятность того, что дважды выпадет число очков, делящееся на три?

29. Бросают 5 монет. Какова вероятность, что только на одной из них выпадет герб?

30. Игральную кость бросают 6 раз. Какова вероятность того, что нечётное число очков выпадет в два раза чаще, чем чётное?

31 – 40. Дискретная случайная величина задана своим законом распределения. Заполнить пустую клетку таблицы и найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение данной случайной величины. Построить график её функции распределения.

31.

X	– 4	0	5
P	0,1	0,8	

32.

X	0	2	6
P	0,7		0,1

33.

X	–3	–1	0
P		0,2	0,6

34.

X	–1	0	5
P	0,4	0,5	

35.

X	0	3	4
P	0,8		0,1

36.

X	– 4	–2	0
P		0,2	0,7

37.

X	–2	0	4
P	0,3	0,6	

38.

X	0	1	3
P	0,5		0,2

39.

X	–2	–1	0
P		0,3	0,4

40.

X	–2	0	1
P	0,2	0,3	

41 – 50. Непрерывная случайная величина задана своей функцией распределения *F(x)*. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины. Построить графики функции и плотности распределения.

41. $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0; \\ \frac{4}{\pi} arctg\, x, & 0<x\le 1; \\ 1, & x>1. \end{cases}$

42. $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 1; \\ \ln x, & 1<x\le e; \\ 1, & x>e. \end{cases}$

43. $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0; \\ 2x-x^2, & 0<x\le 1; \\ 1, & x>1. \end{cases}$

44. $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0; \\ \sqrt{x^3}, & 0<x\le 1; \\ 1, & x>1. \end{cases}$

45. $F(x)=\begin{cases} 0, & x \le -1; \\ \dfrac{2}{\pi} arctg\, x + \dfrac{1}{2}, & -1 < x \le 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$

46. $F(x)=\begin{cases} 0, & x \le -1; \\ \dfrac{1}{8}(x+1)^3, & -1 < x \le 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$

47. $F(x)=\begin{cases} 0, & x \le 0; \\ 2x^2 - x^3, & 0 < x \le 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$

48. $F(x)=\begin{cases} 0, & x \le -1; \\ \dfrac{1}{4}\left(2+3x-x^3\right), & -1 < x \le 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$

49. $F(x)=\begin{cases} 0, & x \le -1; \\ \dfrac{1}{4}(x+1)^2, & -1 < x \le 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$

50. $F(x)=\begin{cases} 0, & x \le 1; \\ \sqrt{x}-1, & 1 < x \le 4; \\ 1, & x > 4. \end{cases}$

51 – 60. Случайная величина X имеет нормальное распределение с математическим ожиданием a и средним квадратическим отклонением σ. Найти вероятность попадания этой случайной величины в интервал (α, β).

51. $a=42$, $\sigma=12$, $\alpha=36$, $\beta=54$.
52. $a=12$, $\sigma=4$, $\alpha=6$, $\beta=16$.
53. $a=25$, $\sigma=5$, $\alpha=15$, $\beta=30$.
54. $a=15$, $\sigma=6$, $\alpha=6$, $\beta=18$.
55. $a=40$, $\sigma=10$, $\alpha=35$, $\beta=55$.
56. $a=7$, $\sigma=2$, $\alpha=2$, $\beta=10$.
57. $a=17$, $\sigma=3$, $\alpha=14$, $\beta=23$.
58. $a=9$, $\sigma=2$, $\alpha=11$, $\beta=14$.
59. $a=10$, $\sigma=4$, $\alpha=8$, $\beta=18$.
50. $a=37$, $\sigma=7$, $\alpha=30$, $\beta=44$.

Контрольная работа № 2

61 – 70 Вычислить коэффициент корреляции и написать линейное корреляционное уравнение.

61.

X \ Y	–2	0	1
–1	0,1	0,2	
0		0,4	0,1
2		0,1	0,1

62.

X \ Y	–1	0	2
–2		0,1	0,2
0	0,1	0,3	
1		0,2	0,1

63.

X \ Y	–2	0	1
–1	0,1	0,1	
0		0,5	0,2
2			0,1

64.

X \ Y	–1	0	2
–2		0,2	0,1
0	0,1		
1	0,5		0,1

65.

X \ Y	−2	0	1
−1	0,1	0,2	
0		0,4	0,1
2		0,1	0,1

66.

X \ Y	−1	0	2
−2			0,1
0	0,1	0,5	
1	0,1		0,2

67.

X \ Y	−2	0	1
−1	0,1	0,2	
0		0,4	0,1
2		0,1	0,1

68.

X \ Y	−1	0	2
−2		0,1	
0	0,1	0,4	0,1
1	0,2		0,1

69.

X \ Y	−2	0	1
−1	0,1	0,1	
0		0,5	0,1
2		0,1	0,1

70.

X \ Y	−1	0	2
−2		0,3	0,1
0		0,1	
1	0,2		0,3

71 – 80. Дан статистический ряд. Найти статистические оценки математического ожидания и среднего квадратического отклонения. Вычислить первую, последнюю и предпоследнюю выравнивающие частоты, выдвинув предварительно гипотезу о том, что исследуемая случайная величина имеет нормальное распределение с математическим ожиданием и средним квадратическим отклонением, равными, соответственно, вычисленным статистическим оценкам. Выпишите (не производя вычислений) предпоследнее слагаемое суммы, представляющей наблюдённое значение χ^2.

71.

X	16	18	20	22	24
n_i	5	15	45	25	10

72.

X	10	13	16	19	22
n_i	10	25	40	20	5

73.

X	2	6	10	14	18
n_i	5	30	35	20	10

74.

X	1	6	11	16	21
n_i	10	25	35	25	5

75.

X	0	6	12	18	24
n_i	5	15	50	25	5

76.

X	20	22	24	26	28
n_i	5	25	50	15	5

77.

X	4	10	16	22	28
n_i	5	20	50	30	5

78.

X	9	14	19	24	29
n_i	5	30	50	20	5

79.

X	8	11	14	17	20
n_i	10	25	45	15	5

80.

X	7	11	15	19	23
n_i	10	20	35	30	5

81 – 90. Выравнивание статистического ряда производилось на основании гипотезы о нормальном распределении исследуемой случайной величины. По таблице найти критическое значение $\chi^2_{кр}(\nu,\alpha)$, где ν – число степеней свободы, а α – уровень значимости, если число разрядов равно k, а в качестве математического ожидания и среднего квадратического отклонения были взяты: а) произвольные числа a и σ; б) $\overline{X}$ и $\overline{\sigma}$. Примите решение о принятии или отвержении гипотезы при помощи критерия Пирсона, если наблюдённое значение χ^2 приняло значение $\chi^2_{набл}$.

81. $k=13$, $\alpha=0{,}01$; $\chi^2_{набл}=24{,}2$.
82. $k=12$, $\alpha=0{,}05$; $\chi^2_{набл}=18{,}1$.
83. $k=11$, $\alpha=0{,}01$; $\chi^2_{набл}=21{,}3$.
84. $k=10$, $\alpha=0{,}05$; $\chi^2_{набл}=15{,}3$.
85. $k=13$, $\alpha=0{,}05$; $\chi^2_{набл}=19{,}1$.
86. $k=12$, $\alpha=0{,}01$; $\chi^2_{набл}=22{,}5$.
87. $k=11$, $\alpha=0{,}05$; $\chi^2_{набл}=17{,}3$.
88. $k=10$, $\alpha=0{,}01$; $\chi^2_{набл}=20{,}5$.
89. $k=13$, $\alpha=0{,}025$; $\chi^2_{набл}=21{,}4$.
90. $k=10$, $\alpha=0{,}025$; $\chi^2_{набл}=18{,}2$.

Комментарии

1 – 10. Если элементарные исходы испытания равновозможны, а число их конечно, вероятность события A вычисляется по формуле $P(A)=\dfrac{m}{n}$, где n – число всех элементарных исходов испытания, m – число элементарных исходов испытания, благоприятствующих появлению события A (классическое определение вероятности).

Например, вероятность выпадения двойки при бросании игральной кости (кубика, на гранях которого нанесены числа очков от 1 до 6) равна 1/6, а вероятность наугад вытащить из урны красный шарик при условии, что в ней находится 3 красных и 4 синих, равна 3/7.

Вероятность того, что происходит хотя бы одно из событий A и B, то есть вероятность появления события $A+B$, можно вычислить по формуле $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$.

Вероятность того, что происходят оба события (и событие A, и событие B), то есть вероятность произведения этих событий $P(AB)$, можно вычислить, при условии, что A и B независимы, по формуле $P(AB)=P(A)P(B)$.

Вероятность события $\overline{A}$, противоположного событию A, то есть события, состоящего в том, что A не присходит, находится по формуле $P(\overline{A})=1-P(A)$.

В некоторых задачах этой серии событие, вероятность которого нужно определить, можно представить как $A\overline{B}+\overline{A}B$.

11 – 20. Формула полной вероятности применяется, чаще всего, тогда, когда испытание состоит из двух этапов, на втором из которых может произойти (или не произойти) интересующее нас событие A. Применима эта формула и в той ситуации, когда любой исход испытания может быть охарактеризован с двух разных сторон, одна из которых (вторая) связана с появлением или не появлением события A. В обоих случаях рассматриваются попарно несовместные события $H_1, H_2, \ldots, H_n$, образующие полную группу ($H_1+H_2+\ldots+H_n=U$, где U – достоверное событие). В первом случае $H_1, H_2, \ldots, H_n$ – все возможные исходы первого этапа испытания, во втором – события $H_1, H_2, \ldots, H_n$ соответствуют разным вариантам первой характеристики исхода испытания. Вероятность события A в том и другом случаях может быть вычислена по формуле полной вероятности, имеющей вид:

$P(A)=P(H_1)P(A/H_1)+P(H_2)P(A/H_2)+\ldots+P(H_n)P(A/H_n)$, где $P(A/H_i)$ – вероятность появления события A, при условии что H_i произошло.

21 – 30. Пусть проводится серия из n независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события A равна p. Тогда вероятность того, что в этой серии событие A наступит ровно k раз, $P_n(k)$, вычисляется по формуле Бернулли.

$P_n(k)=C_n^k p^k q^{n-k}$, где $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$, а $q=1-p$. Вычисляя p, если оно неизвестно, следует помнить, что $p=P(A)$; а $P(A)$ – это вероятность появления A при одном (отдельно взятом) испытании, так что числа n и k при вычислении p заведомо не следует использовать.

31 – 40. Математическое ожидание $M[X]$, дисперсия $D[X]$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$ дискретной случайной величины X, заданной законом распределения

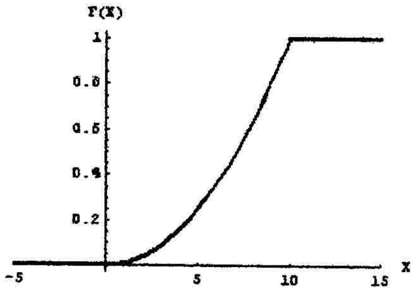
X	x_1	x_2	...	x_i	...	x_n
P	p_1	p_2	...	p_i	...	p_n

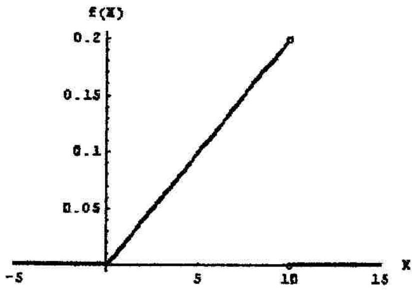
(здесь $\sum_{i=1}^{n} p_i=1$), вычисляются по формулам $M[X]=\sum_{i=1}^{n} x_i p_i$, $D[X]=M[X^2]-M^2[X]$, $\sigma(X)=\sqrt{D(X)}$.

41 – 50. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины X вычисляются по формулам: $M[X]=\int_{-\infty}^{\infty} x f(x)dx$, где плотность распределения $f(x)=F'(x)$; $D[X]=M[X^2]-M^2[X]$, где $M[X^2]=\int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx$. Рассмотрим пример. Пусть $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0; \\ \dfrac{x^2}{100}, & 0<x\le 10; \\ 1, & x>10. \end{cases}$ Плотность распределения равна производной от функции распределения. Поэтому $f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0;\\ \dfrac{x}{50}, & 0<x<10;\\ 0, & x>10.\end{cases}$ (При $x=10$ производная не существует). В нашем случае $M(X)=\int\limits_0^{10} x f(x)dx =$

$$=\int\limits_0^{10}\frac{x^2}{50}dx=\frac{x^3}{150}\Bigg|_0^{10}=\frac{1000}{150}=\frac{20}{3};\quad D(X)=\int\limits_0^{10}\frac{x^3}{50}dx-\frac{400}{9}=\frac{x^4}{200}\Bigg|_0^{10}-\frac{400}{9}=50-\frac{400}{9}=\frac{50}{9}.$$

Среднее квадратическое отклонение вычисляется по формуле $\sigma(X)=\sqrt{D(X)}$. В нашем случае $\sigma(X)=\frac{5}{3}\sqrt{2}$. Построим графики функции и плотности распределения.





51 – 60. Вероятность попадания нормально распределённой случайной величины в заданный интервал вычисляется по формуле

$P(\alpha<X<\beta)=\Phi\left(\dfrac{\beta-a}{\sigma}\right)-\Phi\left(\dfrac{\alpha-a}{\sigma}\right)$, где $\Phi(x)$ – функция Лапласа, определяемая равенством $\Phi(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_0^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}}dt$. Приближённые значения функции Лапласа можно найти по таблицам, имеющимся в любом учебнике по теории вероятностей. Приведём некоторые значения функции Лапласа. $\Phi(0{,}5)\cong 0{,}1915$; $\Phi(1)\cong 0{,}3413$; $\Phi(1{,}5)\cong 0{,}4332$; $\Phi(2)\cong 0{,}4772$; $\Phi(2{,}5)\cong 0{,}4938$. Отметим, что функция Лапласа нечётная, то есть $\Phi(-x)=-\Phi(x)$.

61 – 70. Пусть двумерная случайная величина (X, Y) задана при помощи таблицы, называемой законом распределения. Коэффициент корреляции r вычисляется по формуле $r=\dfrac{K_{XY}}{\sigma_X\sigma_Y}$, где корреляционный момент K_{XY} определяется равенством $K_{XY}=M_{XY}-M_X M_Y$, а смешанный момент M_{XY}, вычисляется по формуле $M_{XY}=\sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{n}x_i y_j p_{ij}$. Моменты M_X и M_Y совпадают с математическими ожиданиями $M[X]$ и $M[Y]$, а σ_X и σ_Y – средние квадратические отклонения случайных величин X и Y. Линейное

$X \backslash Y$	y_1	$\cdots$	y_j	$\cdots$	y_n	P_X
x_1	p_{11}	$\cdots$	p_{1j}	$\cdots$	p_{1n}	p_{X1}
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
x_i	p_{i1}	$\cdots$	p_{ij}	$\cdots$	p_{in}	p_{Xi}
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
x_m	p_{m1}	$\cdots$	p_{mj}	$\cdots$	p_{mn}	p_{Xm}
P_Y	p_{Y1}	$\cdots$	p_{Yj}	$\cdots$	p_{Ym}	1

корреляционное уравнение имеет вид: $\dfrac{\widetilde{Y}-M_Y}{\sigma_Y}=r\dfrac{X-M_X}{\sigma_X}$

71 – 80. Пусть дан статистический ряд. (Предполагается, что на числовой оси выбрана разрядная сетка – совокупность k примыкающих друг к другу интервалов длины c. Середины этих интервалов обозначены через x_i, $i=1, 2,\ldots, k$. Количество элементов выборки, попавших в i-й интервал, иначе говоря, принадлежащих i-у разряду, называется частотой и обозначается через n_i. Объём выборки n равен сумме частот, $n=\sum\limits_{i=1}^{k} n_i$. Статистические оценки математического ожидания, $\overline{X}$, дисперсии, $\overline{D}$, среднего квадратического отклонения, $\overline{\sigma}_X$, вычисляются так: $\overline{X}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{k} x_i n_i}{n}$, $\overline{D}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{k} x_i^2 n_i}{n}-\overline{X}^2$, $\overline{\sigma}_X=\sqrt{\overline{D}}$.

X	x_1	…	x_i	…	x_k
Частоты	n_1	…	n_i	…	n_k

Вычисления можно упростить, введя условные разряды. В учебниках по теории вероятностей и математической статистике объясняется, как это делается. Вычислив статистические оценки параметров распределения, выдвинем гипотезу H_0: исследуемая случайная величина X имеет нормальное распределение с математическим ожиданием $\overline{X}$ и средним квадратическим отклонением $\overline{\sigma}_X$. На основании этой гипотезы вычисляются выравнивающие частоты n_i^*. Формулы для вычисления выравнивающих частот:

$n_1^*=n\left(\Phi\left(\dfrac{x_1+\frac{c}{2}-\overline{X}}{\overline{\sigma}_X}\right)+0{,}5\right)$, $n_i^*=n\left(\Phi\left(\dfrac{x_i+\frac{c}{2}-\overline{X}}{\overline{\sigma}_X}\right)-\Phi\left(\dfrac{x_i-\frac{c}{2}-\overline{X}}{\overline{\sigma}_X}\right)\right)$ для $i=2,\ldots,k-1$;

$n_k^*=n\left(0{,}5-\Phi\left(\dfrac{x_i-\frac{c}{2}-\overline{X}}{\overline{\sigma}_X}\right)\right)$. Затем по формуле $\chi^2=\sum\limits_{i=1}^{k}\dfrac{(n_i-n_i^*)^2}{n_i^*}$ вычисляется наблюдённое значение χ^2.

81 – 90. Величина χ^2 во многих случаях имеет распределение, близкое к распределению случайной величины χ_ν^2, где ν – параметр, называемый числом степеней свободы. Существуют таблицы (фрагмент такой таблицы здесь приводится) критических значений χ_ν^2, отвечающих заданному уровню значимости α. Число степеней свободы находится по-разному, в зависимости от того, какая гипотеза проверяется. Если была выдвинута гипотеза о нормальном распределении с заранее заданными числовыми значениями a и σ, то $\nu=k-1$. Если же в качестве a и σ были взяты, соответственно, $\overline{X}$ и $\overline{\sigma}$, то $\nu=k-3$. Правило принятия или отвержения гипотезы состоит в следующем: если наблюдённое значение χ^2 меньше критического, то есть $\chi^2_{набл}<\chi^2_{кр}(\nu,\alpha)$, гипотеза принимается, если же $\chi^2_{набл}>\chi^2_{кр}(\nu,\alpha)$, то гипотеза отвергается.

Число степеней свободы	Уровни значимости		
	0,01	0,025	0,05
7	18,5	16,0	14,1
8	20,1	17,5	15,5
9	21,7	19,0	16,9
10	23,2	20,5	18,3
11	24,7	21,9	19,7
12	26,2	23,3	21,0