

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Воронежская государственная лесотехническая академия»

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Программа курса, методические указания и контрольные задания для студентов
заочного обучения специальностей 150200 (190601) – Автомобили
и автомобильное хозяйство, 260200 (250303) – Технология деревообработки

Воронеж 2008

УДК 620.1

Стородубцева, Т. Н. Сопротивление материалов [Текст] : программа курса, метод. указания и контрольные задания для студентов заочного обучения специальности 150200 (190601) – Автомобили и автомобильное хозяйство, 260200 (250303) – Технология деревообработки / Т. Н. Стородубцева ; Фед. агентство по образованию, ГОУ ВПО «ВГЛТА». – Воронеж, 2008. – 79 с.

Печатается по решению редакционно-издательского совета
ГОУ ВПО «ВГЛТА»

Рецензент д-р техн. наук, зав. кафедрой теоретической механики
и высшей математики ВГАУ, проф. В.П. Шацких

Научный редактор д-р техн. наук, заведующий кафедрой
сопротивления материалов и теоретической механики
ГОУ ВПО «ВГЛТА», проф. В.И. Харчевников

ВВЕДЕНИЕ

Сопротивление материалов – наука о прочности, жесткости и устойчивости отдельных элементов конструкций (сооружений и машин).

Инженеру любой специальности часто приходится производить расчеты на прочность. Неправильный расчет самой незначительной на первый взгляд детали может повлечь за собой очень тяжелые последствия – привести к разрушению конструкции в целом. При проведении расчетов на прочность необходимо стремиться к сочетанию надежности работы конструкции с ее дешевизной, добиваться наибольшей прочности при наименьшем расходе материала.

В отличие от теоретической механики сопротивление материалов рассматривает задачи, в которых наиболее существенными являются свойства твердых деформируемых тел, а законами движения тела как жесткого целого здесь пренебрегают. В то же время, вследствие общности основных положений, сопротивление материалов рассматривается как раздел механики твердых деформируемых тел.

Сопротивление материалов – одна из сложных дисциплин, изучаемых в высших технических учебных заведениях; занятия по этому курсу обязательно должны сопровождаться составлением конспекта и решением задач. Если при решении задач возникнут затруднения, следует воспользоваться имеющимися в задачниках указаниями и решениями, но совершенно необходимо научиться решать задачи самостоятельно.

Целью дисциплины является обеспечение базы инженерной подготовки: теоретическая и практическая подготовка студентов в области прикладной механики деформируемого твердого тела, развитие инженерного мышления и приобретение знаний о приемах расчета на прочность, жесткость и устойчивость типичных элементов конструкций машин и механизмов, а также умения оценить работоспособность их конструкций, необходимых для изучения последующих дисциплин.

Задачами изучения дисциплины является выработка знаний о современных подходах к расчету сложных систем, умений и навыков по выполнению оценки надежности конструкций машин, освоение современных методов расчета, включая компьютерные технологии.

В результате освоения дисциплины студент должен **знать**: основы теории напряженного и деформированного состояния; гипотезы прочности; условия прочности, жесткости и устойчивости; расчетные формулы для определения напряжений и деформаций деталей, узлов и агрегатов машин, элементов их конструкций; механические свойства и характеристики материалов; вопросы выбора допускаемых напряжений и коэффициентов запаса прочности.

Уметь: определять внутренние силовые факторы и строить их эпюры; производить расчеты на прочность, жесткость и устойчивость; оценивать эксплуатационную надежность деталей машин и элементов их конструкций.

1 ПРОГРАММА КУРСА

Программа составлена на основе:

1. Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования направления подготовки дипломированного специалиста 653300 – Эксплуатация наземного транспорта и транспортного оборудования (Утвержден Минобразования РФ 31.10.2001 г., номер государственной регистрации 529 тех/дс взамен 299 тех/дс). Разработанной НМС Минобразования РФ по сопротивлению материалов, строительной механике, теории упругости и пластичности Примерной программы дисциплины «Сопротивление материалов» (Утверждена Минобразования РФ 30.01.2001 г.).

1.1 Растяжение, сжатие

В этой теме даны основные понятия, которые необходимо хорошо усвоить. Особое внимание надо обратить на понятия деформаций и напряжений. Для определения напряжений пользуются методом сечений. Сущность его заключается в том, что твердое тело, находящееся в равновесии, разрезают (мысленно) на две части, отбрасывают одну из частей, заменяют влияние отброшенной части внутренними силами и составляют уравнения равновесия для оставшейся части, на которую действуют приложенные к ней внутренние и внешние силы, распределенные по сделанному сечению.

Рассмотрены простые случаи воздействия сил на стержень и содержится ряд вопросов (механические свойства материалов, выбор допускаемых напря-

жений, статически неопределимые задачи), встречающихся в других разделах курса.

Пользуясь формулами, основанными на законе Гука, надо всегда помнить, что этот закон справедлив только для предела пропорциональности. Нельзя, например, напряжение для мягкой стали при $\varepsilon=0,1$ вычислять по формуле $\sigma=E\varepsilon$, т.к. тогда получается $\sigma=2 \cdot 10^5 \cdot 0,1=20000$ МПа, в то время как при 400 МПа материал уже разрушается.

Способ расчета по допускаемым нагрузкам для статически определимых систем дает такие же результаты, как и способ расчета по допускаемым напряжениям, но для статически неопределимых систем он позволяет вскрыть дополнительные резервы прочности, повысить несущую способность конструкции и указывает на возможность более экономного расхода материала.

Следует обратить внимание на весьма важные понятия: предел прочности, допускаемое напряжение и коэффициент запаса прочности.

1.2 Теория напряженного состояния и теории прочности

Главные напряжения играют весьма важную роль при решении вопроса о прочности материала; одно из этих напряжений является наибольшим, а другое — наименьшим из всех нормальных напряжений для данной точки.

Надо обратить внимание на полную аналогию между формулами для напряжений в наклонных площадках и формулами для моментов инерции относительно осей, наклоненных к главным. В этих формулах главным напряжениям соответствуют главные моменты инерции; напряжениям в площадках, наклоненных к главным под углом α , соответствуют моменты инерции относительно осей, наклоненных к главным под углом α ; касательным напряжениям соответствует центробежный момент инерции. Угол наклона главных площадок и угол наклона главных осей находят, соответственно, по формулам

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2\tau}{\sigma_y - \sigma_x}; \quad \operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2I_{xy}}{I_y - I_x}.$$

Касательные напряжения на главных площадках равны нулю - центробежный момент инерции относительно главных осей равен нулю; одно из главных напряжений является максимальным, другое — минимальным; один из главных моментов инерции является максимальным, другой — минимальным.

При линейном напряженном состоянии вопрос о прочности материала решается легко: надо определить опасное напряжение σ_0 из опыта на простое растяжение (или сжатие), назначить коэффициент запаса и сравнить главное напряжение с допускаемым напряжением:

$$\sigma \leq [\sigma] = \frac{\sigma_0}{k}.$$

В случае плоского или объемного напряженного состояния задача значительно усложняется, так как неизвестно, при какой комбинации числовых значений главных напряжений наступает опасное состояние материала. Необходимо, следовательно, найти напряжение, зависящее от главных напряжений, при котором возникает опасность разрушения, и затем числовое его значение сравнить с допускаемым напряжением, установленным из опыта на простое растяжение (или сжатие). В зависимости от того, какой фактор по данной теории прочности считается решающим и создающим опасное состояние материала, получим различные расчетные формулы.

1.3 Сдвиг и кручение

Касательные напряжения на двух взаимно перпендикулярных площадках равны между собой. Этот важный закон называется законом парности касательных напряжений. При изучении деформаций надо обратить внимание на то, что одна из диагоналей выделенного элемента, по граням которого действуют касательные напряжения, удлиняется, а другая укорачивается: таким образом, явления растяжения–сжатия и сдвига нельзя рассматривать изолированно друг от друга. Формулу закона Гука при сдвиге ($\tau = G\gamma$) легко запомнить ввиду полной аналогии ее с формулой закона Гука при растяжении–сжатии: $\sigma = E\varepsilon$. Необходимо внимательно изучить вопрос о выборе допускаемых напряжений при сдвиге.

Следует обратить внимание на то, что расчеты заклепок, сварных соединений и врубок являются условными и что явление «среза» всегда осложнено наличием других напряжений, которыми для упрощения расчетов обычно пренебрегают. Надо уметь показывать на чертежах площадки, на которых возникают напряжения среза, смятия, скалывания.

В случае центрального растяжения–сжатия нормальные напряжения распределяются в поперечном сечении стержня равномерно. При расчете на срез

обычно считают, что касательные напряжения также распределяются равномерно. В случае кручения круглого стержня касательные напряжения в поперечном сечении распределяются неравномерно, изменяясь по линейному закону – от нуля на оси до максимального значения у поверхности стержня. В связи с этим и возникла мысль о замене сплошного вала полым, материал сечения которого находится в более напряженной зоне и используется рациональнее.

Следует внимательно разобрать построение эпюры крутящих моментов M_k , которая наглядно показывает изменение крутящего момента по длине вала. При вычислении напряжений в каком-либо поперечном сечении вала необходимо брать по эпюре M_k значение соответствующей ординаты.

Надо обратить внимание на то, как используется закон парности касательных напряжений для установления τ в точках контура прямоугольного поперечного стержня. Небольшие напряжения в таком сечении возникают в точках контура, ближе всего расположенных к оси кручения.

1.4 Геометрические характеристики плоских сечений

В теории изгиба важную роль играют моменты инерции, поэтому следует рассмотреть этот вопрос предварительно в виде самостоятельной темы. Перед изучением этой темы полезно по учебнику теоретической механики повторить материал о статическом моменте и о нахождении центров тяжести плоских фигур. При вычислении моментов инерции надо помнить, что они представляют собой интегралы или типа $I_y = \int_A z^2 dA$ (осевой, или экваториальный, момент инерции относительно оси y) или типа $I_{zy} = \int_A zy dA$ (центробежный момент инерции относительно осей z и y).

Необходимо запомнить, что теорема о переносе осей ($I_{yI} = I_y + a^2 I$) справедлива только в том случае, если ось y проходит через центр тяжести фигуры. Например, известен момент инерции треугольника относительно оси, проходящей через основание, то нельзя при помощи теоремы о переносе осей сразу найти момент инерции треугольника относительно оси, проходящей через вершину параллельно основанию. Сначала необходимо при помощи этой теоремы найти момент инерции относительно центральной оси, а затем определить момент инерции относительно оси, проходящей через вершину. Формула

переноса осей наглядно показывает, что наименьшим из моментов инерции относительно нескольких параллельных осей является момент инерции относительно той оси, которая проходит через центр тяжести.

Центробежный момент инерции относительно главных осей равен нулю; при этом совсем не обязательно, чтобы главные оси проходили через центр тяжести, так как через любую точку, лежащую в плоскости фигуры, можно провести такие две взаимно перпендикулярные оси, относительно которых центробежный момент инерции будет равен нулю. В теории изгиба весьма важную роль играют главные центральные оси, положение которых для несимметричных сечений определяют так:

1) сначала проводят случайные оси, вычисляют статические моменты сечения относительно этих осей (разделив предварительно сложную фигуру на ряд простых фигур) и находят положение центра тяжести сечения; 2) проводят через центр тяжести всего сечения оси, параллельные первоначально выбранным случайным осям, и находят при помощи теоремы о переносе осей центробежный и осевые моменты инерции сечения относительно этих новых осей; 3) находят положение главных центральных осей u и v , по формуле $\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2I_{yz}}{I_y - I_z}$; 4) находят главные центральные моменты инерции.

Для проверки правильности вычислений I_u и I_v можно использовать равенства: $I_u + I_v = I_y + I_z$ и $I_{uv} = 0$.

Следует иметь в виду, что при помощи этих равенств можно проверить вычисления только по п.п. 3 и 4; соблюдение этих равенств не гарантирует правильности вычислений, сделанных в п.п. 1 и 2.

Если сечение состоит из ряда прокатных профилей, то необходимо при вычислениях пользоваться данными таблиц сортамента. При определении центробежного момента инерции уголка (равнобокого или неравнобокого) не следует делить площадь этого уголка на два прямоугольника; сначала можно найти центробежный момент инерции всего уголка относительно осей, проходящих через центр тяжести параллельно полкам, при помощи формулы, в которой использованы обозначения таблиц сортамента:

$$I_{xy} = \frac{I_{x_0} - I_{y_0}}{2} \sin 2\alpha_0,$$

где I_{x_0} и I_{y_0} — главные центральные моменты инерции, значения которых даны в таблицах сортамента; после этого надо применить формулу переноса осей и найти центробежный момент инерции уголка относительно центральных осей всего сечения. При пользовании формулой поворота осей надо обязательно обратить внимание на знак угла, а если для совмещения оси x_0 с осью x надо повернуть ось x_0 по часовой стрелке, то угол α следует считать отрицательным.

1.5 Изгиб прямых брусьев

Эта тема является самой большой и самой сложной темой курса сопротивления материалов; ее следует изучать постепенно, обращая особое внимание на решение задач. Сначала надо усвоить весьма важные понятия изгибающего момента M и поперечной силы Q и научиться строить эпюры M и Q . Необходимо помнить, что поперечная сила в данном сечении равна алгебраической сумме проекций сил, расположенных только по одну сторону от рассматриваемого сечения, на перпендикуляр к оси балки, а изгибающий момент в данном сечении равен алгебраической сумме моментов сил, расположенных только с одной стороны, относительно центральной оси поперечного сечения.

Весьма большое значение имеет теорема Журавского, устанавливающая зависимость между Q и M , с помощью которой можно проверять построение эпюр.

Необходимо обратить внимание на неравномерность распределения нормальных напряжений по высоте балки и на то, что прочность балки зависит от момента сопротивления W . Надо ясно представлять, каким путем можно увеличить момент сопротивления без увеличения расхода материала.

Рекомендуется сравнить между собой эпюры σ и τ , построенные для балки прямоугольного поперечного сечения. Наибольшее и наименьшее нормальные напряжения (главные напряжения) находят по формуле:

$$\sigma_{1,3} = \frac{1}{2} \left(\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 \pm 4\tau^2} \right).$$

Правая часть дифференциального уравнения изогнутой оси балки содержит выражение изгибающего момента в произвольном сечении данного участка, а не в том сечении, для которого находят перемещения (углы поворота и прогибы), $M(x)$ — величина переменная; только в случае чистого изгиба $M(x) = const$. Надо хорошо понять геометрический смысл постоянных интегри-

рования C и D ; разделив их на EI , получим соответственно угол поворота и прогиб в начале координат.

При наличии нескольких участков, когда изгибающий момент от сосредоточенных сил или моментов выражается различными уравнениями, необходимо интегрировать без раскрытия скобок, так как только при соблюдении этого требования произвольные постоянные будут соответственно равны между собой ($C_1 = C_2 = \dots = C$ и $D_1 = D_2 = \dots = D$).

Распределенную нагрузку можно преобразовать и получить соответственно равные произвольные постоянные также и в том случае, когда она на каком-либо участке балки обрывается.

В результате можно получить общие уравнения углов поворота и прогибов, которыми и следует преимущественно пользоваться при решении задач аналитическим методом. Обычно начало координат помещают на левом конце балки и общие уравнения углов поворота и прогибов пишут так:

$$EI\theta = EI\theta_0 + M_0x + Q_0 \frac{x^2}{2} + \sum M(x - a_m) + \sum F \frac{(x - a_f)^2}{2} + \sum q \frac{(x - a_q)^3}{6},$$

$$EIy = EIy_0 + EI\theta_0 + M_0 \frac{x^2}{2} + Q_0 \frac{x^3}{6} + \sum M \frac{(x - a_m)^2}{2} + \sum F \frac{(x - a_f)^3}{6} + \sum q \frac{(x - a_q)^4}{24}.$$

Здесь a_m , a_f , a_q — соответственно абсциссы точек приложения сосредоточенной пары M , силы F , начала равномерно распределенной нагрузки с интенсивностью q ; знаки сумм распространяются на все нагрузки, расположенные слева от того сечения балки, для которого находят прогиб и угол поворота. Величины y_0 , θ_0 , M_0 , Q_0 , обозначающий соответственно прогиб, угол поворота, изгибающий момент и поперечную силу в начале координат, называются начальными параметрами. В связи с этим метод определения деформаций балки при помощи написанных выше уравнений называют часто методом начальных параметров. Два начальных параметра из четырех известны при любом способе опирания левого конца балки. Действительно, для защемленного конца $y_0=0$ и $\theta_0=0$; для шарнирно опертого конца $y_0=0$ и $M_0=0$ (если на левом конце приложен момент M , то $M_0=M$); для свободного конца $Q_0=0$ (если на левом конце приложена сила F , то $Q_0=F$) и $M_0=0$ (или $M_0=M$).

Для статически определимой балки начальные параметры Q_0 и M_0 легко найти при помощи уравнений статики; таким образом, в случае защемленного левого конца известны все четыре начальных параметра, в случае шарнирно

опертого конца неизвестна только величина θ_0 , в случае свободного конца неизвестны величины y_0 и θ_0 . Неизвестные начальные параметры находят из условий на правом конце балки. Например, для балки, свободно лежащей на двух опорах, при определении θ_0 надо использовать то условие, что прогиб на правой опоре равен нулю.

Однопролетные статически неопределимые балки легко можно рассчитать и при помощи метода начальных параметров. Для примера рассмотрим балку с защемленными концами, нагруженную равномерно распределенной нагрузкой на всей длине. В данном случае $y_0=0$ и $\theta_0=0$; в виду симметрии можно написать, что $Q_0=ql/2$; тогда выше рассмотренные уравнения примут такой вид:

$$EI\theta = M_0 x + \frac{ql}{2} \cdot \frac{x^2}{2} - q \frac{x^3}{6};$$

$$EI\theta = M_0 \frac{x^2}{2} + \frac{ql}{2} \cdot \frac{x^3}{6} - q \frac{x^4}{24};$$

неизвестный начальный параметр M_0 найдем из условия на правой опоре: при $x=l$, $\theta=0$ (можно использовать также условие: при $x=l$, $y=0$).

$$0 = M_0 l + \frac{ql}{2} \cdot \frac{l^2}{6} - q \frac{l^3}{6};$$

отсюда находим $M_0 = -\frac{ql^2}{12}$ $M_0 = -\frac{ql^2}{12}$

Таким образом, мы не только нашли опорный момент, но и одновременно получили уравнения углов поворота и прогибов. При решении не возникло никаких дополнительных затруднений, несмотря на то, что данная задача статически неопределима.

1.6 Изгиб плоского бруса большой кривизны

В случае изгиба прямого стержня гипотеза плоских сечений приводит к линейному закону распределения нормальных напряжений; применяя эту же гипотезу при изгибе кривого стержня, получаем гиперболический закон распределения нормальных напряжений в поперечном сечении стержня. Другая важная особенность изгиба кривого стержня заключается в том, что нейтральная ось не совпадает с центром тяжести поперечного сечения и всегда смещается по направлению к центру кривизны.

1.7 Сложное сопротивление

Изучение сложного сопротивления обычно начинают с косоугольного изгиба. Нейтральная линия при косоугольном изгибе уже не перпендикулярна плоскости внешних сил, а плоскость, в которой расположены прогибы при косоугольном изгибе, не совпадает с плоскостью внешних сил. Явление косоугольного изгиба особенно опасно для сечений со значительно отличающимися друг от друга главными моментами инерции (например, для двутавра). Балки с таким сечением хорошо работают на изгиб в плоскости наибольшей жесткости, но даже при небольших углах наклона плоскости внешних сил к плоскости наибольшей жесткости в балках возникают значительные дополнительные напряжения и деформации.

Для балки круглого сечения косоугольный изгиб невозможен, так как все центральные оси такого сечения являются главными и нейтральный слой всегда перпендикулярен плоскости внешних сил. Косоугольный изгиб невозможен также и для квадратного сечения, но для такого сечения решение вопроса о прочности зависит от положения плоскости внешних сил, так как моменты сопротивления квадратного сечения неодинаковы относительно различных центральных осей (хотя моменты инерции относительно всех центральных осей равны между собой, как и для круглого сечения). При расположении внешних сил в диагональной плоскости расчетные напряжения в балке квадратного сечения будут больше, чем в случае, когда плоскость внешних сил параллельна граням балки.

При определении напряжений в случае внецентренного растяжения или сжатия необходимо знать положение главных центральных осей сечения; именно от этих осей отсчитывают расстояния точки приложения силы и точки, в которой определяют напряжения.

Следует обратить внимание на то, что приложенная внецентренно сжимающая сила может вызвать в поперечном сечении стержня растягивающие напряжения. В связи с этим внецентренное сжатие является особенно опасным для стержней из хрупких материалов (кирпича, бетона), которые слабо сопротивляются растягивающим силам.

В случае изгиба с кручением возникают нормальные напряжения σ , касательные напряжения τ и проверка прочности производится по главным напряжениям. В заключение следует изучить общий случай сложного сопротивления, когда стержень испытывает одновременно растяжение (сжатие), изгиб в двух

плоскостях и кручение. Напряжение в каком-либо поперечном сечении стержня зависит от величин внутренних силовых факторов: M_y , M_x , M_z , N , Q_y , Q_z .

1.8 Устойчивость сжатых систем

Преыдушие темы курса касались расчетов на прочность и на жесткость; в этой теме изложен расчет на устойчивость. Опасность явления потери устойчивости заключается в том, что она может наступить при напряжении, значительно меньшем предела прочности материала. Это напряжение называется критическим; для стержней большой гибкости его можно определить по формуле Эйлера.

Исследования проф. Ф. С. Ясинского дали возможность установить критическое напряжение для стержней малой и средней гибкости, для которых формулу Эйлера применить нельзя. Допускаемое напряжение при расчете на устойчивость должно быть понижено по сравнению с допускаемым напряжением при обыкновенном сжатии.

Коэффициенты φ , учитывающие это понижение для стержней различной гибкости и для различных материалов, приводятся в специальных таблицах. Следует обратить внимание на то, что при подборе сечения приходится несколько раз производить вычисления, применяя способ последовательных приближений.

1.9 Расчет тонкостенных оболочек и толстостенных труб

Расчет цилиндрического резервуара производят при помощи метода сечений. Для сосуда, имеющего любую форму тела вращения, при помощи метода сечений можно найти только напряжения σ_m , отрывающие верхнюю часть сосуда от нижней. Напряжения σ_t , стремящиеся разорвать сосуд по меридиану, определяют при помощи уравнения Лапласа.

При расчете толстостенных цилиндров необходимо найти нормальные напряжения как в радиальном, так и в тангенциальном направлениях. Так как здесь можно составить только одно уравнение статики, то задача статически неопределима; дополнительное уравнение получают, как и всегда в подобных случаях, из рассмотрения деформаций.

Следует обратить внимание на то, что наибольшие нормальные напряжения в продольных сечениях цилиндра возникают в точках его внутренней поверхности. Для уменьшения этих напряжений применяют составные цилиндры, причем наружный цилиндр, надетый в нагретом состоянии, создает полезные начальные напряжения сжатия во внутреннем. Благодаря этому уменьшаются расчетные растягивающие напряжения во внутреннем цилиндре, что с полной наглядностью показано на эпюре напряжений.

1.10 Расчет на прочность при напряжениях, циклически изменяющихся во времени

Эта тема имеет большое значение, так как в деталях машин часто возникают переменные напряжения. Надо хорошо уяснить понятие предела выносливости и научиться строить диаграммы для несимметричного цикла. Необходимо также знать все факторы, от которых зависит коэффициент концентрации напряжений. Особое внимание следует обратить на практические меры по борьбе с изломами усталости: а) повышение предела прочности при достаточной пластичности; б) создание однородной, мелкозернистой структуры; в) проектирование внешних очертаний детали без резких переходов; г) тщательную обработку поверхности.

Надо подробно разобрать примеры определения допускаемых напряжений для различных деталей машин, воспринимающих переменные нагрузки. Правильный выбор допускаемого напряжения и формы сечения обеспечивает более экономное использование материала.

1.11 Упругие колебания

При колебаниях стержня напряжения и деформации периодически меняют свою величину. В случае совпадения периода вынужденных колебаний с периодом свободных колебаний, даже при небольшой возмущающей силе, возникает явление резонанса, при котором деформации и напряжения быстро возрастают, что часто приводит к разрушению конструкции. Надо запомнить формулу для определения периода свободных колебаний и подробно разобрать примеры расчета.

1.12 Статически неопределимые системы

Эта тема посвящена расчету статически неопределимых рам. Расчет плоских систем подробно изложен в обоих рекомендованных учебниках, расчет плоскопространственных и пространственных систем подробно рассмотрен в учебнике Александрова.

2 ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Студенту необходимо изучить темы курса сопротивления материалов в соответствии с программой, приведенной в данном методическом указании по рекомендованным учебникам.

Приступая к решению задач контрольных работ, необходимо изучить теоретический материал по теме задачи, а затем приступить к их решению:

1) самостоятельно изучить теоретические основы курса и решить рекомендуемые задачи (табл. 2.1, 2.2);

2) выполнить контрольные работы (табл. 3.1);

3) выполнить лабораторные работы во время лабораторно-экзаменационной сессии;

4) решить в присутствии преподавателя во время лабораторно-экзаменационной сессии контрольные задачи, защитить контрольные и лабораторные работы; получить зачет; сдать экзамен.

Перед каждым лабораторным занятием преподаватели дают необходимые пояснения; помимо этого студентам рекомендуется пользоваться методическими указаниями № 794, 795, 1206. В лаборатории студент обязан детально ознакомиться с образцами, испытательными машинами, измерительными приборами, при проведении опыта сделать соответствующие записи в тетради и обработать результаты наблюдений.

Для сдачи экзамена по сопротивлению материалов требуется знание теоретического материала, умение выводить основные формулы и применять теоретические формулы к решению инженерных задач.

Таблица 2.1

Рекомендуемая литература по темам по учебникам

Наименование темы	Дарков А.В., Шпиро Г.С.		Александров А.В.	
	параграф	номера задач	параграф	номера задач
1	2	3	4	5
Введение. Растяжение и сжатие	1.1-6.1, 1.2-6.2, 8.2-10.2	1.2-4.2, 6. 2	1.1-1.6, 3.1-3.13	1.1, 3.1-3.8
Теория напряженного состояния Теория прочности	1.3-8.3, 1.8	1.3-6.3, 1.8, 2.8	13.1-13.13, 14.1-14.6	13.1-13.4, 14.1
Сдвиг и кручение	1.4-3.4, 1.6-4.6	1.4-3.4, 1.6, 2.6, 5.6	5.1-5.4, 5.8	5.1
Изгиб	1.7-11.7, 15.7, 1.5-7.5, 17.7	1.7-11.7, 16.7	6.1, 6.3, 7.1, 7.3, 7.7	6.1, 7.5
Сложное сопротивление	1.9-5.9	1.9-6.9	6.5	6.3
Устойчивость сжатых стержней	1.13-5.13	1.13-5.13	15.1-15.5	15.1-15.3
Динамическое действие нагрузок	1.14-5.14	1.14-5.14	17.1-17.5	17.1
Напряжения, переменные во времени	1.15-5.15	1.15-4.15	19.1-19.9	19.1, 19.2

Таблица 2.2

Рекомендуемая литература по темам по сборникам задач

Наименование темы	Беляев Н.М.		Степин П.А.		Качурин И.К.
	стр.	№ задач	стр.	№ задач	№ задач
1	2	3	4	5	6
Введение. Растяжение и сжатие	1-22	1.1, 1.136, 1.17, 1.144, 1.66	1-17	1.1, 11.1-11.4, 11.7	1.24, 1.50

Окончание табл. 2.2

1	2	3	4	5	6
Теория напряженного состояния. Теория прочности.	27-41				2.39, 2.42
Сдвиг и кручение	45-53	3.40, 3.92	23-26, 35, 38	111.1, V.1	3.2, 3.6, 4.24
Изгиб	55-65, 81-85	4.12, 4.23, 4.104, 4.112	45-60, 67	V.1-V11.9	6.2, 6.19, 6.47
Сложное сопротивление	119-126	6.35, 6.67, 6.115	73-81	1X.1-1X.6	10.1, 10.25, 10.69, 10.72
Устойчивость сжатых стержней	154-158	7.17	83-89	X.1-X.3	12.11, 12.14, 12.16
Динамическое действие нагрузок	164-168	9.14, 9.28, 9.58	92-94	X1.1-X1.3	9.6, 9.7
Напряжения, переменные во времени	181-191	9.73	99-105	X11.1	14.75, 14.78, 14.81, 14.85

2.1 Библиографический список

Основная литература

1. Александров, А. В. Сопротивление материалов / А. В. Александров, В. Д. Потапов, Б. П. Державин. – М. : Высш. шк., 2000. – 560 с.

Дополнительная литература

2. Дарков, А. В. Сопротивление материалов / А. В. Дарков, Г. С. Шпиро. – М. : Высш. шк., 1989. – 624 с.

3. Качурин, И. К. Сборник задач по сопротивлению материалов / И. К. Качурин, 1974. – 432 с.

4. Костенко, Н. А. Сопротивление материалов / Н. А. Костенко. – М. : Высш. шк., 2000.– 430 с.

5. Стородубцева, Т. Н. Сложное сопротивление: методические указания и варианты заданий к комплексному расчетно-графическому заданию по сопротивлению материалов и теоретической механике / Т. Н. Стородубцева. – Воронеж : Воронеж. гос. лесотехн. акад. 2001. – 47 с. (№ 1227).

6. Стородубцева, Т. Н. Сопротивление материалов : методические указания и варианты заданий к расчетно-графической работе «Геометрические характеристики плоских сечений» / Т. Н. Стородубцева. – Воронеж : ВГЛТА, 2006. – 48 с. (№ 435).

7. Харчевников, В. И. Сопротивление материалов и прикладная механика : тексты лекций / Т. Н. Стородубцева, В. И. Харчевников. – Воронеж : Воронеж. гос. лесотехн. акад., 2004. – 107 с.

2.2 Пояснения к решению задач.

Основные методы построения эпюр внутренних силовых факторов

Чтобы лучше усвоить тему определение внутренних усилий и построение эпюр внутренних силовых факторов, мы ниже приводим основной метод в определении внутренних усилий – метод сквозного разреза и определение внутренних силовых факторов.

2.3 Метод сквозного разреза

В сопротивлении материалов можно осуществлять перенос сил вдоль линии их действия, разлагать силы на составляющие или приводить их к равнодействующей только при определении опорных реакций и по одну сторону от сквозного разреза элемента.

Непосредственной причиной разрушения материала элемента конструкции являются внутренние усилия, которые достигают величины сил межмолекулярного сцепления.

Внутренние усилия возникают от действия внешних нагрузок и могут быть определены методом сквозного разреза (сечения), сущность которого состоит в следующем (рис. 2.1):

1. Мысленно рассекаем стержень (тело) по сечению I-I, в котором следует определить величину внутренних усилий (рис. 2.1, а).

2. Отбрасываем ту часть стержня, к которой приложено большее число внешних сил. Это делается для того, чтобы уравнение равновесия оставшейся части было проще.

3. Поскольку разрез был «мысленный», а оставшаяся часть стержня, будучи в составе целого, находилась в равновесии, то она должна находиться в равновесии и будучи условно отброшенной.

Это может быть обеспечено, если мы заменим действие отброшенной части на оставшуюся, например, главным вектором \bar{R} и главным моментом \bar{M} , избрав за центр приведения центр тяжести сечения I-I. \bar{R} и \bar{M} и будут статическим эквивалентом тех внутренних силовых факторов, которые передавались со стороны отброшенной части на оставшуюся (рис. 2.1, б).

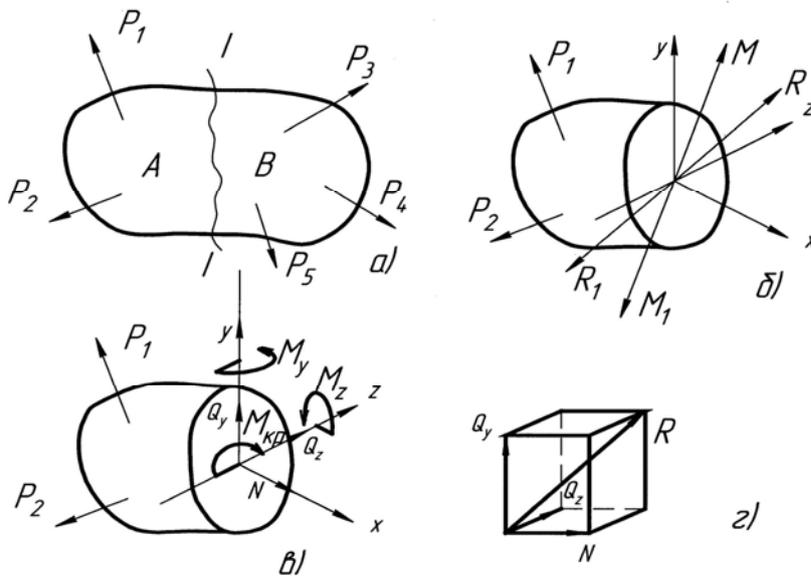


Рис. 2.1 Метод сквозного разреза

4. В свою очередь, мы можем привести силы, действующие на оставшуюся часть, тоже к главному вектору \bar{R}_1 и главному моменту \bar{M}_1 . Очевидно, что они должны быть равны по величине и противоположно направлены по отношению к главному вектору \bar{R} и

главному моменту \bar{M} внутренних усилий (рис. 2.1, б), иначе равновесие не будет обеспечено.

Отсюда следует важнейший вывод: **величина внутренних усилий (силовых факторов) может быть определена по величине внешних сил, действующих на оставшуюся часть стержня.**

Проекции главного вектора \bar{R} на оси x , y , z и составляющие главного момента \bar{M} относительно их (рис. 2.1, в, г) имеют следующие наименования:

N - называется продольной силой. Она направлена по перпендикуляру к сечению.

Продольная сила N , равна алгебраической сумме проекций всех сил, расположенных по одну сторону от рассматриваемого сечения, на перпендикуляр к плоскости сечения.

Q_y и Q_z – называются поперечными или перерезывающими силами. Они действуют в плоскости поперечного сечения.

Поперечная сила Q_y , равна сумме проекций всех сил, расположенных по одну сторону от рассматриваемого сечения, на главную центральную ось y данного сечения.

Поперечная сила Q_z равна сумме проекций всех сил, расположенных по одну сторону от рассматриваемого сечения, на главную центральную ось z данного сечения.

$M_{кр}$ – называется крутящим моментом. Он действует в плоскости поперечного сечения.

Крутящий момент M_x равен алгебраической сумме моментов всех сил, расположенных по одну сторону от рассматриваемого сечения, относительно оси, перпендикулярной плоскости сечения и проходящей через его центр тяжести.

M_y и M_z – называются изгибающими моментами относительно осей y и z .

Изгибающий момент M_y равен алгебраической сумме моментов всех сил, расположенных по одну сторону от рассматриваемого сечения, относительно главной центральной оси y данного сечения.

Изгибающий момент M_z равен алгебраической сумме моментов тех же сил относительно главной центральной оси z данного сечения.

Все шесть полученных внутренних силовых факторов могут быть найдены из шести уравнений равновесия статики, которые можно записать для пространственной системы. Для плоской системы таких уравнений можно написать три.

2.4 Виды напряжений. Выражение внутренних сил и моментов через напряжения

Главный вектор $\bar{\mathbf{R}}$ и главный момент $\bar{\mathbf{M}}$ реально не существуют. Они представляют собой лишь статический эквивалент элементарных внутренних сил, распределенных по площади сечения по различным законам. Эти силы характеризуются интенсивностью (рис. 2.2, а).

$$\mathbf{p} = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{R}}{\Delta F}, \quad (2.1)$$

где $\Delta \mathbf{R}$ – равнодействующая внутренних сил на весьма малой площади ΔF .

Равнодействующая $\Delta \mathbf{R}$ может быть разложена на составляющую $\Delta \mathbf{N}$, действующую по перпендикуляру к сечению и составляющую $\Delta \mathbf{T}$, действующую в плоскости сечения (рис. 2.2, а).

Интенсивность касательных сил в рассматриваемой точке сечения называется касательным напряжением и обозначается греческой буквой τ (тау).

$$\tau = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{T}}{\Delta F}. \quad (2.2)$$

Интенсивность нормальных сил – нормальным напряжением и обозначается греческой буквой σ (сигма).

$$\sigma = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{N}}{\Delta F}. \quad (2.3)$$

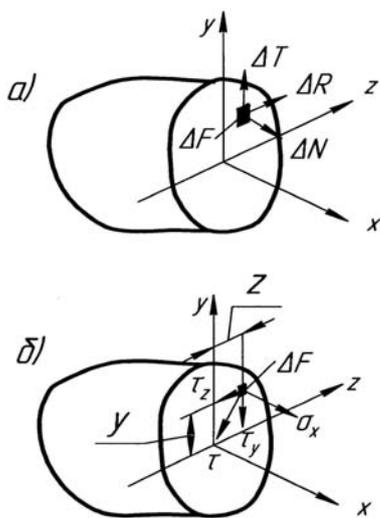


Рис. 2.2, а, б Виды напряжений

Размерности напряжений – кгс/см² или МПа (мегапаскаль в системе СИ), 10 кгс/см² \cong 1 МПа. Они чаще всего встречаются в учебной и научной литературе.

Величина полного напряжения может быть определена по формуле

$$\mathbf{p} = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}. \quad (2.4)$$

Внутренние усилия и моменты могут быть выражены через напряжения σ_x и τ_y, τ_z , действующие на элементарной площадке $d\mathbf{F}$ (рис. 2.2, б).

$$\begin{aligned}
 N &= \int_F \sigma_x dF, & Q_y &= \int_F \tau_y dF, & Q_z &= \int_F \tau_z dF, \\
 M_{кр} &= \int_F (\tau_y z - \tau_z y) dF, & M_y &= \int_F \sigma_x z dF, & M_z &= \int_F \sigma_x y dF.
 \end{aligned} \quad (2.5)$$

2.5 Осевое растяжение (сжатие) стержня. Построение эпюр продольных сил, расчет на прочность и жесткость

Растяжением-сжатием называется такой вид напряженного и деформированного состояния, когда в поперечном сечении стержня возникает только продольная сила.

Продольная сила в сечении определяется с помощью метода сквозного разреза. Она численно равна алгебраической сумме внешних сил, действующих вдоль оси стержня по одну сторону от сечения, и противоположно направлена.

Для выяснения закона распределения продольных сил по длине стержня строится эпюра N .

Эпюрой называется график, построенный с соблюдением определенных правил, показывающий закон изменения функции какого-либо внутреннего силового фактора по длине элемента.

Любая ордината эпюры показывает величину силового фактора в сечении, расположенном против данной ординаты.

2.5.1 Пример

Для стального стержня требуется: 1) построить эпюру продольных сил - N ; 2) подобрать размеры поперечного сечения стержня - d , при $A_1/A_2 = 0,7$; 3) вычислить нормальные напряжения - σ во всех характерных сечениях и построить эпюру напряжений; 4) вычислить величину продольной деформации каждого участка; 5) определить допускаемое удлинение стержня - Δl_{adm} и сравнить его с полным удлинением - Δl_n .

Решение задачи следует проводить в последовательности, приводимой в примере.

Дано:

$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 2 \cdot 10^6 \text{ кгс} / \text{см}^2;$$

$$F_1 = 1300 \text{ кН}; F_2 = 1000 \text{ кН};$$

$$F_3 = 1800 \text{ кН}; a = 1,3 \text{ м};$$

$$b = 0,7 \text{ м}; c = 0,8 \text{ м};$$

$$\sigma_{adm} = 160 \text{ МПа} = 1600 \text{ кгс} / \text{см}^2;$$

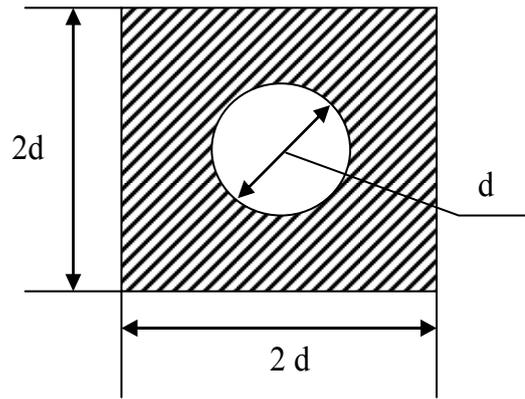


Рис. 2.3

Решение

1. Соблюдая масштаб, вычерчиваем заданную схему стержня с приложенными нагрузками и проставляем их числовые значения (рис. 2.4).

Изображаем реакцию R в заземлении и определяем ее величину, проектируя все силы, приложенные к стержню, на ось X совпадающую с осью стержня:

$$\Sigma F_X = 0; -F_1 - F_2 + F_3 + R = 0;$$

$$R = F_1 + F_2 - F_3 = 1300 + 1000 - 1800 = 500 \text{ кН}.$$

Знак плюс у реакции указывает на то, что направление реакции выбрано правильно.

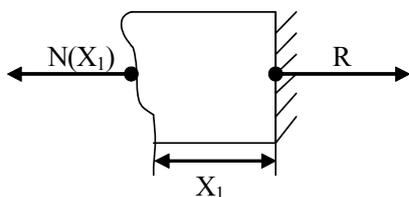
Для определения значений продольных сил на каждом участке применяем метод сквозного разреза (метод сечений). Для этого в произвольном месте на первом участке проведем сечение перпендикулярно оси стержня и рассмотрим условие равновесия правой части стержня (рис. 2.4).

Действие отброшенной части на оставшуюся (рассматриваемую) заменяем внутренним силовым фактором – продольной силой $N(x)$.

Продольную силу N лучше всегда изображать растягивающей, т.е. направленной по нормали от рассматриваемого сечения.

Составим уравнение равновесия для каждого участка (рис. 2.4):

$$1) \Sigma F_X = 0;$$



$$-N(x_1) + R = 0;$$

$$N(x_1) = R = 500 \text{ кН}.$$

Растяжение.

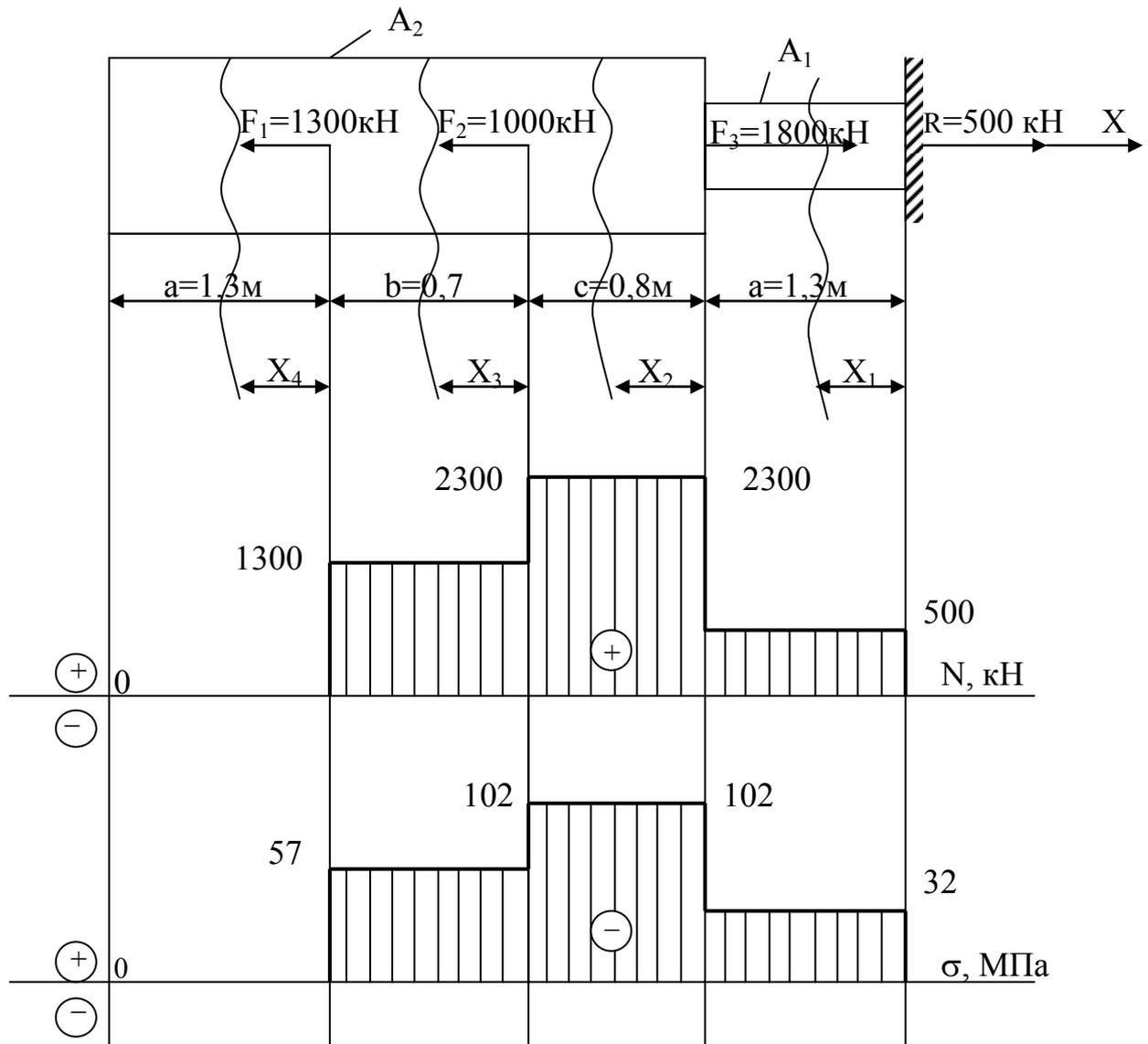
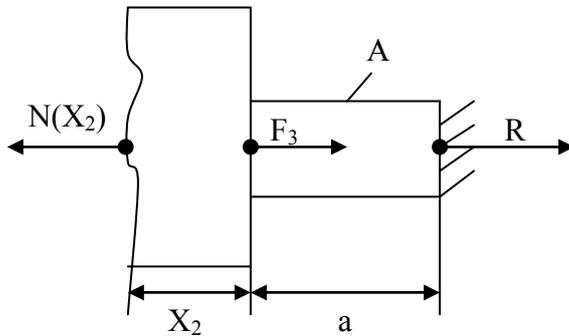


Рис. 2.4 Эпюры продольных сил и нормальных напряжений

$$2) \sum F_X = 0;$$

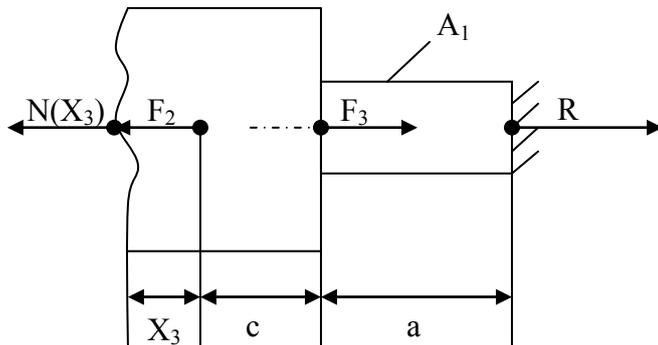


$$-N(X_2) + F_3 = 0;$$

$$N(X_2) = F_3 + R = 1800 + 500 = 2300 \text{ кН.}$$

Растяжение.

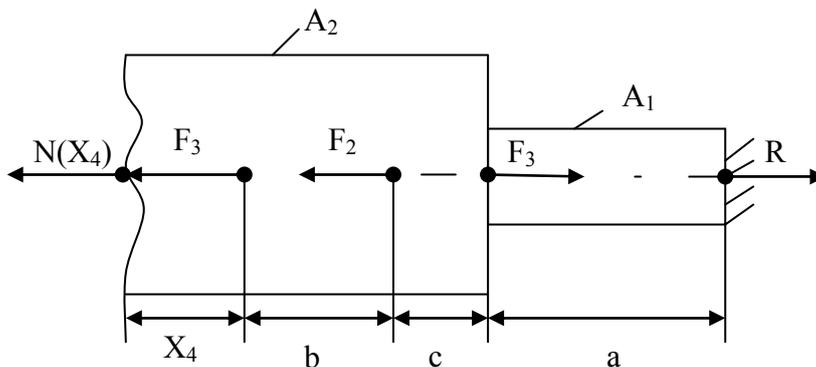
$$3) \Sigma F_X = 0;$$



$$- N(X_3) - F_2 + F_3 + R = 0;$$

$$N(X_3) = -F_2 + F_3 + R = -1000 + 1800 + 300 = 1300 \text{ кН}.$$

$$4) \Sigma F_X = 0;$$



$$- N(X_4) - F_1 - F_2 + F_3 + R = 0;$$

$$N(X_4) = -F_1 - F_2 + F_3 + R = -1300 - 1000 + 1800 + 500 = 0 \text{ кН}.$$

Растяжение.

Строим эпюру продольных сил, т. е. график изменения N по длине элемента. Величину продольной силы на всех участках откладываем перпендикулярно оси эпюры с учетом знака и в одном масштабе.

2. Подбор размеров поперечного сечения производится по критерию прочности:

$$\sigma_{max} = \frac{|N_{max}|}{A^H} \leq \sigma_{adm};$$

$$A^H = \frac{|N_{max}|}{\sigma_{adm}}; \quad A^H = 4d^2 - \frac{\Pi d^2}{4} = 4d^2 - 0,78d^2 = 3,22d^2;$$

Производим расчет площади поперечного сечения того участка, где действует наибольшая продольная сила - **2300 кН**, в данном примере участок с площадью A_2 ,

$$d^H = \sqrt{\frac{|N_{max}|}{\sigma_{adm} \cdot 3,22}} = \sqrt{\frac{2300 \cdot 10^2}{1600 \cdot 3,22}} = \sqrt{44,64} = 6,68 \text{ см};$$

$$d^\Phi = 6,5 \text{ см}; \quad d^\Phi = 7 \text{ см};$$

Определяем перегрузку (недогрузку):

$$\Delta = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{adm}}{\sigma_{adm}} \cdot 100\% \leq \pm 5\%;$$

$$\sigma_{max} = \frac{|N_{max}|}{A^\Phi} = \frac{2300 \cdot 10^2}{3,22 \cdot (6,5)^2} = 1690,62 \text{ кг/см}^2;$$

$$\Delta = \frac{1690,62 - 1600}{1600} \cdot 100\% = 5,7\% > 5\%;$$

Перегрузка составляет больше 5 %, поэтому принимаем $d=7$ см.

$$\sigma_{max} = \frac{|N_{max}|}{A^\Phi} = \frac{2300 \cdot 10^2}{3,22 \cdot 7^2} = 1457,73 \text{ кг/см}^2;$$

$$\Delta = \frac{1457,73 - 1600}{1600} \cdot 100\% = -8,8\% < 5\%;$$

Из соотношения $\frac{A_1}{A_2} = 0,7$ определяем площадь поперечного сечения:

$$A_1 = 0,7 A_2;$$

$$A_1^\Phi = 0,7^2 \cdot 3,22 = 157,78 \text{ см}^2;$$

$$A_2^\Phi = \frac{157,78}{0,7} = 225,4 \text{ см}^2.$$

3. Определяем нормальные напряжения на каждом участке:

$$\sigma(X) = \pm \frac{N(X)}{A};$$

$$\sigma(X_1) = \frac{N(X_1)}{A_1} = \frac{500 \cdot 10^2 \text{ кг}}{157,78 \text{ см}^2} = 317 \text{ кг/см}^2 = 32 \text{ МПа};$$

$$\sigma(X_3) = \frac{N(X_3)}{A_2} = \frac{1300 \cdot 10^2}{225,4} = 576,8 \text{ кг/см}^2 = 57 \text{ МПа};$$

$$\sigma(X_2) = \frac{N(X_2)}{A_2} = \frac{2300 \cdot 10^2}{225,4} = 1020,4 \text{ кг/см}^2 = 102 \text{ МПа}.$$

По полученным величинам строим эпюры фактических нормальных напряжений.

4. Определяем абсолютную деформацию всего стержня. Она равна алгебраической сумме удлинений всех участков элемента:

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A};$$

$$\Delta l(X_1) = \frac{N(X_1) \cdot l_1}{E \cdot A_1} = \frac{500 \cdot 10^2 \text{ кг} \cdot 1,3 \cdot 10^2 \text{ см}}{2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2 \cdot 157,78 \text{ см}^2} =$$

$$= \frac{650 \cdot 10^4}{315,56 \cdot 10^6} = 2,06 \cdot 10^{-2} = 0,0201 \text{ см};$$

$$\Delta l(X_2) = \frac{N(X_2) \cdot l_2}{E \cdot A_2} = \frac{2300 \cdot 10^2 \cdot 0,8 \cdot 10^2}{2 \cdot 10^6 \cdot 225,4} = \frac{1840 \cdot 10^4}{450,8 \cdot 10^6} =$$

$$= 4,08 \cdot 10^{-2} = 0,0408 \text{ см};$$

$$\Delta l(X_3) = \frac{N(X_3) \cdot l_3}{E \cdot A_3} = \frac{1300 \cdot 10^2 \cdot 0,7 \cdot 10^2}{450,8 \cdot 10^6} = \frac{510 \cdot 10^4}{450,8 \cdot 10^6} =$$

$$= 2,01 \cdot 10^{-2} = 0,0201 \text{ см};$$

$$\Delta l_n = \Delta l(X_1) + \Delta l(X_2) + \Delta l(X_3) = 0,0201 + 0,0408 + 0,0201 =$$

$$= 0,081 \text{ см};$$

$$l_n = 1,3 + 0,7 + 0,8 = 2,8 \text{ м} = 280 \text{ см};$$

5. Допускаемое удлинение для данного стержня равно:

$$\Delta l_{adm} = \frac{\sigma_{pr} \cdot l_n}{E} = \frac{2300 \cdot 280}{2 \cdot 10^6} = 0,322 \text{ см};$$

$$\sigma_{pr} = 2300 \text{ кг/см}^2;$$

$$\Delta l_n \leq \Delta l_{adm}; 0,081 \text{ см} < 0,322 \text{ см}.$$

2.6 Кручение. Построение эпюр крутящих моментов.

Расчет на прочность и жесткость

Кручением называется такой вид напряженного и деформированного состояния, когда в круглом поперечном сечении стержня (вал) возникают только внутренние крутящие моменты, действующие в плоскости сечения.

Крутящий момент, действующий в каком-либо сечении на левую часть стержня, равен и противоположно направлен крутящему моменту, действующему в том же сечении на его правую часть.

При построении эпюр крутящих моментов, как и при растяжении-сжатии, используется метод сквозного разреза, то есть **крутящий момент в сечении численно равен алгебраической сумме внешних скручивающих моментов, действующих по одну сторону от сечения.**

2.6.1 Пример

Для стального вала (модуль сдвига $G = 8 \cdot 10^4$ МПа, $a = 1,8$ м; $b = 1,3$ м; $c = 1,8$ м; $M_1 = 1300$ Н·м; $M_2 = 1800$ Н·м; $M_3 = 1300$ Н·м; $M_4 = 1800$ Н·м; $\tau_{adm} = 40$ МПа), требуется: 1) построить эпюру крутящих моментов - $M_{кр}$; 2) подобрать диаметр вала - d , из расчета на прочность и округлить его значение до ближайшего, равного: 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100 мм; 3) построить эпюру углов закручивания - φ , 4) подсчитать допустимый угол закручивания - φ_{adm} и сравнить его с фактическим значением.

Решение

1. Начертим расчетную схему вала с приложенными внешними моментами, соблюдая масштаб длин участков (рис. 2.5).

Проставим числовые значения скручивающих моментов. Обозначим в жесткой заделке момент M_3 и определим его значение. Составим уравнение равновесия моментов относительно оси X :

$$\sum M_{x_i} = 0;$$

$$M_3 - M_4 - M_3 + M_2 + M_1 = 0;$$

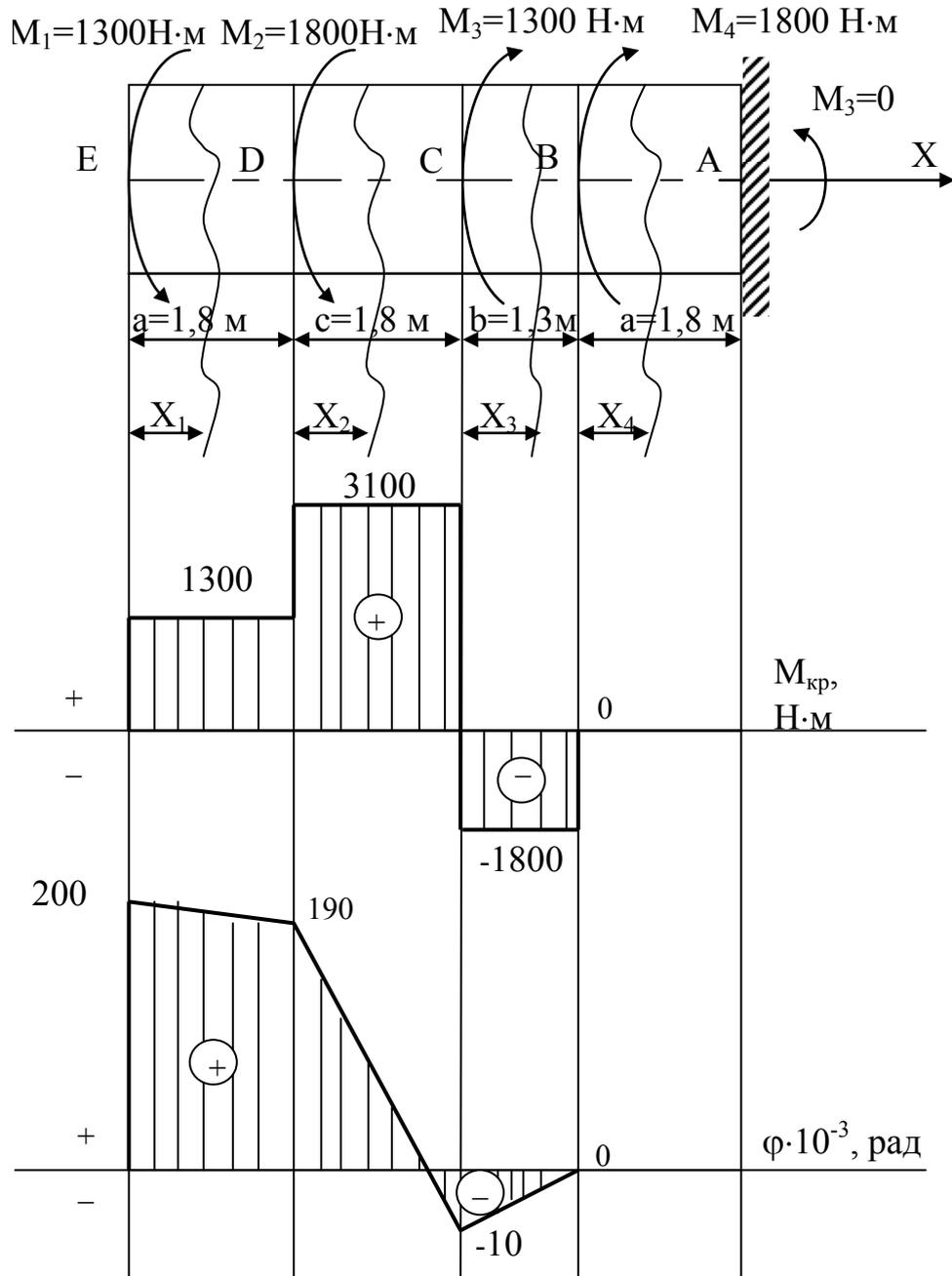


Рис. 2.5 Эпюры крутящих моментов и углов закручивания

$$M_3 = M_4 - M_3 - M_2 - M_1 = 1800 + 1300 - 1800 - 1300 = 0 \text{ H}\cdot\text{m};$$

Устанавливаем число силовых участков вала, определяемые по точкам приложения внешних моментов. В рассматриваемом примере таких участков 4.

Определяем для каждого участка величину крутящего момента, применяя метод сквозного разреза (сечений). Для этого вал мысленно разрезаем по рассматриваемому сечению на две части, одну из которых отбрасываем. К оставшейся части прикладываем крутящий момент, уравновешивающий отброшен-

ную часть, и из условия равновесия $\sum M_x = 0$ находим искомый крутящий момент.

Крутящий момент считается положительным, если внешний скручивающий момент поворачивает вал по ходу часовой стрелки, если смотреть со стороны разреза. Правило остается в силе вне зависимости от того, равновесие какой части вала – левой или правой – будет рассматриваться.

$$0 \leq X_1 \leq 1,8 \text{ м};$$

$$M_{KP}(X_1) = M_1 = 1300 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$0 \leq X_2 \leq 1,8 \text{ м};$$

$$M_{KP}(X_2) = M_1 + M_2 = 1300 + 1800 = 3100 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$0 \leq X_3 \leq 1,3 \text{ м};$$

$$M_{KP}(X_3) = M_1 + M_2 - M_3 = 1300 + 1800 - 1300 = 1800 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$0 \leq X_4 \leq 1,8 \text{ м};$$

$$\begin{aligned} M_{KP}(X_4) &= M_1 + M_2 - M_3 - M_4 = \\ &= 1300 + 1800 - 1300 - 1800 = 0 \text{ Н}\cdot\text{м}; \end{aligned}$$

По полученным данным строим эпюру крутящих моментов (рис. 2.5).

2. По условию прочности рассчитываем диаметра вала:

$$\tau_{max} = \frac{|M_{KP}^{max}|}{I_P} \cdot \rho \leq [\tau].$$

$$W_P = \frac{I_P}{\rho}; \quad \tau_{max} = \frac{|M_{KP}^{max}|}{W_P} \leq [\tau];$$

Для сплошного круглого сечения полярный момент сопротивления:

$$W_P = \frac{\Pi d^3}{16},$$

$$W_P = \frac{M_{KP}^{max}}{[\tau]}.$$

Максимальное значение крутящего момента берется с эпюры крутящих моментов по модулю, в нашем примере $M_{KP}^{max} = 3100 \text{ н}\cdot\text{м}$.

$$d^H = \sqrt[3]{\frac{|M_{KP}^{max}| \cdot 16}{\Pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{31000 \cdot 16}{3,14 \cdot 400}} = \sqrt[3]{\frac{496000}{1256}} =$$

$$= \sqrt[3]{394,9} = 7,34 \text{ см};$$

Исходя из заданных по условию диаметров, принимаем

$$d^\Phi = 7 \text{ см}; \quad d^\Phi = 8 \text{ см};$$

$$\Delta = \frac{\tau_{max} - [\tau]}{[\tau]} \cdot 100 \% \leq 5 \%;$$

$$\tau_{max} = \frac{|M_{KP}^{max}|}{W_P^\Phi} = \frac{31000}{\frac{3,14 \cdot 7^3}{16}} = 460,53 \text{ кг/см}^2;$$

$$\Delta = \frac{460,53 - 400}{400} \cdot 100 \% = 15 \% > 5 \%;$$

Принимаем $d^\Phi = 8 \text{ см}$.

$$\tau_{max} = \frac{|M_{KP}^{max}|}{W_P^\Phi} = \frac{31000 \text{ кг} \cdot \text{см}}{\frac{3,14 \cdot 8^3 \text{ см}^3}{16}} = \frac{31000}{100,48} = 308,5 \text{ кг/см}^2;$$

$$\Delta = \frac{308,5 - 400}{400} \cdot 100 \% = -23 \% < 5 \%, \text{ что соответствует условию}$$

прочности (минус означает недогрузку).

3. Проводим расчет на жесткость при кручении. Определяем величину угла закручивания в точках приложения внешних моментов:

$$\varphi = \frac{M_{KP} \cdot l}{G \cdot I_P};$$

Определяем полярный момент инерции сечения:

$$I_P = \frac{\Pi d^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 8^4}{32} = 401,92 \text{ см}^4$$

Произведение $G \cdot I_P$ называется жесткостью при кручении:

$$G I_P = 8 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2 \cdot 401,92 \text{ см}^4 = 32,2 \cdot 10^7 \text{ кг} \cdot \text{см}^2;$$

Угол закручивания в защемлении равен:

$$\varphi_A = 0;$$

$$\varphi_B = 0;$$

$$\begin{aligned}\varphi_C &= \varphi_B + \frac{M_{KP}(X_3) \cdot l_3}{GI_P} = 0 - \frac{18000 \text{ кг} \cdot \text{см} \cdot 1,3 \cdot 10^2 \text{ см}}{32,2 \cdot 10^7 \text{ кг} \cdot \text{см}^2} = \\ &= -0,01 \text{ рад};\end{aligned}$$

$$\varphi_D = \varphi_C + \frac{M_{KP}(X_2) \cdot l_2}{GI_P} = -0,01 + \frac{31000 \cdot 1,8 \cdot 10^2}{32,2 \cdot 10^7} = 0,19 \text{ рад};$$

$$\begin{aligned}\varphi_E &= \varphi_D + \frac{M_{KP}(X_1) \cdot l_1}{GI_P} = 0,19 + \frac{13000 \cdot 1,8 \cdot 10^2}{32,2 \cdot 10^7} = \\ &= 0,19 + 0,01 = 0,20 \text{ рад}.\end{aligned}$$

По полученным величинам строим эпюру углов закручивания (рис. 2.5).

4) Угол закручивания на метр длины вала равен:

$$\varphi = \frac{|\varphi_{max}|}{l_{полн.}} \cdot 57,3^\circ = \frac{0,19}{4,9} \cdot 57,3^\circ = 0,23^\circ,$$

$$\varphi \leq \varphi_{adm} = 0,3^\circ.$$

2.7 Расчет на прочность и жесткость при изгибе

В статически определимых балках опоры устраиваются таким образом, чтобы было наложено три связи, причем должна отсутствовать возможность перехода системы в механизм или мгновенная ее изменяемость (см. разделы теоретической механики, посвященные этому вопросу).

Рекомендуется следующая последовательность при вычислении опорных реакций:

1. Пишут уравнения суммы моментов всех внешних сил относительно центров тяжести опорных сечений и приравнивают их к нулю. Из этих уравнений определяют две неизвестные опорные реакции.

2. Проверяют правильность определения вертикальных опорных реакций с помощью уравнения суммы проекций всех сил на ось y , которая должна быть равна нулю.

После определения опорных реакций приступают к исследованию напряженного состояния в сечениях балки, для чего должны быть найдены внутренние силовые факторы – поперечные силы и изгибающие моменты. Они снова определяются с помощью метода сквозного разреза.

Поперечная сила в сечении балки численно равна алгебраической сумме внешних поперечных сил, действующих по одну сторону от сечения.

2.7.1 Правило знаков для построения эпюр Q_y и M_z

Положительные значения поперечной силы Q_y в сечении дают внешние силы, направленные вверх, если они расположены слева от рассматриваемого сечения, и направленные вниз, если расположены справа от сечения (рис. 2.6).

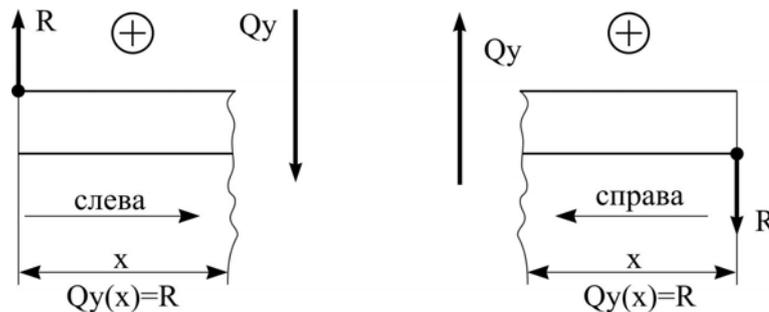


Рис. 2.6

Изгибающий момент M_z в сечении балки считается положительным, если равнодействующий момент внешних сил слева от сечения направлен по часовой стрелке, а справа – против часовой стрелки (рис. 2.7).

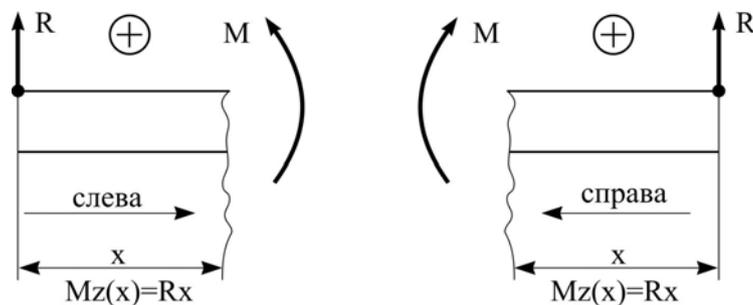


Рис. 2.7

Изгибающий момент в сечении балки численно равен алгебраической сумме моментов внешних сил, действующих по одну сторону, относительно центра тяжести сечения.

2.8 Дифференциальные зависимости между M , Q и q (теорема Д. И. Журавского)

Рассмотрим произвольное сечение балки, находящееся на расстоянии x от опоры A (рис. 2.8), и напишем выражение для $Q(x)$ и $M(x)$ – уравнения поперечных сил и изгибающих моментов.

$$Q(x) \rightarrow Q(x) = R_A - P - qx; \quad (2.6)$$

$$M(x) \rightarrow M(x) = R_A x - P(x - a) + M - qx \frac{x}{2}. \quad (2.7)$$

Если абсцисса x получит приращение dx , то $Q(x)$ и $M(x)$ также получат приращение.

$$Q(x) + dQ(x) = R_A - P - q(x + dx); \quad (2.8)$$

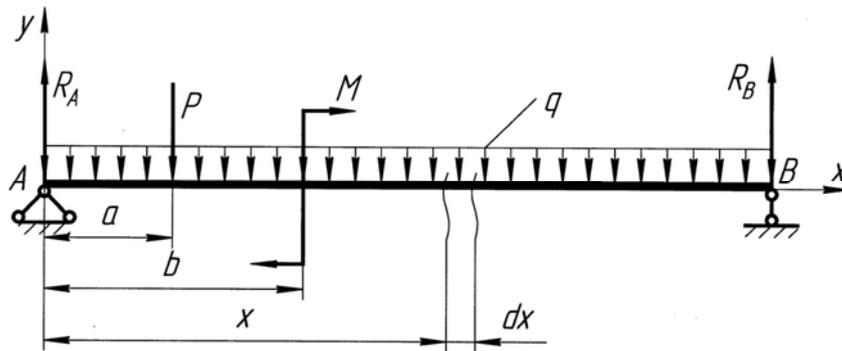


Рис. 2.8 К выводу теоремы Журавского

$$M(x) + dM(x) = R_A (x + dx) - P(x + dx - a) + M + q(x + dx) \frac{x + dx}{2}. \quad (2.9)$$

Вычтем сначала из уравнения (2.8) уравнение (2.6). Получим

$$dQ(x) = -qdx \quad \text{или} \quad \frac{dQ(x)}{dx} = -q, \quad (2.10)$$

т. е. первая производная от уравнения поперечной силы по абсциссе сечения равна интенсивности равномерно распределенной нагрузки со знаком минус.

Вычтем затем из уравнения (2.9) уравнение (2.7). Получим, приравнявая $\frac{qdx^2}{2}$ нулю, как величину второго порядка малости, выражение

$$dM(x) = (R_A - P - qx)dx = Q(x)dx \quad \text{или} \quad \frac{dM(x)}{dx} = Q(x), \quad (2.11)$$

то есть первая производная от уравнения изгибающего момента по абсциссе сечения равна уравнению поперечной силы.

Выражение (2.11) имеет большое практическое значение, так как позволяет определить положение экстремальной точки на эпюре изгибающих моментов, а затем величину соответствующего момента. В этом есть необходимость тогда, когда балка нагружена распределенной нагрузкой, а на эпюре Q_x наклонная прямая, ограничивающая ее, проходит через нуль (см. ниже пример построения эпюр).

2.9 Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов

2.9.1 Пример

Рассмотрим пример построения эпюр, основываясь на правилах, изложенных выше (рис. 2.9). Определяем опорные реакции

$$\sum M_A = 0; \quad q \cdot 6 \cdot 3 + P \cdot 3 - R_B \cdot 5 + M = 0, \text{ откуда}$$

$$R_B = \frac{q \cdot 18 + P \cdot 3 + M}{5} = \frac{2 \cdot 18 + 2 \cdot 3 + 3}{5} = 9 \text{ (кН)};$$

$$\sum M_B = 0; \quad -q \cdot 6 \cdot 2 - P \cdot 2 + R_A \cdot 5 + M = 0, \text{ откуда}$$

$$R_A = \frac{q \cdot 12 + P \cdot 2 - M}{5} = \frac{2 \cdot 12 + 2 \cdot 2 - 3}{5} = 5 \text{ (кН)};$$

$$\sum Y = 0; \quad R_A - q \cdot 6 - P + R_B = 0; \quad 5 - 2 \cdot 6 - 2 + 9 = 0.$$

Разбиваем схему балки на силовые участки (их три), записываем выражения для $Q(x)$ и $M(x)$ по участкам и подсчитываем численные значения Q и M на их границах.

1 участок: $0 \leq x_1 \leq 3 \text{ м}$

$$Q(x_1) = R_A - qx_1 = 5 - 2x_1;$$

$$\text{при } x_1=0 \text{ м} - Q(x_1) = 5 \text{ кН};$$

$$\text{при } x_1=3 \text{ м} - Q(x_1) = -1 \text{ кН};$$

$$M(x_1) = R_A x_1 - qx_1 \frac{x_1}{2} = 5x_1 - \frac{2}{2} x_1^2 = 5x_1 - x_1^2;$$

$$\text{при } x_1=0 \text{ м} - M(x_1) = 0 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

при $x_1=3\text{ м}$ - $M(x_1) = 15 - 9 = 6\text{ кН} \cdot \text{м}$.

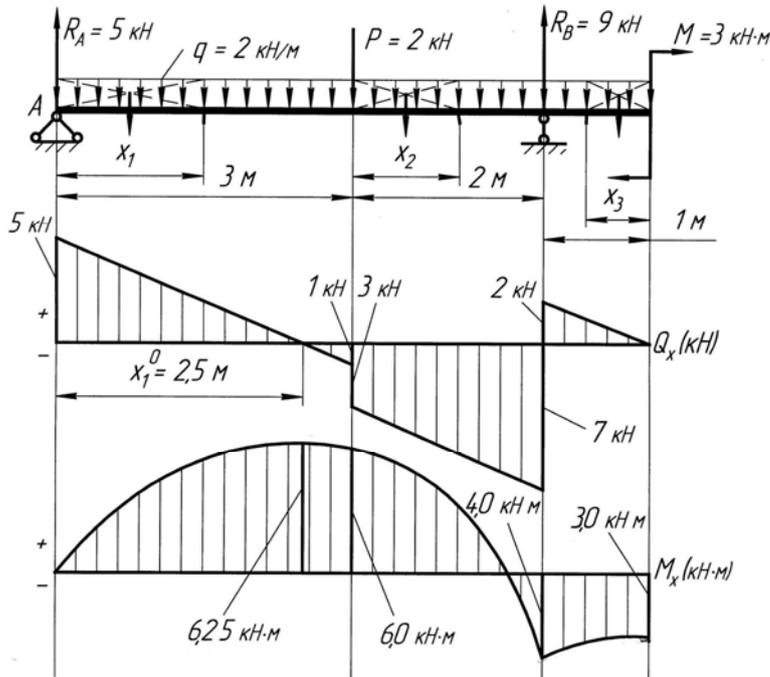


Рис. 2.9 Пример расчета балки на изгиб

Обращаем внимание на то, что наклонная прямая, ограничивающая эпюру $Q(x_1)$, проходит через ноль. Это означает, что на эпюре $M(x_1)$ надо искать точку экстремума. Найдём ее

$$\frac{dM(x_1)}{dx_1} = R_A - qx_1 = 5 - 2x_1 = Q(x_1) = 0, \quad x_1^0 = 2,5\text{ м}.$$

Подставляем значение $x_1^0 = 2,5\text{ м}$ в уравнение $M(x_1)$ и найдем значение, $M(x_1)$ соответствующее точке экстремума

$$M(x_1) = R_A \cdot 2,5 - q \frac{2,5^2}{2} = 5 \cdot 2,5 - 2,5^2 = 6,25\text{ кН} \cdot \text{м}.$$

2 участок: $0 \leq x_2 \leq 2\text{ м}$

$$Q(x_2) = R_A - q(x_2 + 3) - P = 5 - 2(x_2 + 3) - 2;$$

$$\text{при } x_2=0\text{ м} - Q(x_2=0) = 5 - 6 - 2 = -3\text{ кН};$$

$$\text{при } x_2=2\text{ м} - Q(x_2=2\text{ м}) = 5 - 10 - 2 = 7\text{ кН}.$$

$$M(x_2) = R_A(x_2 + 3) - Px_2 - q \frac{(x_2 + 3)^2}{2} =$$

$$= 5(x_2 + 3) - 2x_2 - (x_2 + 3)^2;$$

$$\text{при } x_2=0\text{ м} - M(x_2) = 15 - 9 = 6\text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$\text{при } x_2=2 \text{ м} - M(x_2) = 25 - 4 - 25 = -4 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

3 участок: $0 \leq x_3 \leq 1 \text{ м}$

$$Q(x_3) = qx_3 = 2x_3;$$

$$\text{при } x_3=0 \text{ м} - Q(x_3) = 0 \text{ кН};$$

$$\text{при } x_3=1 \text{ м} - Q(x_3) = 2 \text{ кН};$$

$$M(x_3) = -M - qx_3 \frac{x_3}{2} = -3 - x_3^2;$$

$$\text{при } x_3=0 - M(x_3) = -3 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\text{при } x_3=1 \text{ м} - M(x_3) = -3 - 1 = -4 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

На этом участке также имеется точка экстремума.

Действительно,

$$\frac{dM(x_3)}{dx} = -2x_3^0 = 0, \text{ то есть } x_3^0=0, \text{ а } M(x_3) = -3 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

В расчет на прочность принимают наибольшую по абсолютной величине ординату из эпюры изгибающих моментов. В нашем примере – это 6,25 кН·м.

Следует обратить внимание на то, что скачки на эпюрах $Q(x)$ и $M(x)$ имеют место против тех сечений балки, где приложены соответственно сосредоточенные силы или изгибающие моменты. Величина скачка должна быть равна величине сосредоточенной силы или момента.

2.10 Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов, расчет на прочность

2.10.1 Пример

Для заданной схемы балки требуется: 1) определить реакции - R_A, R_B ; 2) построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_z ; 3) по допускаемым напряжениям σ_{adm} подобрать размеры заданных профилей поперечного сечения; 4) по выбранным размерам поперечного сечения вычислить нормальные напряжения и сравнить их с допускаемыми напряжениями, при этом перегрузка не должна превышать 5 %.

Дано: $M=22 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $F=26 \text{ кН}$; $q=12 \text{ кН/м}$; $c=2,2 \text{ м}$; $b=4 \text{ м}$;
 $\sigma_{adm}=150 \text{ МПа}$.

Решение

1. Вычерчиваем расчетную схему балки с заданными нагрузками (рис. 2.11), соблюдая масштаб длины участков. Проставляем числовые значения.

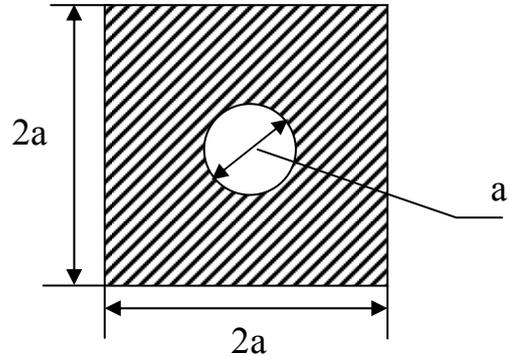


Рис. 2.10

Изображаем опорные реакции, возникающие в опорах балки. Вычисляем их величину

$$\sum M(A) = 0;$$

$$R_B \cdot 6,2 + F \cdot 4 - q \cdot 4 \cdot 2 - M = 0;$$

$$R_B = \frac{-4F + 8q + M}{6,2} = \frac{-4 \cdot 26 + 8 \cdot 12 + 22}{6,2} =$$

$$= \frac{-104 + 96 + 22}{6,2} = \frac{14}{6,2} = 2,3 \text{ кН};$$

$$\sum M(B) = 0; -R_A \cdot 6,2 + q \cdot 4 \cdot 4,2 - F \cdot 2,2 - M = 0;$$

$$R_A = \frac{q \cdot 4 \cdot 4,2 - 2,2 \cdot F - M}{6,2} = \frac{12 \cdot 4 \cdot 4,2 - 2,2 \cdot 26 - 22}{6,2} =$$

$$= \frac{201,6 - 57,2 - 22}{6,2} = \frac{122,4}{6,2} = 19,7 \text{ кН}.$$

Проверка: $\sum Y_i = 0;$

$$R_A + R_B + F - q \cdot 4 = 19,7 + 2,3 + 26 - 12 \cdot 4 = 48 - 48 = 0.$$

2) Применяя метод сквозного разреза, разбиваем схему балки на силовые участки (в нашем случае их – 2). Соблюдая правило знаков, определяем значения Q_y и M_z в сечениях.

Вычисляем значения Q_y и M_z на каждом участке:

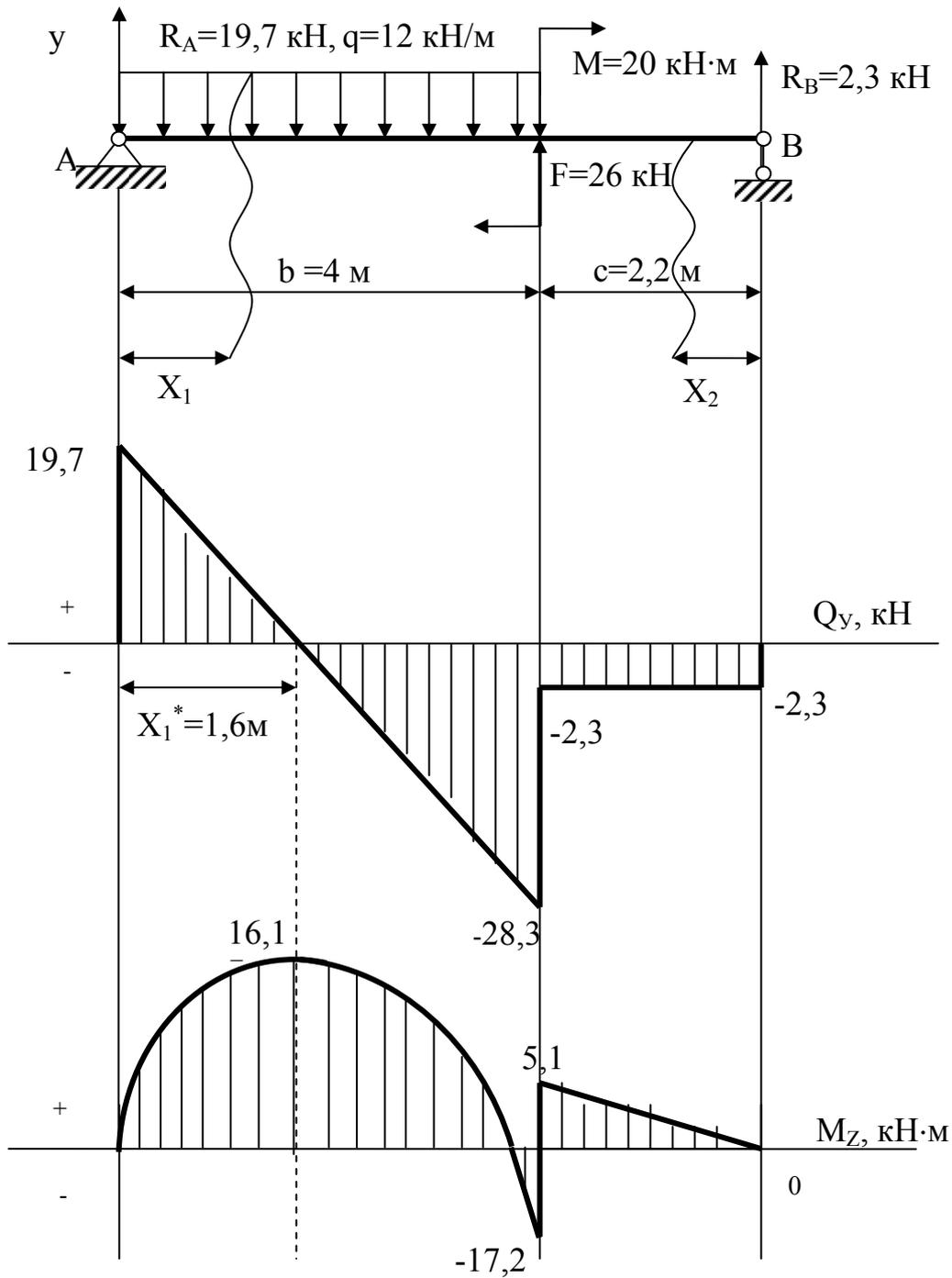


Рис. 2.11 Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов

$$0 \leq X_1 \leq 4 \text{ м};$$

$$Q_y(X_1) = R_A - q \cdot X_1 = 19,7 - 12 \cdot X_1 \quad \left| \begin{array}{l} 4 \text{ м} = 19,7 - 12 \cdot 4 = -28,3 \text{ кН}; \\ 0 \text{ м} = 19,7 - 12 \cdot 0 = 19,7 \text{ кН}; \end{array} \right.$$

Обращаем внимание на то, что наклонная прямая, ограничивающая эпюру $Q_y(x_1)$, проходит через 0. Это означает, что на эпюре $M_Z(x_1)$ надо искать точку перегиба. Найдем ее

$$\frac{dM(x_1)}{dx} = R_A - q \cdot x_1^* = Q_y(x_1) = 0;$$

$$X_1^* = \frac{R_A}{q} = \frac{19,7}{12} = 1,64 \text{ м};$$

В этом сечении $M_Z(x_1)$ будет иметь экстремальное значение.

$$0 \leq X_2 \leq 2,2 \text{ м};$$

$$Q_y(X_2) = -R_B = -2,3 \text{ кН}.$$

$$M_Z(X_1) = R_A \cdot X_1 - q \cdot X_1 \frac{X_1}{2} = 19,7 \cdot X_1 - 6 \cdot X_1^2 =$$

$$= \begin{cases} 4 \text{ м} = -19,7 \cdot 4 - 6 \cdot 4^2 = -17,2 \text{ кН} \cdot \text{м}; \\ 1,64 \text{ м} = 2,3 \cdot 1,64 - 12 \cdot 1,64 \cdot \frac{1,64}{2} = 16,17 \text{ кН} \cdot \text{м}; \\ 0 \text{ м} = -19,7 \cdot 0 - 6 \cdot 0 = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}. \end{cases}$$

По полученным значениям строим эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_Z (рис. 2.11).

3) По условию прочности при изгибе подбираем поперечное сечение заданного профиля. Вычисляем нормальные максимальные напряжения σ_{max} и сравниваем их с допускаемыми

$$\sigma_{max} = \frac{|M_Z \text{ max}|}{W_Z^H} \leq \sigma_{adm}; \text{ из данного выражения определяем момент}$$

$$\text{сопротивления } W_Z^H : W_Z^H \geq \frac{|M_Z \text{ max}|}{\sigma_{adm}};$$

Для заданного сечения момент сопротивления определяется по формуле

$$W_Z^{сеч.} = \frac{I_Z^{сеч.}}{Y_{max}} = \frac{I_Z^{\text{квадрата}} - I_Z^{\text{круга}}}{a} = \left(\frac{2a \cdot (2a)^3}{12} - \frac{a^4}{64} \right) = 3,22 a^3;$$

$$W_Z^H = 3,22 a^3;$$

$$a^H = \sqrt[3]{\frac{|M_Z \max|}{\sigma_{adm} \cdot 3,22}} = \sqrt[3]{\frac{17,2 \cdot 10^4 \text{ кг} \cdot \text{см}}{1500 \text{ кг} / \text{см}^2 \cdot 3,22}} = 5,96 \text{ см};$$

$$a^\phi = 5,5 \text{ см}; a^\phi = 6 \text{ см};$$

$$\sigma_{max} = \frac{|M_z \max|}{W^\phi} = \frac{17,2 \cdot 10^4}{3,22 \cdot 5,5^2} = 1765,82 \text{ кг} / \text{см}^2;$$

$$\Delta = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{adm}}{\sigma_{adm}} \cdot 100 \% \leq 5 \%;$$

$$\Delta = \frac{1765,82 - 1500}{1500} \cdot 100 \% = 18 \% > 5 \% - \text{перегрузка.}$$

Принимаем $a^\phi = 6 \text{ см}$.

2.11 Определения перемещений при изгибе в балках постоянного сечения методом Д. К. Максвелла – О. Мора

2.11.1 Пример

Нужно найти прогиб и угол поворота в любой точке балки, например, Y_A и Q_A (рис. 2.15, а).

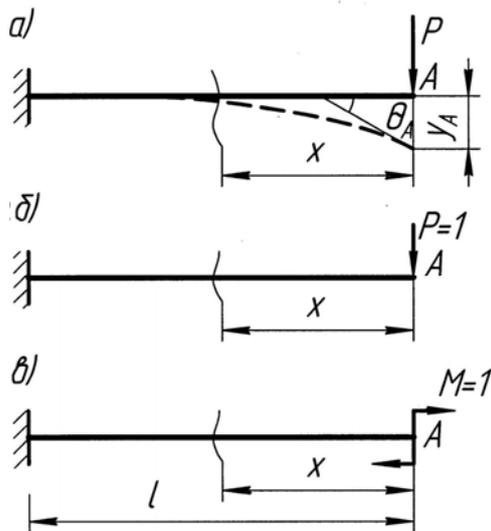


Рис. 2.15 Расчет перемещений методом Мора

В консольной балке опорные реакции можно не находить, так как отсчет x начнем от т. **A**

$$M(x) = -Px \text{ (рис. 2.15, а).}$$

Для нахождения прогиба освободим балку от нагрузки **P** и приложим в т. **A** силу $P = 1$.

$$M^0(x) = -1 \cdot x \text{ (рис. 2.15, б).}$$

Подставляем $M(x)$ и $M^0(x)$ в интеграл Мора

$$y_A = \Delta_{1\Sigma P_i} = \int_0^l M(x) \frac{M^0(x)}{EI_z} dx = \frac{1}{EI_z} \int_0^l (-Px)(-x) dx = \frac{Pl^3}{3EI_z}.$$

Для нахождения угла поворота сечения **A** приложим в нем **M = 1** (рис. 2.15, в).

В этом случае

$$M^0(x) = -1.$$

Подставляем выражение **M(x)** и **M⁰(x)** в интеграл Мора

$$\theta_A = \Delta_{1\Sigma P_i} = \int_0^l M(x) \frac{M^0(x)}{EI_z} dx = \frac{1}{EI_z} \int_0^l (-Px)(-1) dx = \frac{Pl^2}{2EI_z}$$

2.11.2 Пример

Определим угол поворота сечения в опоре **A** (рис. 2.16, а). Реакции опор равны **P/2**.

$$M(x_1) = \frac{P}{2} x_1; \quad M(x_2) = \frac{P}{2} x_2.$$

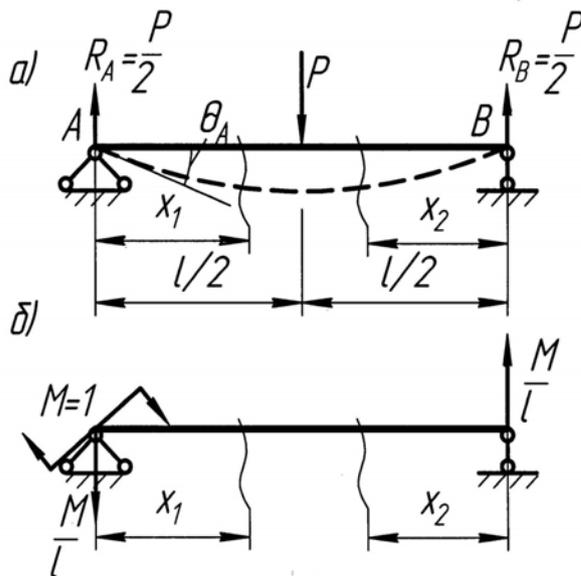


Рис. 2.16 Расчет перемещений методом Мора

Освобождаем балку от нагрузки, прикладываем **M = 1** в опоре **A** и находим опорные реакции от этого момента. Они равны $\frac{M}{l}$ (рис. 2.16, б).

Для построения эпюр моментов для схемы (2.16, б) можно было бы ограничиться одним силовым участком с границами от **0** до **l**, так как в грузовой системе силовых участков два, то необходимо искусственно сделать два силовых участка и в единичной системе с границами

от $\mathbf{0}$ до $\frac{\ell}{2}$, как это показано на рис. 2.16, б. Тогда

$$\mathbf{M}^0(\mathbf{x}_1) = \mathbf{M} - \frac{\mathbf{M}}{\ell} \mathbf{x}_1 = \mathbf{1} - \frac{1}{\ell} \mathbf{x}_1; \quad \mathbf{M}^0(\mathbf{x}_2) = \frac{\mathbf{M}}{\ell} \mathbf{x}_2 = \frac{1}{\ell} \mathbf{x}_2$$

Находим угол поворота θ_A с помощью интеграла Мора

$$\begin{aligned} \theta_A = \Delta_{1\Sigma P_i} &= \frac{1}{EI_z} \sum \int_L \mathbf{M}(\mathbf{x}) \mathbf{M}^0(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \frac{1}{EI_z} \int_0^{\ell/2} \mathbf{M}(\mathbf{x}_1) \mathbf{M}^0(\mathbf{x}_1) d\mathbf{x}_1 + \\ &+ \frac{1}{EI_z} \int_0^{\ell/2} \mathbf{M}(\mathbf{x}_2) \mathbf{M}^0(\mathbf{x}_2) d\mathbf{x}_2 = \\ &= \frac{1}{EI_z} \left[\int_0^{\ell/2} \left(\frac{\mathbf{P}}{2} \mathbf{x}_1 \right) \left(\mathbf{1} - \frac{1}{\ell} \mathbf{x}_1 \right) d\mathbf{x}_1 + \int_0^{\ell/2} \left(\frac{\mathbf{P}}{2} \mathbf{x}_2 \right) \left(\frac{1}{\ell} \mathbf{x}_2 \right) d\mathbf{x}_2 \right] = \\ &= \frac{1}{EI_z} \left(\frac{\mathbf{P}}{2} \int_0^{\ell/2} \mathbf{x}_1 d\mathbf{x}_1 - \frac{\mathbf{P}}{2\ell} \int_0^{\ell/2} \mathbf{x}_1^2 d\mathbf{x}_1 + \frac{\mathbf{P}}{2\ell} \int_0^{\ell/2} \mathbf{x}_2^2 d\mathbf{x}_2 \right) = \frac{\mathbf{P} \ell^2}{16EI_z}. \end{aligned}$$

Перемещения в примерах №1 и №2 получились положительными, так как их направления совпали с направлениями силы $\mathbf{P} = \mathbf{1}$ и момента $\mathbf{M} = \mathbf{1}$.

2.12 Определение перемещений методом А.К. Верещагина

2.12.1 Пример

Снова найдем прогиб в точке \mathbf{A} консоли, так как этот пример служит своеобразным подтверждением правильности предлагаемых методов (рис. 2.17).

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}) = -\mathbf{P} \begin{vmatrix} \mathbf{0} \\ \ell \end{vmatrix} \quad \mathbf{M}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad \mathbf{M}(\mathbf{x}) = -\mathbf{P} \ell_{(TM)} \quad , \quad \mathbf{M}^0(\mathbf{x}) = -\mathbf{1} \mathbf{x} \begin{vmatrix} \mathbf{0} \\ \ell \end{vmatrix} \quad \mathbf{M}^0(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^0(\mathbf{x}) = -\ell_{(M)} \quad , \end{vmatrix}$$

$$\omega = \frac{1}{2} \mathbf{h} \ell = \frac{1}{2} (-\mathbf{P} \ell) \ell = -\frac{\mathbf{P} \ell^2}{2}, \quad \frac{\mathbf{m}_u}{-\ell} = \frac{2/3 \ell}{\ell} \rightarrow \mathbf{m}_u = -\frac{2}{3} \ell.$$

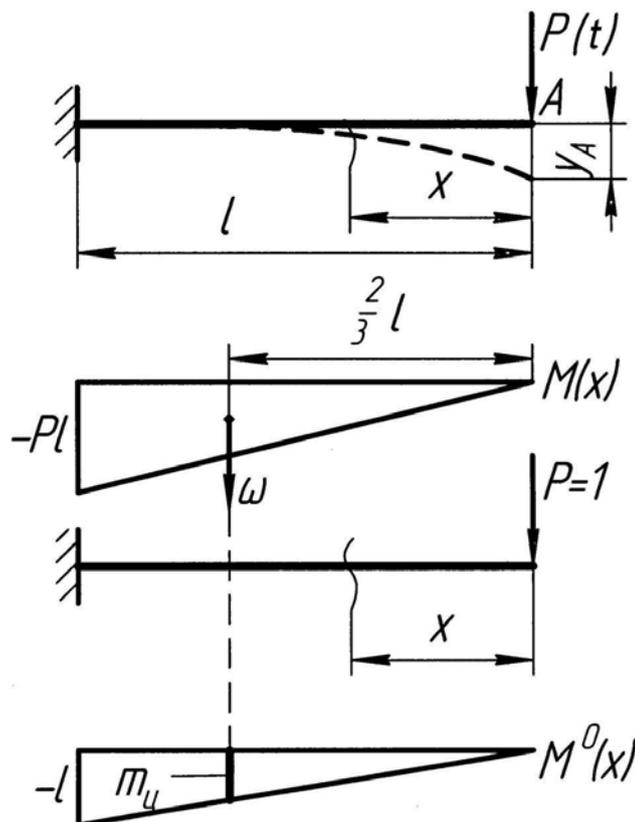


Рис. 2.17 Определение прогиба методом Верещагина

$$y_A = \Delta_{1 \sum P_i} = \frac{\sum \omega_i m_{ци}}{EI_Z} = \frac{\omega \cdot m_{ци}}{EI_Z} = \frac{1}{EI_Z} \left(-\frac{Pl^2}{2} \right) \left(-\frac{2}{3} l \right) = \frac{Pl^3}{3EI_Z}.$$

То есть прогиб получился тот же, что и при применении ранее разобранных методов.

2.12.2 Пример

Необходимо определить угол поворота сечения A - θ_A (рис. 2.18).

$$\mathbf{M(x)} = -Px - \frac{qx^2}{2} \Big|_0^l \quad \mathbf{M(x)} = 0$$

$$\mathbf{M(x)} = -Pl - \frac{ql^2}{2}.$$

В этом примере для точного подсчета значений перемещения рекомендуется построить две эпюры от каждой внешней нагрузки в отдельности, то есть применить принцип независимости действия сил.

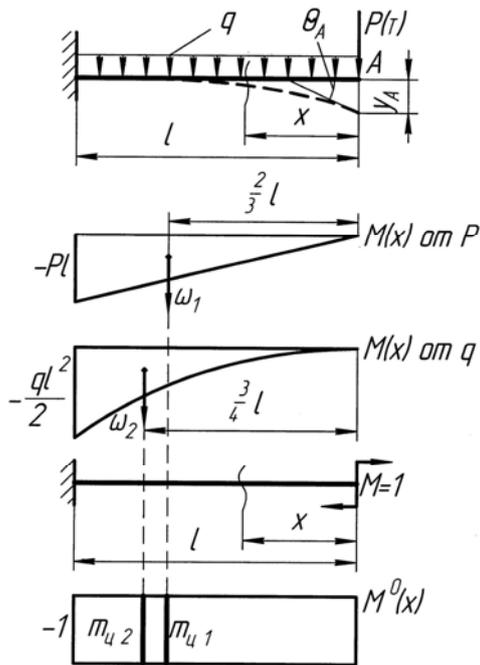


Рис. 2.18 Определение угла поворота методом Верещагина

$$M^0(x) = -1;$$

$$\omega_1 = \frac{1}{2} h l = \frac{1}{2} (-P l) l = -\frac{P l^2}{2};$$

$$\omega_2 = \frac{1}{3} h l = \frac{1}{3} \left(-\frac{q l^2}{2} \right) l = -\frac{q l^3}{6};$$

$$m_{u2} = -1.$$

$$\theta_A = \frac{1}{EI_z} (\omega_1 m_{u1} + \omega_2 m_{u2}) =$$

$$= \frac{1}{EI_z} \left[\left(-\frac{P l^2}{2} \right) (-1) + \right.$$

$$\left. + \left(-\frac{q l^3}{6} \right) (-1) \right] = \frac{P l^2}{2EI_z} + \frac{q l^3}{6EI_z}.$$

3 КОНТРОЛЬНЫЕ РАСЧЕТНО–ГРАФИЧЕСКИЕ РАБОТЫ

3.1 Номера задач, входящих в контрольные работы и пояснения по выбору данных. Условия задач, расчетные схемы, данные

Таблица 3.1

Количество контрольных работ и их распределение по факультетам

Специальность	Кол-во контрольных работ	Номера контрольных работ	
		1 к.р.	2 к.р.
		Номера задач	
ТДО	2	2, 3, 4, 5	6, 7, 9
А и АХ УП	1	1, 3, 5, 6, 7, 8	-

Данные для выполнения контрольных расчетно–графических работ студент выбирает в соответствии с учебным номером - № зачетной книжки.

Данные для выполнения контрольных расчетно–графических работ по учебному номеру выбирают следующим образом:

а) записать последние две цифры учебного шифра, последнюю цифру записываем впереди двух последних цифр, получаем личный шифр студента – трехзначное число, представляем это трехзначное число в виде сотен, десятков и единиц;

б) из таблиц задания выбираются данные, соответствующие полученным цифрам сотен, десятков и единиц.

Пример. Учебный шифр **06602**, последние две цифры **02**, последнюю цифру записываем впереди двух последних цифр, получаем – **202**. Это личный шифр студента для выбора схем и данных к задачам. Представляем личный шифр в виде сотен, десятков и единиц: **202= № 200, № 00 и № 2**.

Например, надо выбрать данные для выполнения задачи 1. По табл. № 3.1 получим следующие данные: по **№ 200** - схема номер два, состоящая из двутавра и равнобокого уголка (рис. 3.1), по **№ 00** - равнобокий уголок 180x180x12, по **№ 2** – двутавр № 14. Аналогично выбираются данные и к другим задачам.

Работы, выполненные с нарушением этих указаний, рецензироваться не будут.

1. В заголовке контрольной работы должны быть четко указаны номер контрольной работы, название дисциплины, фамилия, имя и отчество студента (полностью), название факультета, номер группы, учебный шифр, дата отсылки, точный почтовый адрес.
2. Каждую контрольную работу следует выполнять в отдельной тетради на стандартных листах бумаги (20x29 см) с полями 3 см для замечаний рецензента, четким почерком.
3. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условия с числовыми данными, нарисовать аккуратный эскиз (карандашом) в масштабе и указать на нем в числах все величины, необходимые для расчета.
4. Необходимо указывать размерность всех величин.
5. В конце каждой работы должен быть приведен список использованной литературы.
6. Если работа рецензентом не зачтена, то следует внести исправления, которые должны быть вложены (вклеены) в рецензированную работу.

Задача 1

Для заданного поперечного сечения, состоящего из швеллера и равнобокого уголка, или двутавра и равнобокого уголка, или швеллера и двутавра (данные для задачи № 1 взять из таблицы 3.1, схему по рис. 3.1).

Таблица 3.1

Данные для задачи 1 (рис. 3.1)

№	Тип сечения	Швеллер	№	Равнобокий уголок	№	Двутавр	Неравнобокий уголок
100	I	12	10	80x80x6	1	12	8/5 (6)
200	II	14	20	90x90x8	2	14	9/5,6 (8)
300	III	16	30	100x100x10	3	16	10/6,3 (10)
400	IV	18	40	110x110x8	4	18	11/7 (8)
500	V	20	50	125x125x8	5	20	12,5/8 (10)
600	VI	22	60	140x140x10	6	22	14/9 (8)
700	VII	24	70	140x140x12	7	24	16/10 (10)
800	VIII	27	80	160x160x10	8	27	16/10 (14)
900	IX	30	90	160x160x12	9	30	18/11 (10)
000	X	10	00	180x180x12	0	10	20/12,5 (12)

Требуется: 1) вычертить сечение в масштабе 1:1 или 1:2 и указать на нем **все размеры** в числах и провести все оси; 2) определить положение центра тяжести всего сечения; 3) найти величины осевых (экваториальных) и центробежного моментов инерции относительно случайных осей, проходящих через центр тяжести (X_c и Y_c); 4) определить направление главных центральных осей (U и V); 5) найти величины осевых моментов инерции относительно главных центральных осей; 6) определить главные моменты сопротивления и показать на чертеже $(y)_{\max}$ и $(x)_{\max}$ - максимально удаленные точки сечения от главных центральных осей; 7) найти главные радиусы инерции; 8) сделать проверку – определить главные моменты инерции через найденный угол.

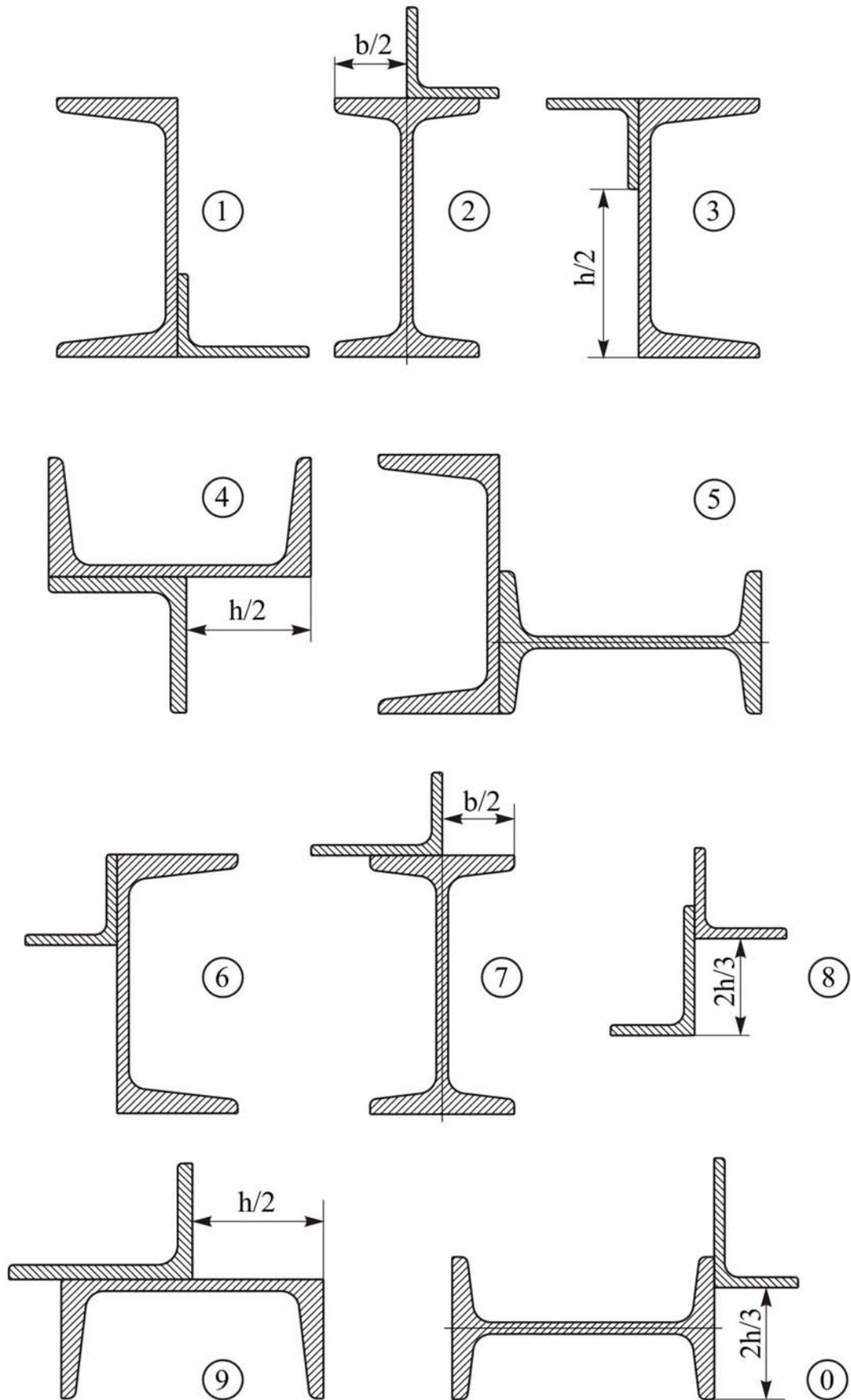


Рис. 3.1 Типы сечений к задаче 1

Задача 2

Стальной стержень ($E=2 \times 10^5$ МПа) находится под действием продольной силы F и собственного веса ($\gamma=78$ кН/м³). Найти перемещение сечения I–I (данные взять из таблицы 3.2, рис. 3.2, а, б).

Таблица 3.2

Данные для задачи 2 (рис.2 а, б)

№	Схема	A, см ²	№	a, м	b, м	c, м	№	F, кН
100	I	11	10	2,1	3,1	1,1	1	1150
200	II	12	20	2,2	3,2	1,2	2	1200
300	III	13	30	2,3	3,3	1,3	3	1250
400	IV	14	40	2,4	3,4	1,4	4	1300
500	V	15	50	2,5	3,5	1,5	5	1450
600	VI	16	60	2,6	3,6	1,6	6	1550
700	VII	17	70	2,7	3,7	1,7	7	1650
800	VIII	18	80	2,8	3,8	1,8	8	1750
900	IX	19	90	2,9	3,9	1,9	9	1850
000	X	20	00	3,0	4,0	2,0	0	1950

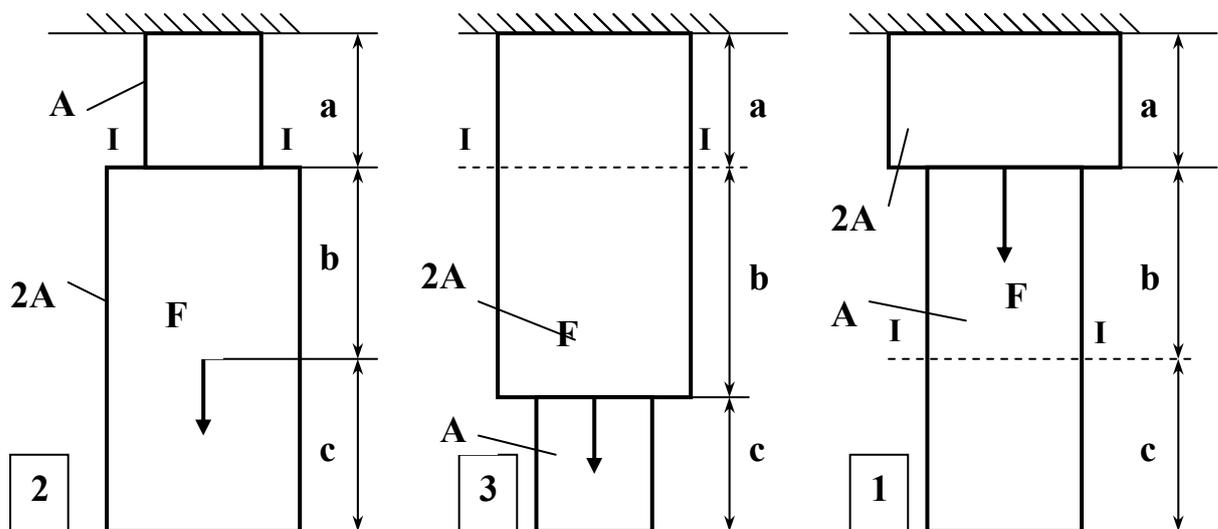


Рис. 3.2 (а) Схемы к задаче 2

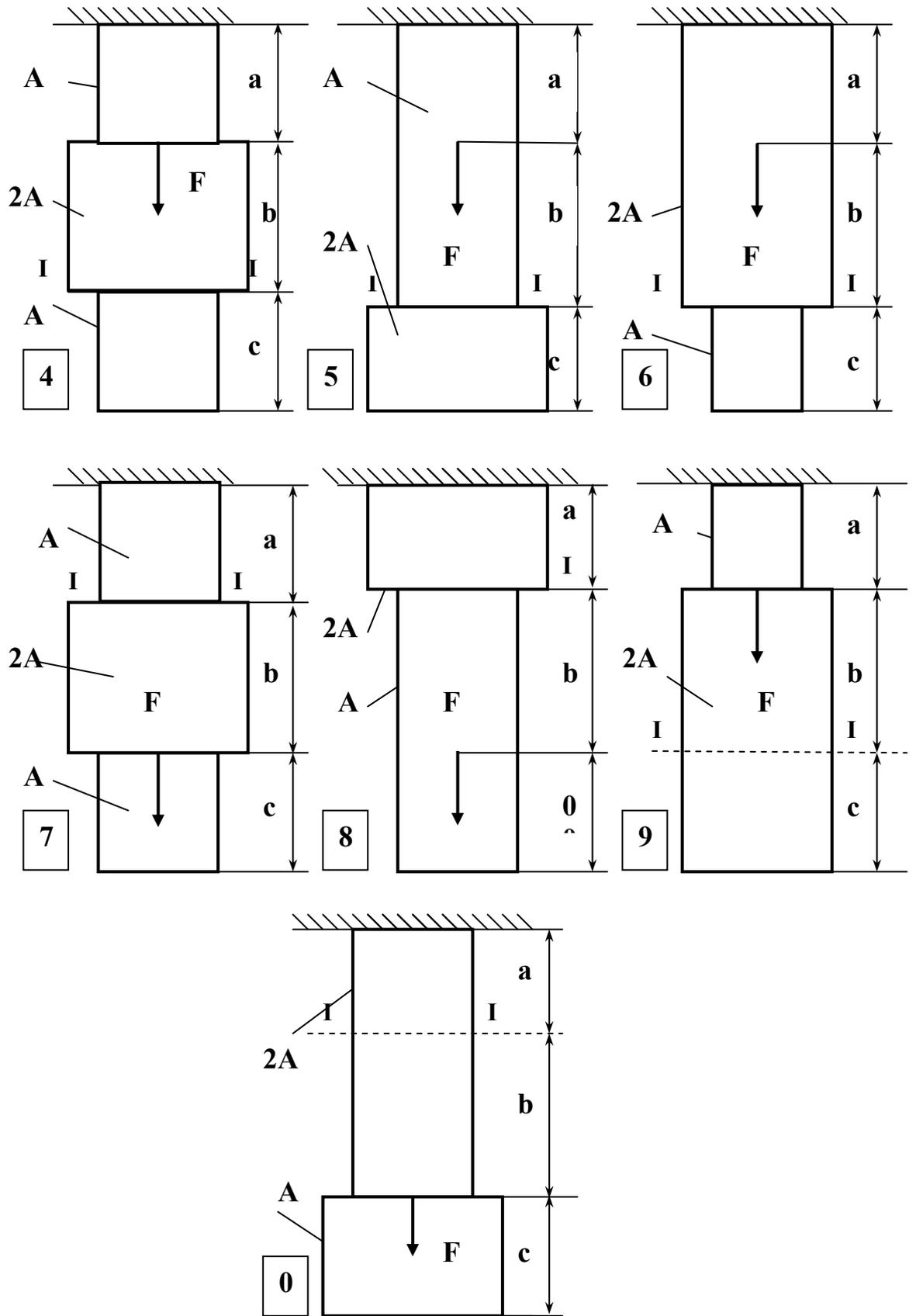


Рис. 3.2(б) Схемы к задаче 2

Задача 3

Для стержня, находящегося под действием продольных сил, требуется: вычислить напряжения во всех характерных сечениях стержня и величину перемещения в сечениях изменения площадей стержня, определить допускаемую абсолютную деформацию (числовые данные указаны в табл. 3.3, рис. 3.3).

Условия задания: для расчета перемещений принять $E=2 \times 10^5$ МПа.

Последовательность выполнения задания:

1) Вычертить схему стержня с приложенными силами, соблюдая масштаб размеров по длине стержня. Проставить числовые значения размеров и сил.

2) Изобразить реакцию и вычислить ее величину.

3) Установить число участков. Под участком понимают часть стержня, в пределах которой не изменяются ни продольная сила, ни площадь поперечного сечения.

4) На каждом участке перпендикулярно продольной оси стержня нанести сечения. Занумеровать эти сечения.

5) Для каждого участка вычислить величину продольной силы N_1 и N_2 и т.д. с учетом знака. Продольная растягивающая сила имеет знак (+), а продольная сжимающая сила знак (-).

6) Построить эпюру продольных сил, т.е. построить график изменения величины продольной силы N по длине стержня. На эпюре продольных сил следует написать числовые значения всех характерных ординат с указанием их размерности.

7) Сделать подбор размеров поперечного сечения, учитывая отношения площадей.

8) Вычислить величины нормальных напряжений, величину продольной деформации для каждого участка, построить эпюру напряжений.

9) Вычислить, на какую величину изменится длина всего стержня, вычислить допускаемую абсолютную деформацию и сравнить с фактической абсолютной деформацией стержня.

Примечание. На рис. 3.3 силы F_1 , F_2 и F_3 приложены в точке, соответствующей вершине стрелки.

Данные для задачи 3 (рис. 3.3)

№	$\frac{A_1}{A_2}$	a, м	b, c, м	№	F ₁ , кН	F ₂ , кН	F ₃ , кН	[σ], МПа	№	Схема	Поперечное сечение
100	0,9	2,6	1,7	10	270	195	370	160	1	1	
200	0,8	2,4	1,0	20	260	200	380	155	2	2	
300	0,7	2,2	1,1	30	210	190	330	150	3	3	
400	0,6	2,0	1,3	40	200	180	420	145	4	4	
500	0,5	2,8	1,9	50	200	140	310	140	5	5	
600	0,4	2,9	1,2	60	210	130	320	135	6	6	
700	0,3	2,3	1,6	70	220	120	390	130	7	7	
800	0,2	2,2	1,5	80	230	170	360	125	8	8	
900	1,5	2,4	1,4	90	240	160	350	120	9	9	
000	1,3	2,1	1,8	00	250	150	430	115	0	0	

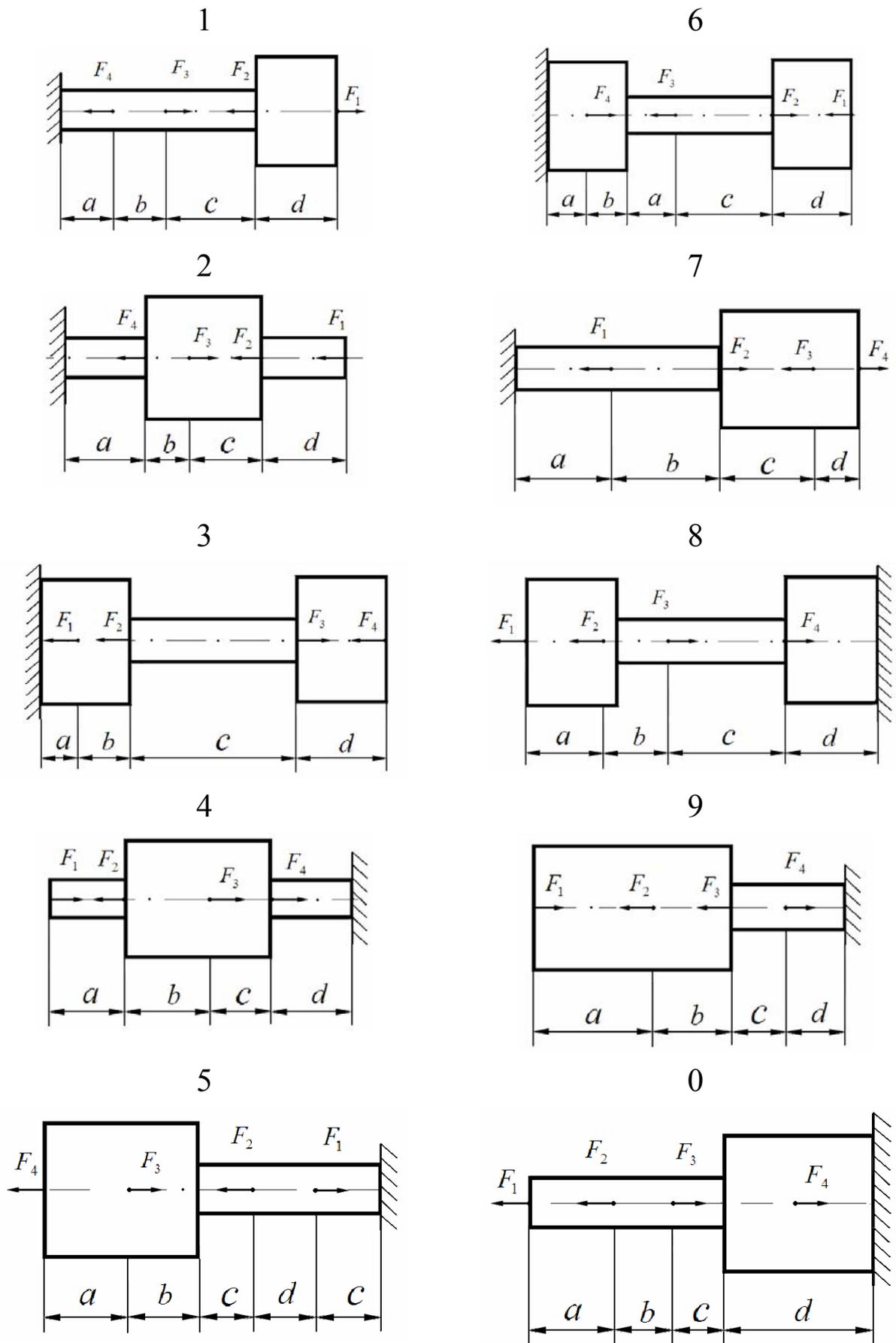


Рис. 3.3 Схемы к задаче 3

Задача 4

Стальной кубик (данные взять из таблицы 3.4, рис. 3.4, а, б) находится под действием сил, создающих плоское напряженное состояние (одно из трех главных напряжений равно нулю). Требуется найти: 1) главные напряжения и направления главных площадок (показать на чертеже); 2) максимальные касательные напряжения, равные наибольшей полуразности главных напряжений; 3) относительные деформации $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$; 4) относительное изменение объема; 5) удельную потенциальную энергию деформаций.

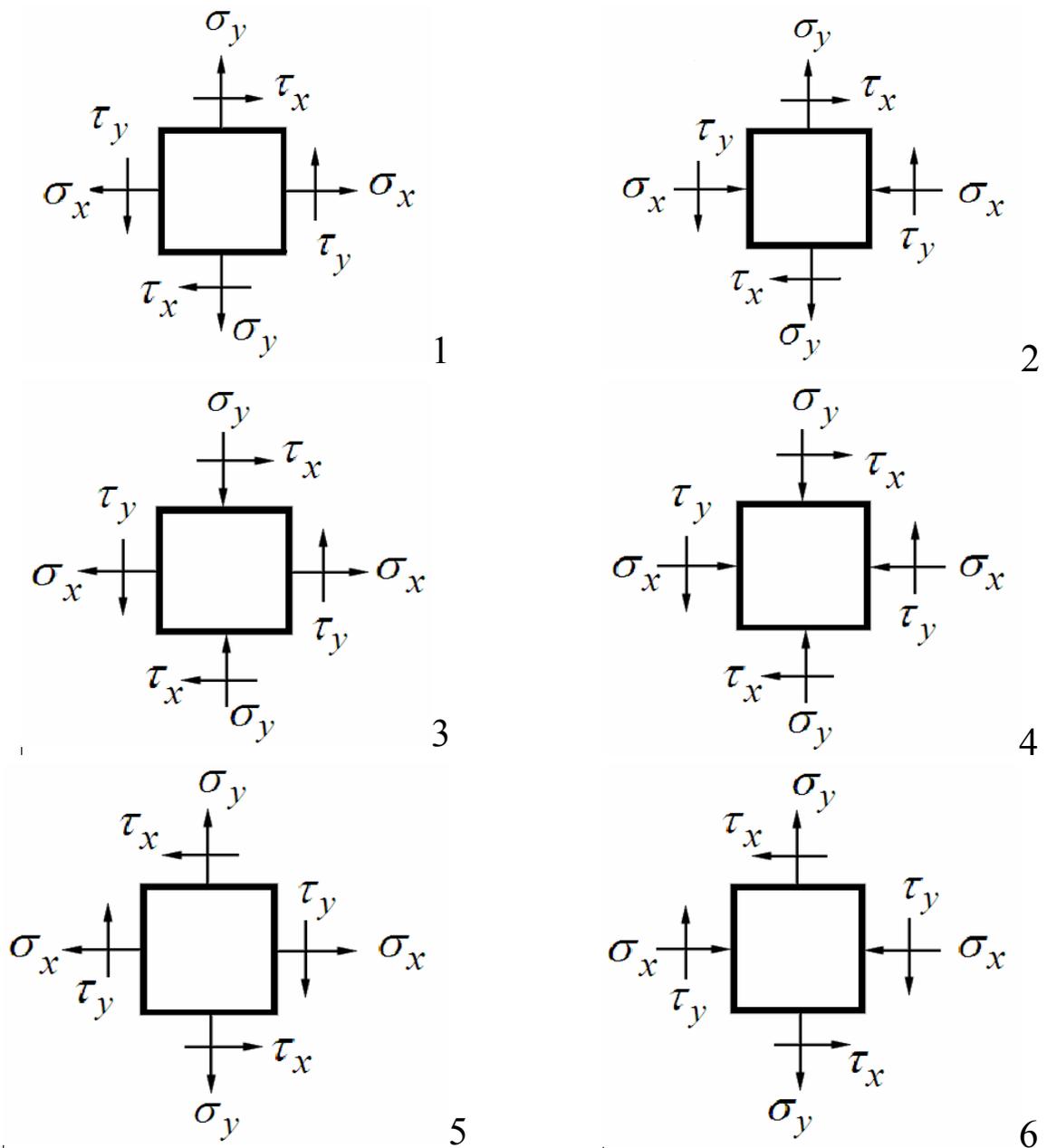


Рис. 3.4, а Схемы к задаче 4

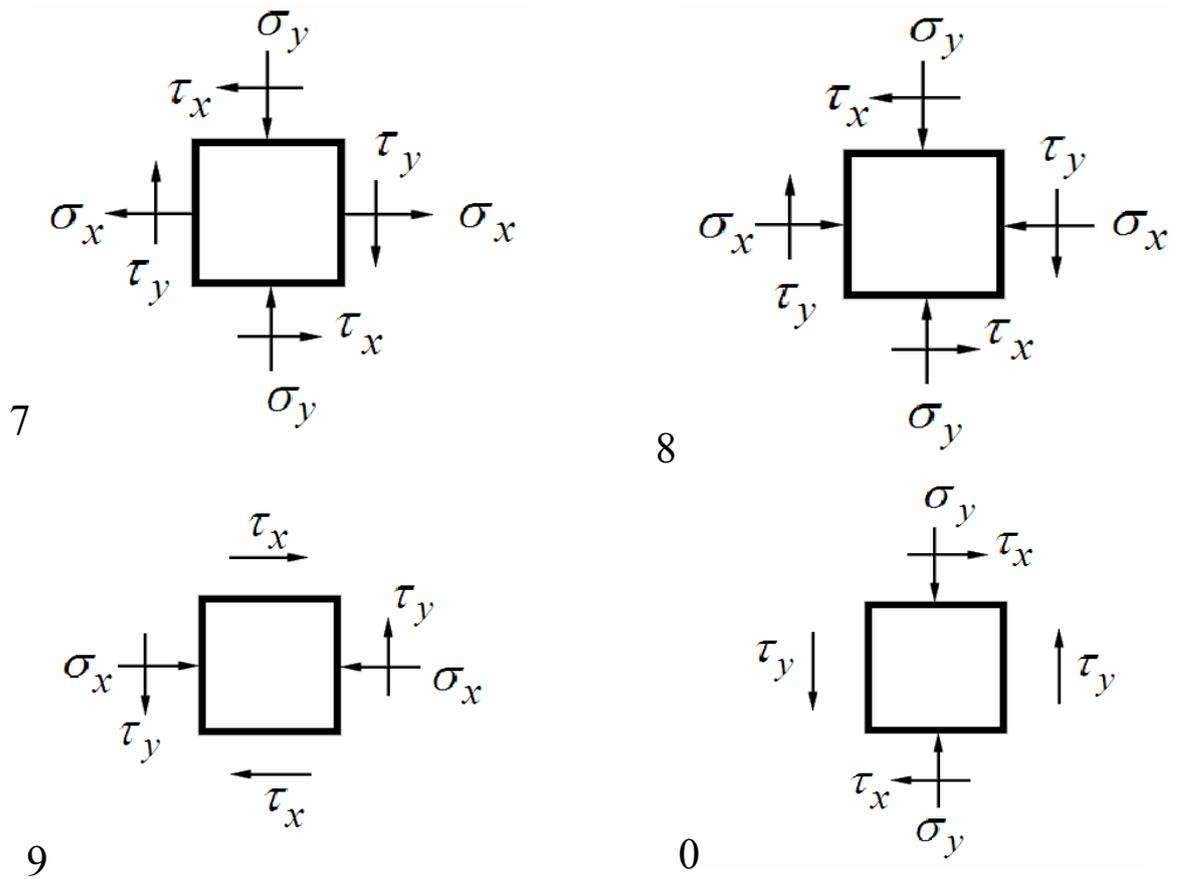


Рис. 3.4, б Схемы к задаче 4

Таблица 3.4

Данные для задачи 3.4 (рис. 3.4 а, б)

№	Схема	Напряжения, МПа				
		№	σ_x	σ_y	№	τ_α
100	I	10	15,0	25	1	10,0
200	II	20	20,0	35	2	12,0
300	III	30	30,0	45	3	18,0
400	IV	40	40,0	55	4	22,0
500	V	50	50,0	65	5	28,0
600	VI	60	60,0	75	6	36,0
700	VII	70	70,0	85	7	44,0
800	VIII	80	80,0	95	8	52,0
900	IX	90	90,0	105	9	58,0
000	X	00	100,0	115	0	66,0

Задача 5

К стальному валу приложены три известных момента: M_2 , M_3 и M_4 (рис. 3.5, данные взять из таблицы 3.5).

Требуется:

- 1) установить, при каком значении момента M_1 угол поворота концевого сечения вала равен нулю;
- 2) для найденного значения M_1 построить эпюру крутящих моментов;
- 3) при заданном значении $[\tau]$ определить диаметр вала из расчета на прочность и округлить его значение до ближайшего, равного 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100 мм;
- 4) построить эпюру углов закручивания;
- 5) найти наибольший относительный угол закручивания (на 1 м).

Таблица 3.5

Данные для задачи 5 (рис. 3.5)

№	Схе- ма	[τ], МПа	№	Расстояние, м			№	Моменты, Н м		
				а	в	с		M_2	M_3	M_4
100	1	35	10	1,1	2,1	0,6	1	950	650	880
200	2	40	20	1,2	2,2	0,8	2	1200	900	980
300	3	45	30	1,3	2,3	0,7	3	1300	870	1000
400	4	50	40	1,4	2,4	0,9	4	1400	945	1050
500	5	55	50	1,5	2,5	1,0	5	1500	1070	1100
600	6	60	60	1,6	2,6	1,6	6	1600	1355	1150
700	7	65	70	1,7	2,7	1,7	7	1700	1265	1130
800	8	70	80	1,8	2,8	1,8	8	1800	1390	1240
900	9	75	90	1,9	2,9	1,9	9	1900	1784	1275
000	0	80	00	2,0	3,0	2,0	0	2000	1825	1290

Задача 6

Задание состоит из трех задач (рис. 3.6 а, б, в, г, данные взять из таблицы 3.6).

Для статически определимых балок требуется:

- а) построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов, подобрать размеры поперечного сечения для балок;

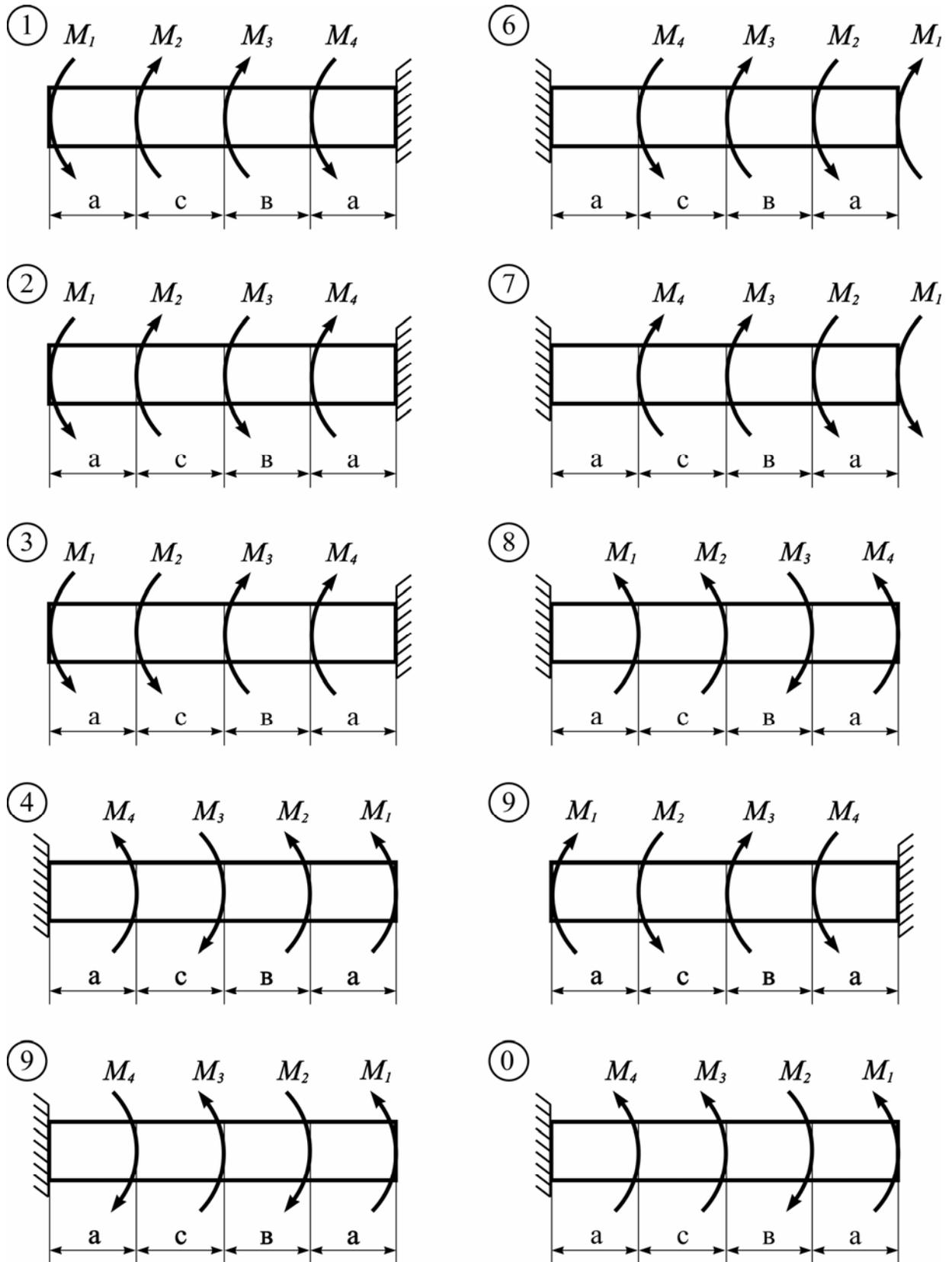


Рис. 3.5 Схемы к задаче 5

б) вычислить наибольшие нормальные и касательные напряжения при выбранных размерах поперечного сечения и сопоставить их с допускаемыми напряжениями;

в) вычислить нормальные и касательные напряжения в заданной точке балки прямоугольного сечения.

Допускаемые напряжения $[\sigma]$ (или σ_{adm}): для стали $[\sigma]=160$ МПа; $[\tau]=100$ МПа; для чугуна $[\sigma]=60$ МПа; $[\tau]=40$ МПа; для сосны $[\sigma]=12$ МПа; $[\tau]=1,5$ МПа.

Последовательность выполнения задания

1. Вычертить расчетную схему балки с заданными нагрузками, соблюдая масштаб размеров по длине балки. Проставить числовые значения размеров и нагрузок.

2. Изобразить реакции и вычислить их величину, написать их значения на расчетной схеме. Установить число участков.

3. Нанести сечения на каждом участке, вычислить значения Q и M в сечениях.

4. Построить эпюры Q и M . Проставить числовые значения Q и M с указанием размерности на границах участков и в сечениях, где Q и M имеют экстремальные значения.

В пределах каждой эпюры следует соблюдать один масштаб для откладывания величин.

Для каждой из трех балок по допускаемым напряжениям $[\sigma]$ (или σ_{adm}) подобрать размеры одного из следующих профилей поперечного сечения (в порядке убывания наибольшего изгибающего момента):

1) для балки с самым большим значением наибольшего изгибающего момента - профиль два швеллера, материал – сталь;

2) для балки с немного меньшим значением наибольшего изгибающего момента – 2 профиля: а) двутавр, материал – сталь;

б) прямоугольник с $h=2b$, материал – чугун;
(размеры профиля в виде прямоугольника следует округлять до четного числа миллиметров);

3) для балки с наименьшим значением наибольшего изгибающего момента профили:

а) одно бревно, материал – сосна (размер профиля в виде круга – бревно, следует округлять до целого числа сантиметров);

б) кольцо – с $D = 8d$ материал чугун (размеры профиля в виде кольца следует округлять до четного числа миллиметров).

Размеры профилей для балки, состоящей из двух швеллеров, следует выбирать по таблицам ГОСТа для прокатной стали.

б) Начертить профили поперечного сечения и проставить размеры.

Для каждой балки по выбранным размерам поперечного сечения вычислить наибольшие нормальные и касательные напряжения и сопоставить их с допускаемыми нормальными напряжениями, при этом перегрузка не должна превышать 5 %.

У балки с прямоугольным профилем поперечного сечения вычислить нормальные и касательные напряжения в точке, отстоящей от левого конца балки на расстоянии 1,5 м и от верхней кромки – на 4 см.

Таблица 3.6

Данные для задачи 6 (рис.3.6)

№	a, м	q ₁ , кН/м	M ₁ , кНм	№	P, кН	q ₂ , кН/м	№	Схе- ма	M ₂ , кНм
100	2,0	7	13	10	30	10	1	1	22
200	4,0	6	14	20	20	11	2	2	30
300	3,0	5	15	30	22	12	3	3	38
400	2,2	4	16	40	28	13	4	4	34
500	2,0	3	17	50	30	14	5	5	36
600	3,2	3,5	12	60	23	15	6	6	20
700	2,4	4,5	11	70	32	16	7	7	32
800	2,6	5,5	10	80	27	17	8	8	26
900	2,8	6,5	18	90	26	8	9	9	24
000	3,0	7,5	19	00	24	9	0	0	28

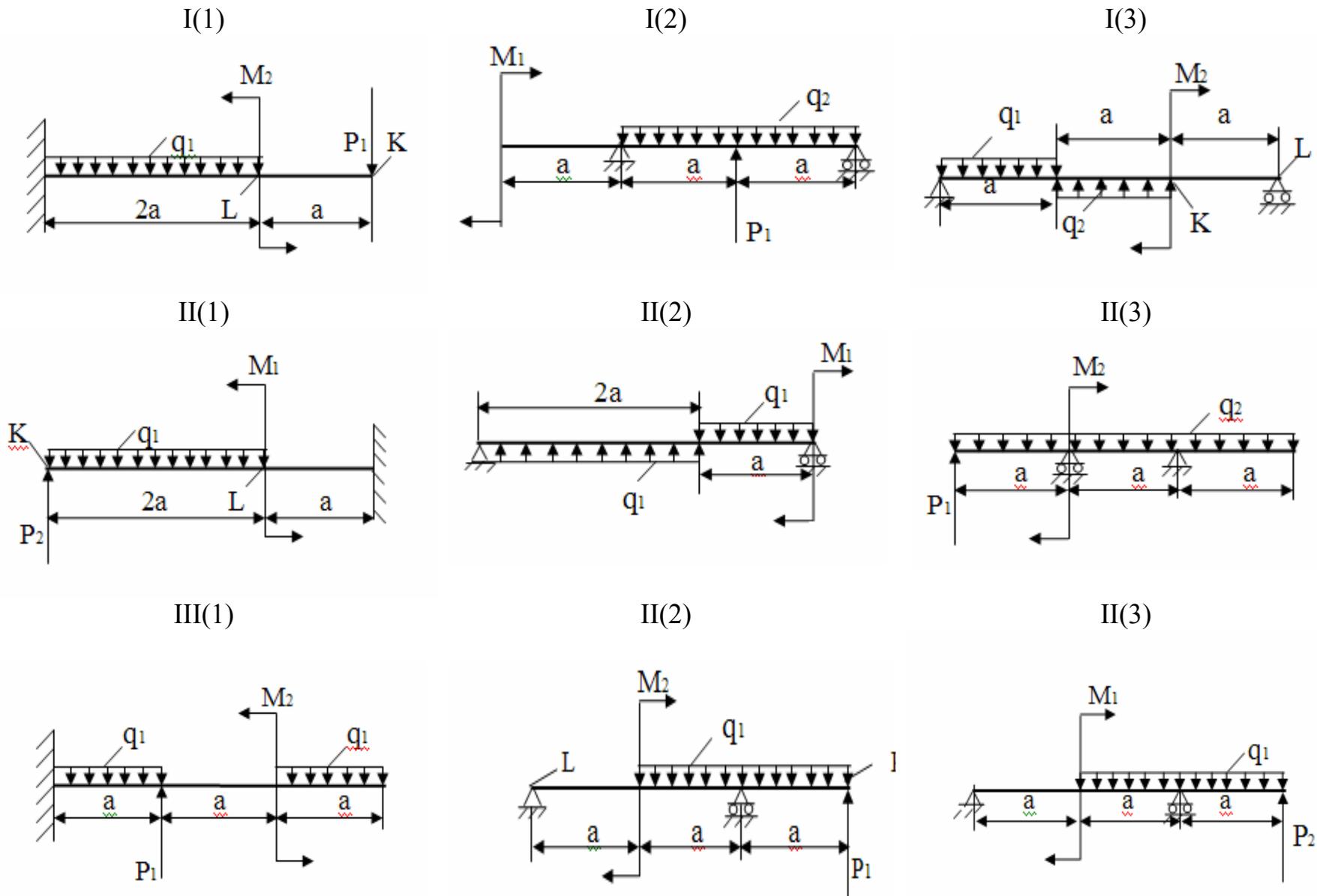


Рис. 3.6 (а) Схемы к задаче 6

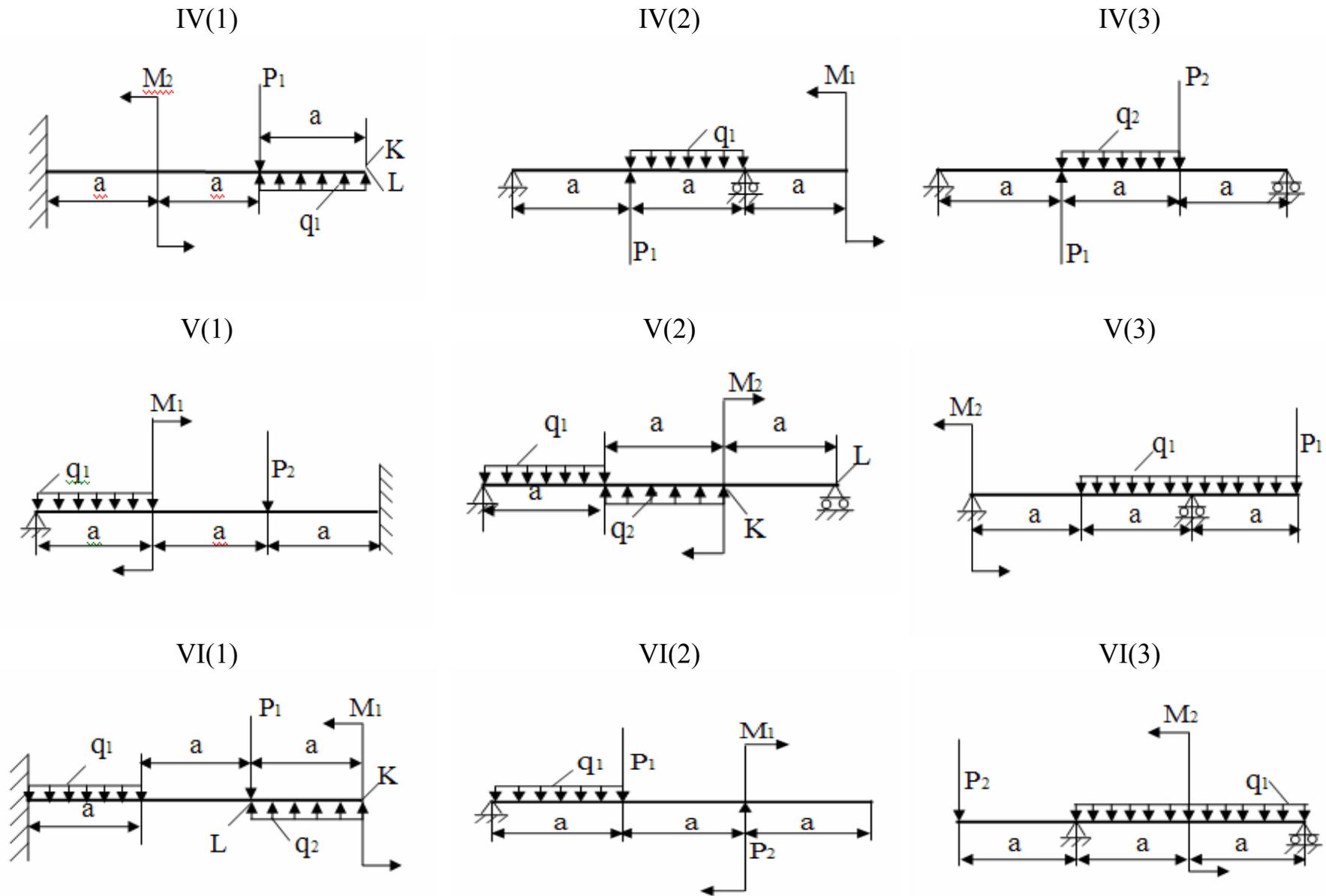


Рис. 3.6 (б) Схемы к задаче 6

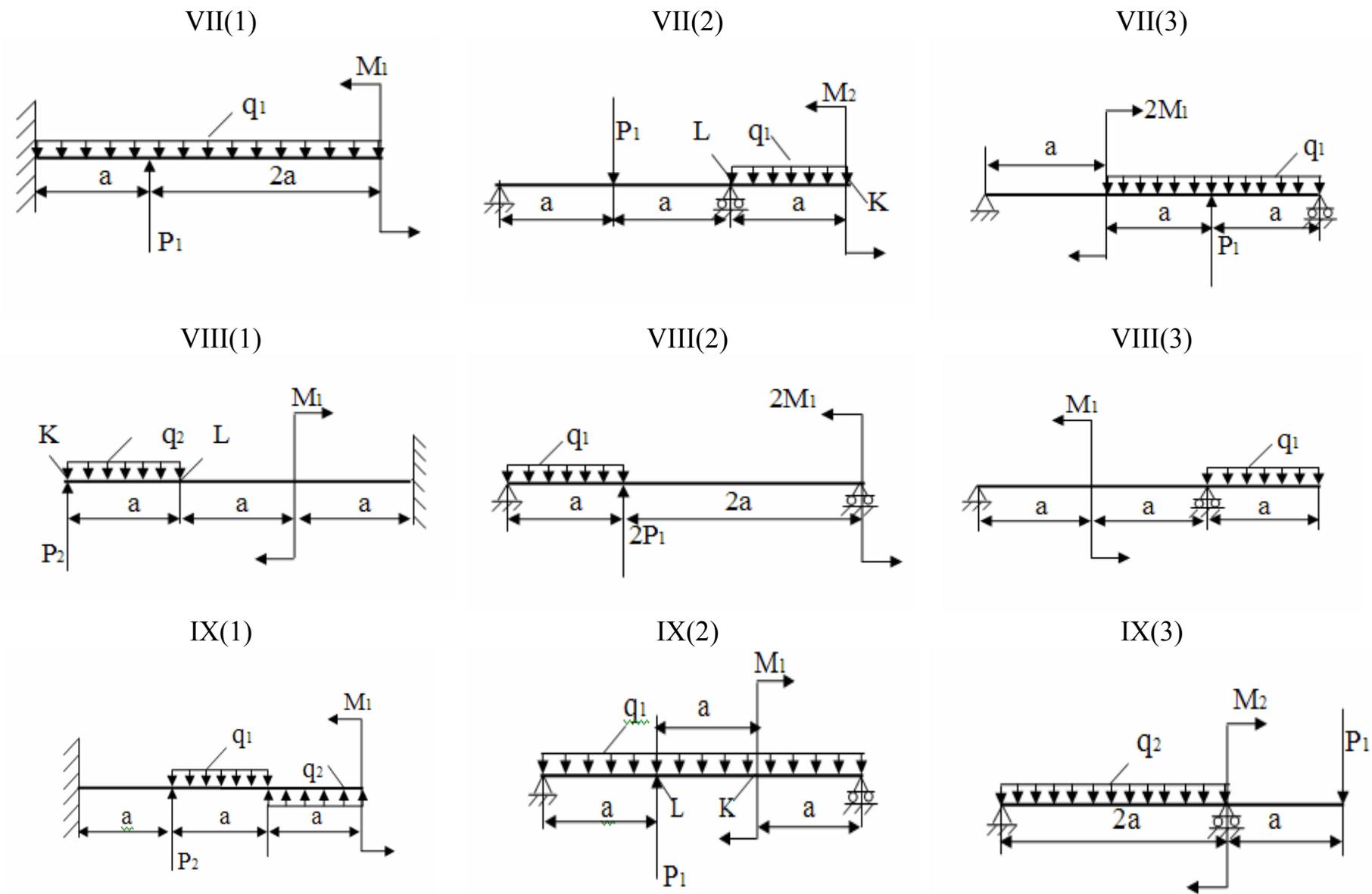


Рис. 3.6(в) Схемы к задаче 6

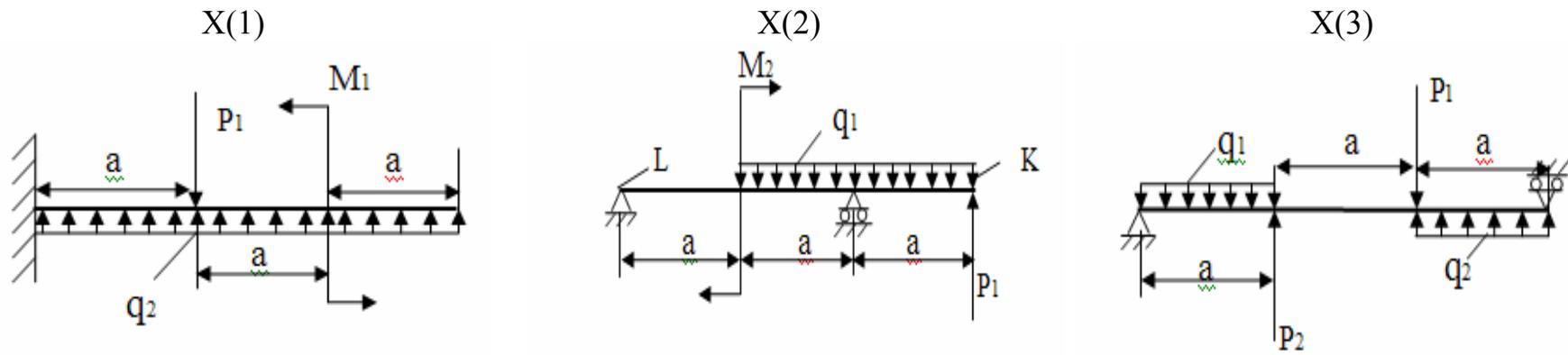
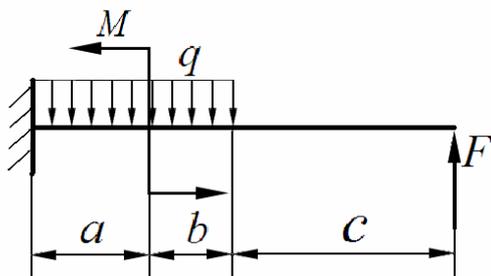


Рис. 3.6 (г) Схемы к задаче 6

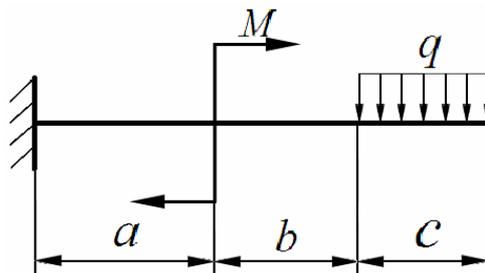
Задача 7

Для двух балок, изображенных на рис. 3.7 а, б (данные табл. 3.7), требуется:

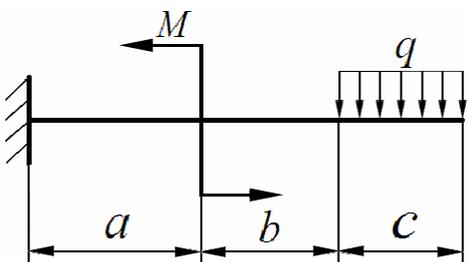
1



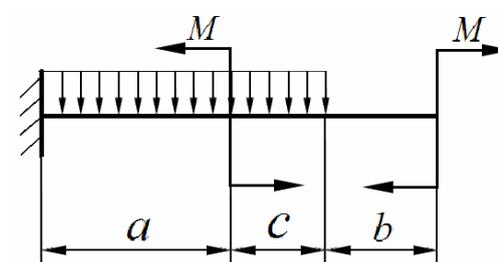
2



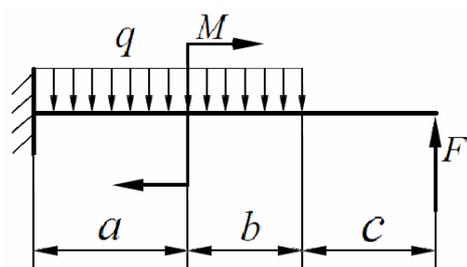
3



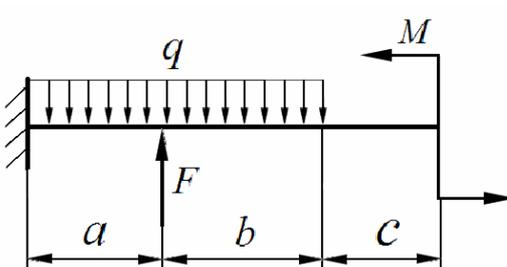
4



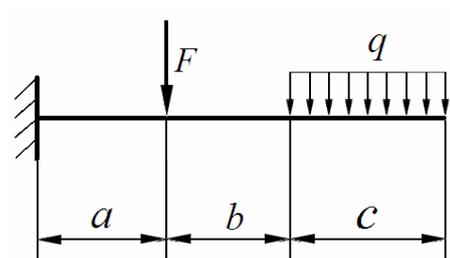
5



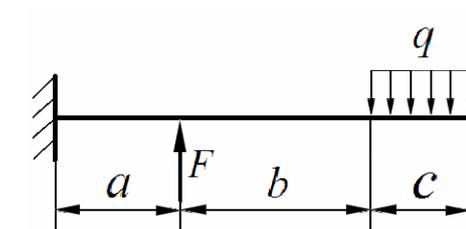
6



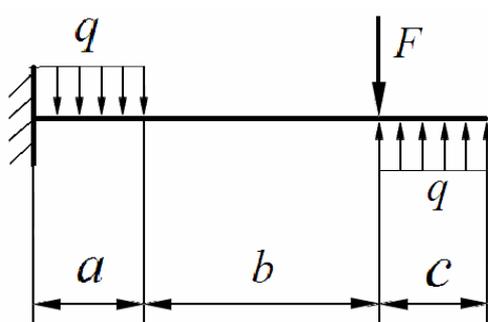
7



8



9



0

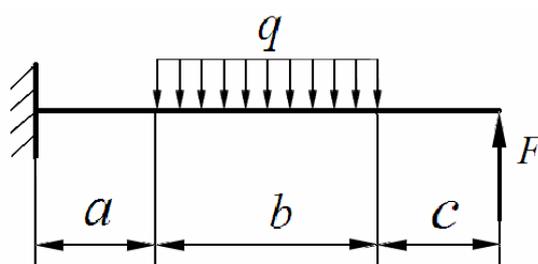


Рис. 3.7 (а) Схемы к задаче 7

для первой балки (рис. 3.7 а):

1) с помощью метода Верещагина на свободном конце консоли определить прогиб и угол поворота.

2) Используя метод Мора сделать проверку - на свободном конце балки определить прогиб и угол поворота.

3) Определить реактивный момент и реакцию заделки.

Для второй балки (рис. 3.7 б):

1) с помощью метода начальных параметров на границе первого и второго участков определить прогиб и угол поворота.

2) Определить реактивный момент и реакцию заделки.

Таблица 3.7

Данные для задачи 7 (рис. 3.7 а, б)

№	Схема	M, кНм	№	F, кН	q, кН/м	№	a, м	l, м
100	I	15	10	15	14	1	3,2	7,0
200	II	16	20	14	12	2	2,2	6,4
300	III	18	30	13	10	3	2,0	6,8
400	IV	20	40	12	8	4	3,4	8,4
500	V	22	50	11	6	5	2,4	7,6
600	VI	24	60	10	9	6	1,6	5,2
700	VII	25	70	9	11	7	2,6	7,8
800	VIII	26	80	8	13	8	1,8	6,0
900	IX	28	90	7	15	9	2,8	8,5
000	X	30	00	6	17	0	3,0	7,6

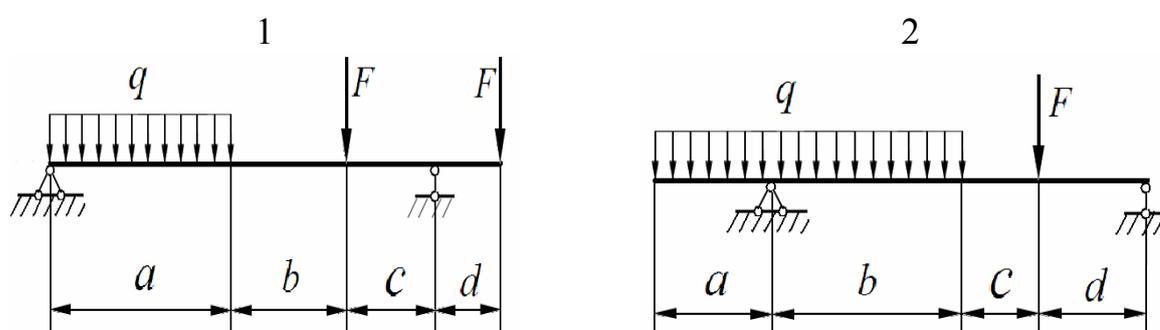


Рис. 3.7 (б) Схемы к задаче 7

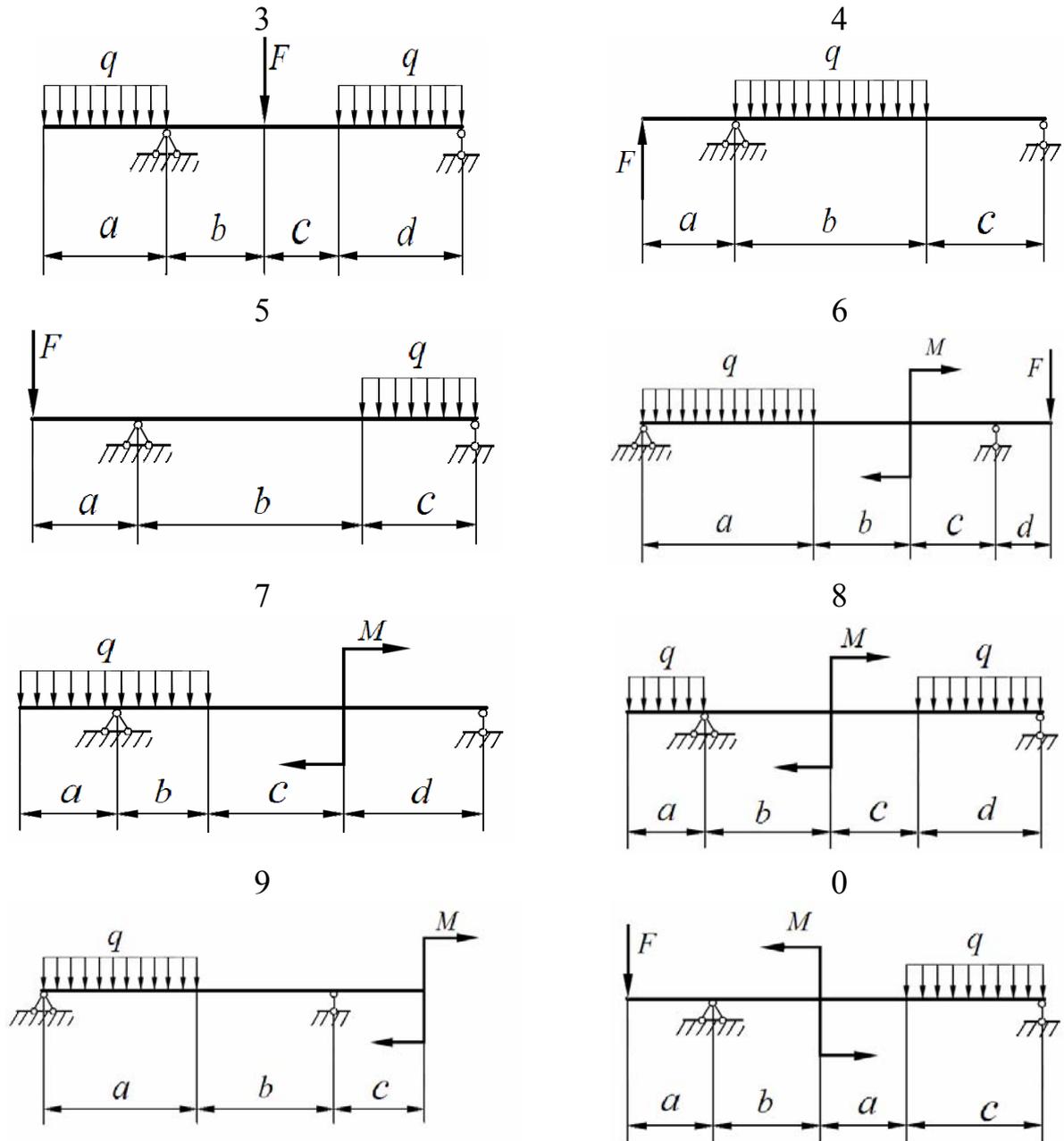


Рис. 3.7 (б) Схемы к задаче 7

Задача 8

Расчет вала. Требуется: подобрать диаметр вала.

Условия задания. Задание состоит из одной задачи. Схемы валов изображены на рис. 3.8. Числовые данные указаны в табл. 3.8.

1. Соотношение усилий принять следующее: в плоскоремненной передаче $T=2t$; в клиноремненной передаче $T=3t$; на зубчатых колесах $T_{\text{рад}}=0,42P_{\text{окр}}$. на круглой пиле $P_{\text{н}}=0,8P_{\text{окр}}$. Вращающий момент $M=N/\omega$, где M – вращающий момент (Нм); N – мощность (Вт); ω – угловая скорость вращения вала (рад/с).

Данные для задачи 8 (рис. 3.8 а, б, в)

№	α^0	a, мм	№	N_1 , кВт	ω , об/мин	№	схема	σ , МПа
100	30	310	10	40	1800	1	1	500
200	240	320	20	50	1600	2	2	550
300	45	330	30	60	1400	3	3	600
400	330	340	40	70	1200	4	4	650
500	60	350	50	80	1100	5	5	700
600	300	360	60	90	1000	6	6	750
700	120	370	70	100	800	7	7	800
800	90	380	80	110	700	8	8	850
900	150	390	90	120	600	9	9	900
000	210	400	00	130	500	0	0	1000

Последовательность выполнения задания.

Подбор диаметра вала по допускаемым напряжениям.

1. Вычертить схему вала, соблюдая масштаб длин и проставить заданные размеры. Определить мощность на всех ведомых элементах вала (без учета трения).

2. Вычислить величину вращающего момента на ведущем и ведомом элементах и установить направления моментов. Определить величину усилий на ведущем и ведомом элементах.

3. Составить пространственную схему вала со всеми приложенными к нему нагрузками, включая собственный вес укреплённых на валу деталей. Привести нагрузки к оси вала и разложить их на вертикальные и горизонтальные составляющие.

4. Построить эпюры: изгибающих моментов в вертикальной плоскости; изгибающих моментов в горизонтальной плоскости; полных изгибающих моментов; крутящих моментов. По эпюрам T и M_c установить опасное сечение и выписать величины моментов в этом сечении.

5. По заданной величине временного сопротивления вала вычислить допускаемые напряжения, приняв коэффициент запаса $k=10$.

По третьей теории прочности вычислить диаметр вала в опасном сечении и округлить до ближайшего значения по ГОСТ 6636х60.

Нормальные диаметры по ГОСТ 6636х60, мм: 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 28, 30, 32, 34, 35, 36, 38, 40, 42, 45, 48, 50, 52, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100, 105, 110, 120, 125, 130, 140, 150, 160.

Диаметры шеек вала в местах посадки подшипников качения, мм: 10, 12, 15, 17, 20, 25, 30, 35, 40, 50, 55, 60, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100, 110, 120, 130, 140, 150.

6. Диаметры остальных участков вала и длины участков выбрать по конструктивным соображениям, как указано в руководстве (см. литературу к заданию). Вычертить чертеж вала.

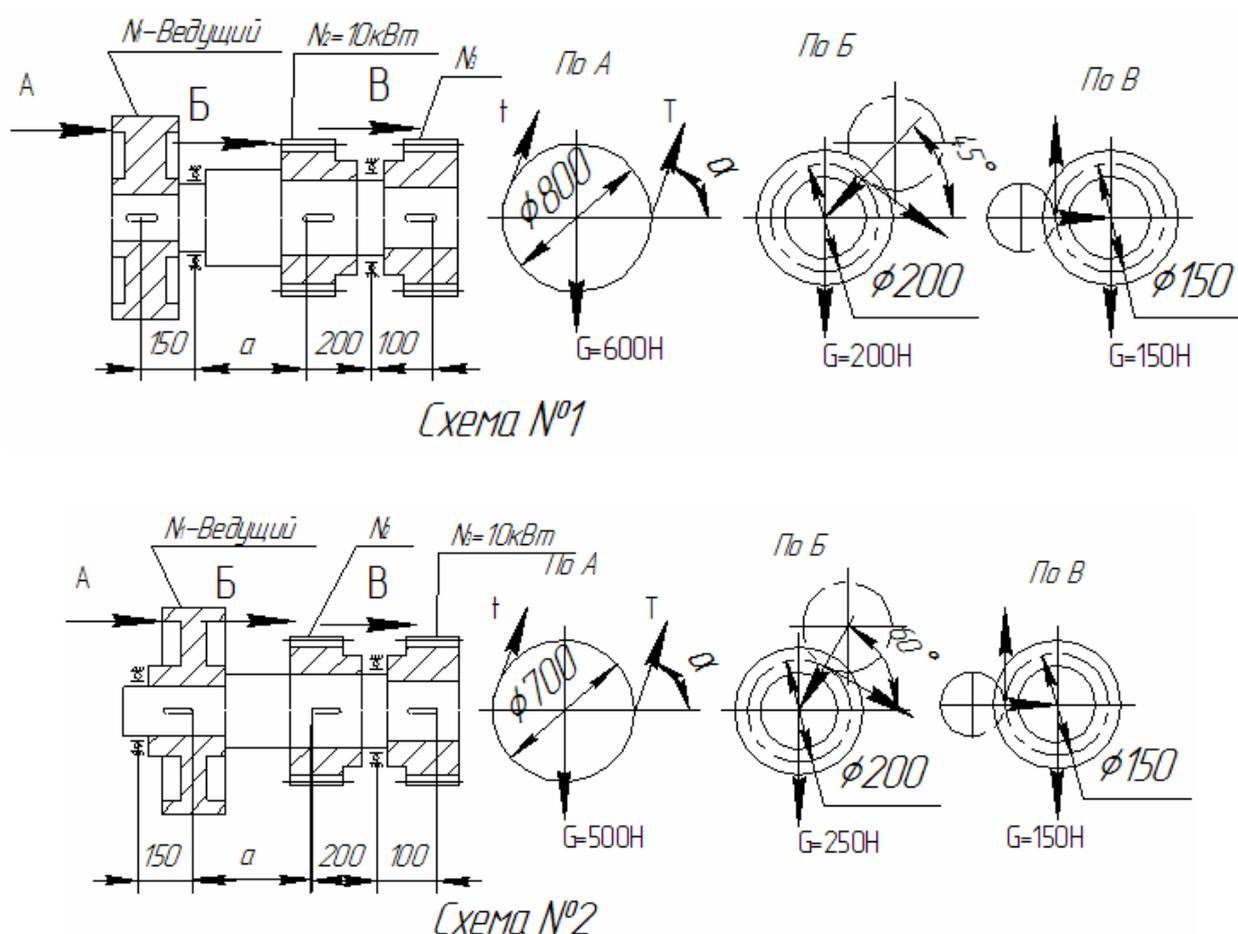


Рис. 3.7 (а) Схемы к задаче 8

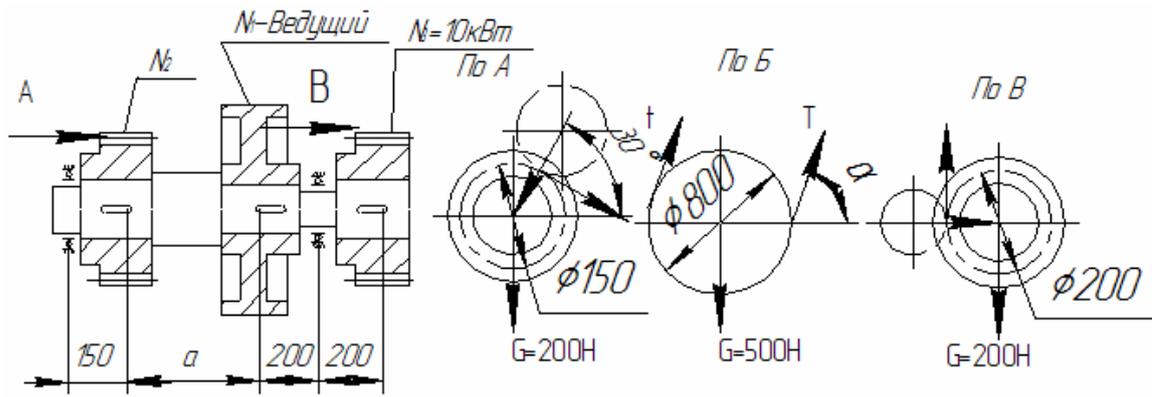


Схема №3

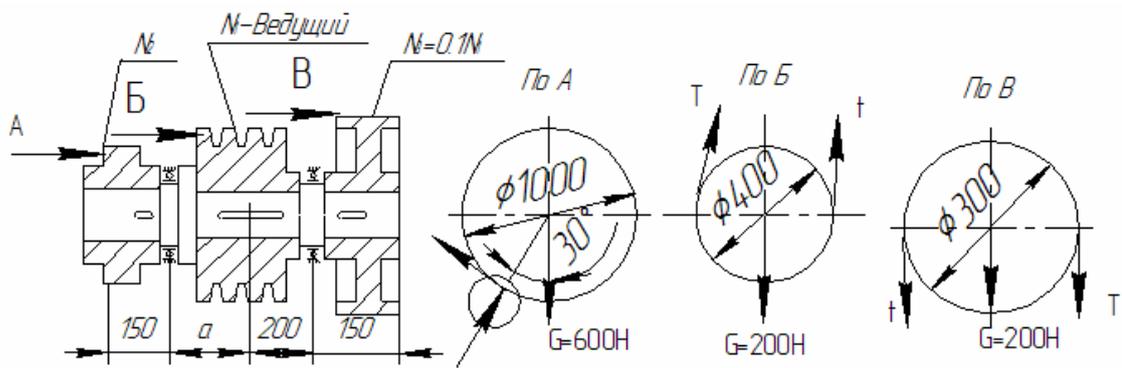


Схема №4

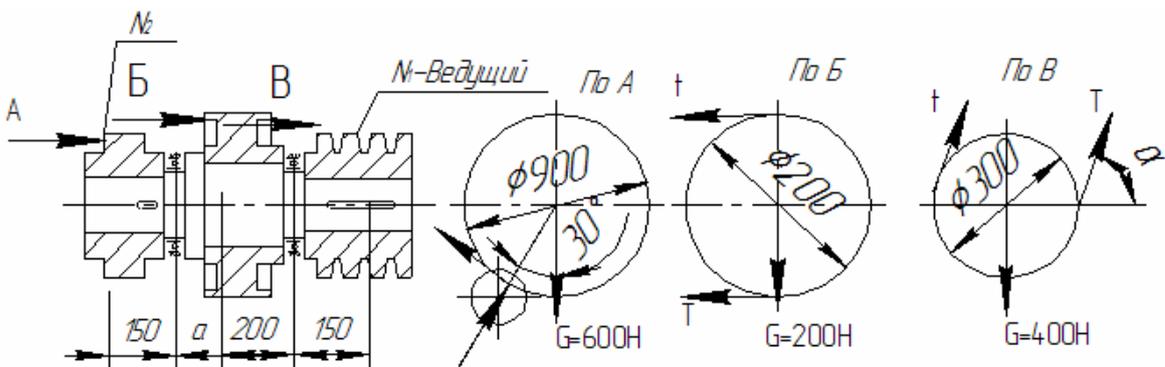


Схема №5

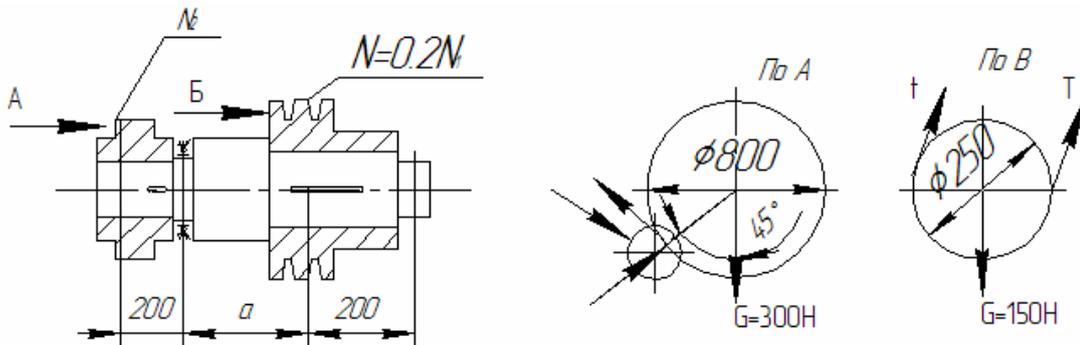


Схема №6

Рис. 3.7 (б) Схемы к задаче 8

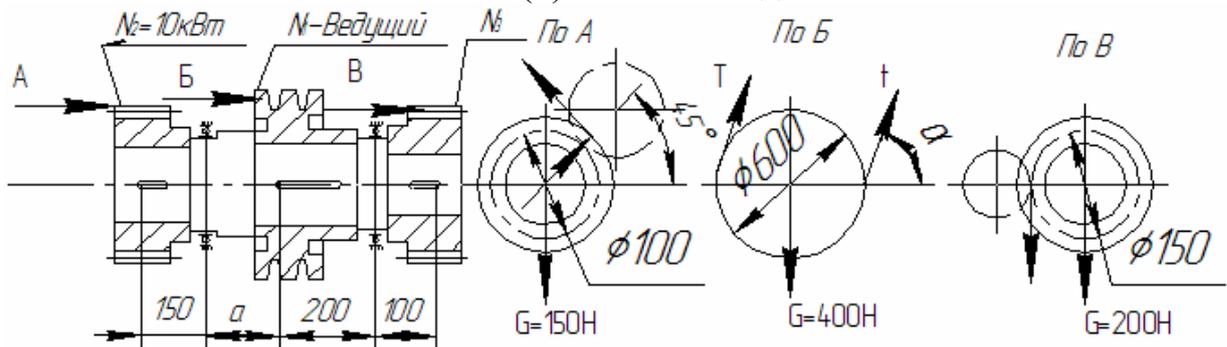


Схема №7

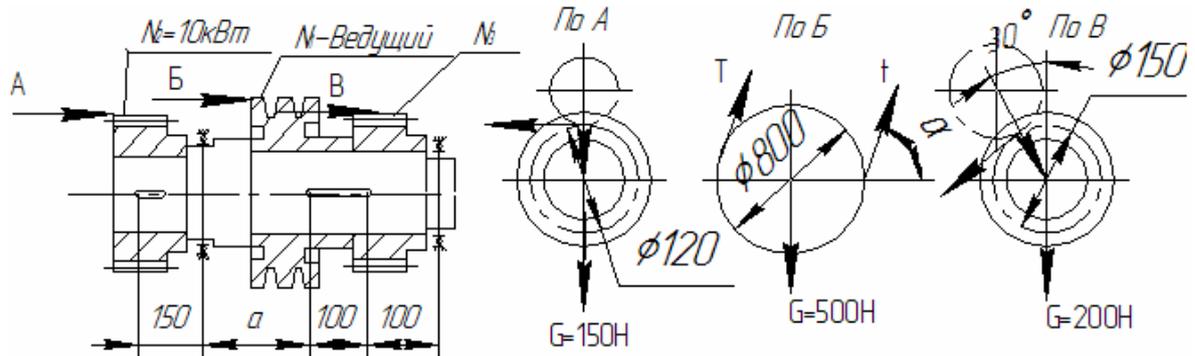


Схема №8

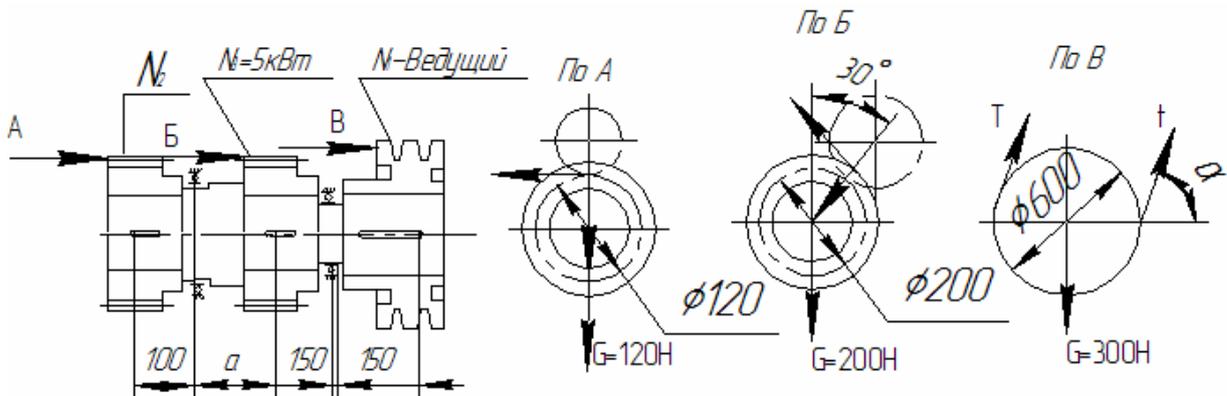


Схема №9

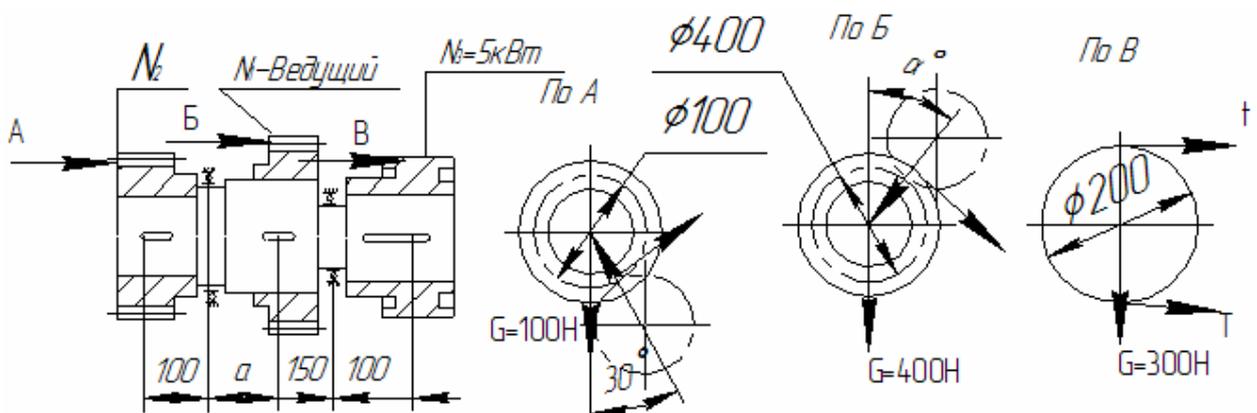


Схема №10

Рис. 3.8 (в) Схемы к задаче 8

Задача 9

Расчет сжатых стержней на устойчивость

Требуется: подобрать размеры поперечного сечения.

Условия задания:

Задание состоит из двух задач (задача 1 и задача 2).

1. Схемы стержня для задачи 1 изображены на рис. 3.9, для задачи 2 – на рис. 3.10. Схемы профиля поперечного сечения выбирается по табл. 3.12 .

2. Числовые данные указаны в таблице 3.12. В соответствии с указаниями на схемах продольная сила F будет или F [Н], или F [кН].

3. Основные допускаемые напряжения: для стали $[\sigma]=160$ МПа, для чугуна $[\sigma]=100$ МПа, для сосны $[\sigma]=10$ МПа.

4. Коэффициент, учитывающий способ закрепления концов стержня, принимать для деревянных стержней при обоих заделанных концах $\mu=0,65$, а при одном заделанном и втором шарнирно-подвижном конце $\mu=0,8$.

Задача 9(1)

1. Вычертить расчетную схему сжатой стойки и эскиз профиля поперечного сечения изображенные на рис. 3.9.

2. Размеры профиля поперечного сечения находят методом подбора. При первой попытке назначают $\varphi=0,5$, вычисляют площадь поперечного сечения, а по площади диаметр круга или сторону квадрата.

Размеры поперечного сечения выбирают в соответствии с действующими стандартами;

а) для прокатных профилей по таблицам сортаментов;

б) для древесины круглого профиля – в целых сантиметрах;

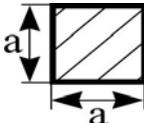
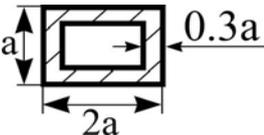
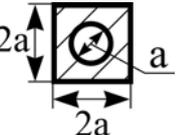
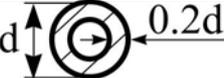
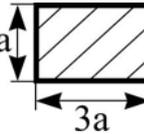
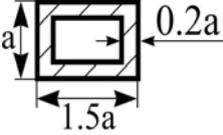
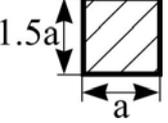
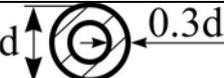
в) для древесины квадратного профиля – сторона квадрата, мм – 25, 32, 40, 50, 60, 75, 100, 130, 150, 180, 200, 220;

г) для стоек из чугуна, мм – 28, 32, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 120, 140, 160, 180, 200, 220, 250, 280, 320.

3. После этого выбирают пригодность выбранного сечения, сопоставив фактическое и нормальное напряжения с допускаемым напряжением на устойчивость. При этом перегрузка не должна превышать 5 %.

Таблица 3.12

Данные для задачи 9 (рис. 3.9, 3.10, 3.11)

№	Задача 1		Схема сечения	Задача 2		№	Схема стойки	№	Схема сечения по рис. 3.11
	F_2 , кН	ℓ_2 , м		F_2 , кН	ℓ_2 , м				
100	50	2,5		55	3,8	10	10	1	1
200	60	2,7		65	3,6	20	20	2	2
300	65	2,8		72	3,4	30	30	3	3
400	75	2,4		86	3,2	40	40	4	4
100	70	2,2		94	3,0	50	50	5	5
600	85	2,1		98	2,8	60	60	6	6
700	80	2,6		102	2,2	70	70	7	7
800	90	2,8		112	2,6	80	80	8	8
900	95	2,9		128	2,7	90	90	9	9
000	99	3,0		134	2,5	00	00	0	0

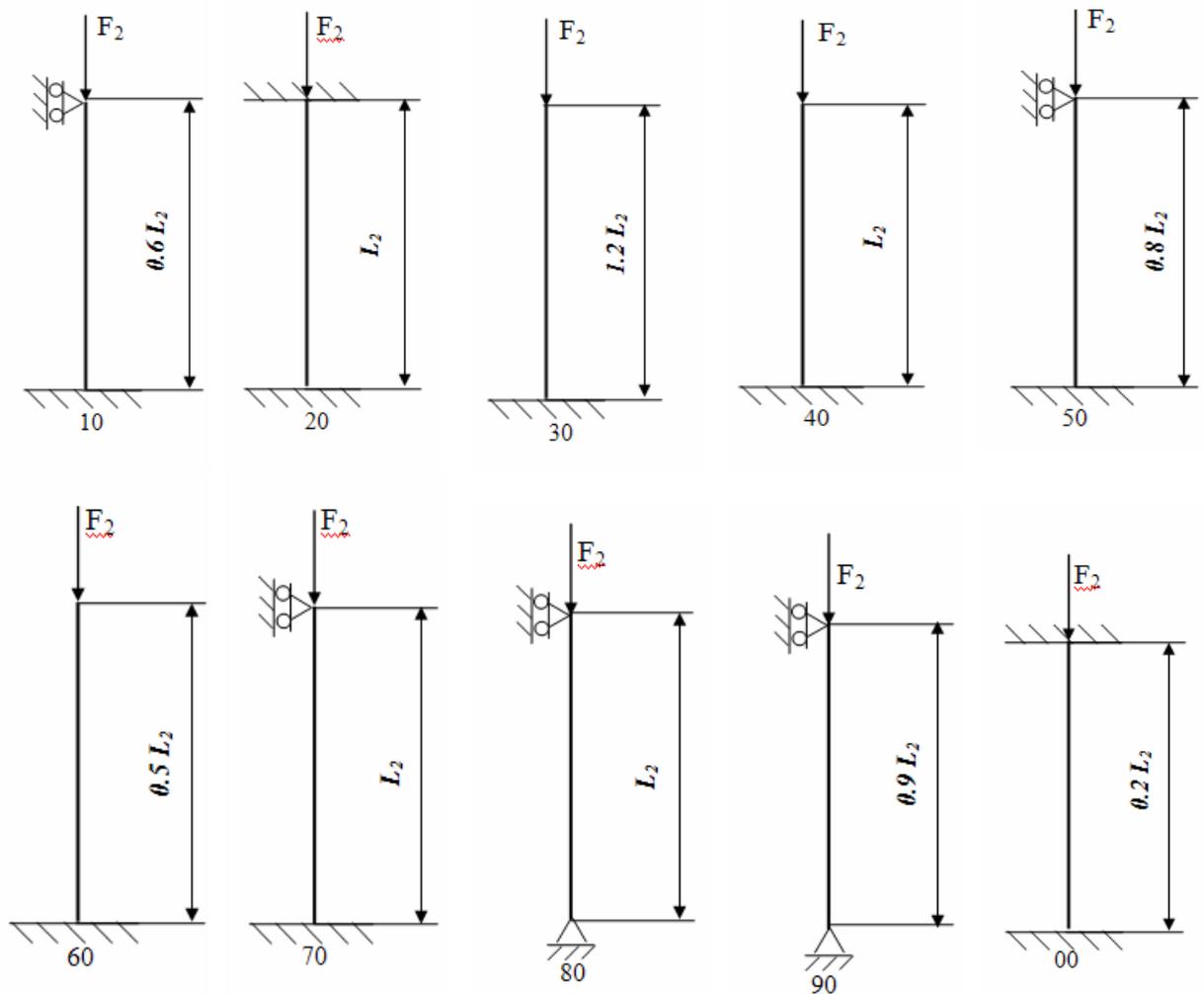


Рис. 3.9 Схемы стоек для задачи 9(1)

Задача 9(2)

1. Вычертить расчетную схему сжатой стойки и эскиз профиля поперечного сечения.
2. Размеры профиля поперечного сечения находят методом подбора. При первой попытке назначают $\varphi=0,5$, вычисляют площадь поперечного сечения и из таблиц сортаментов прокатной стали выбирают ближайшее сечение.
3. После этого проверяют пригодность выбранного сечения, сопоставив фактическое нормальное напряжение с допускаемым напряжением на устойчивость. При этом перегрузка не должна превышать 5 %.

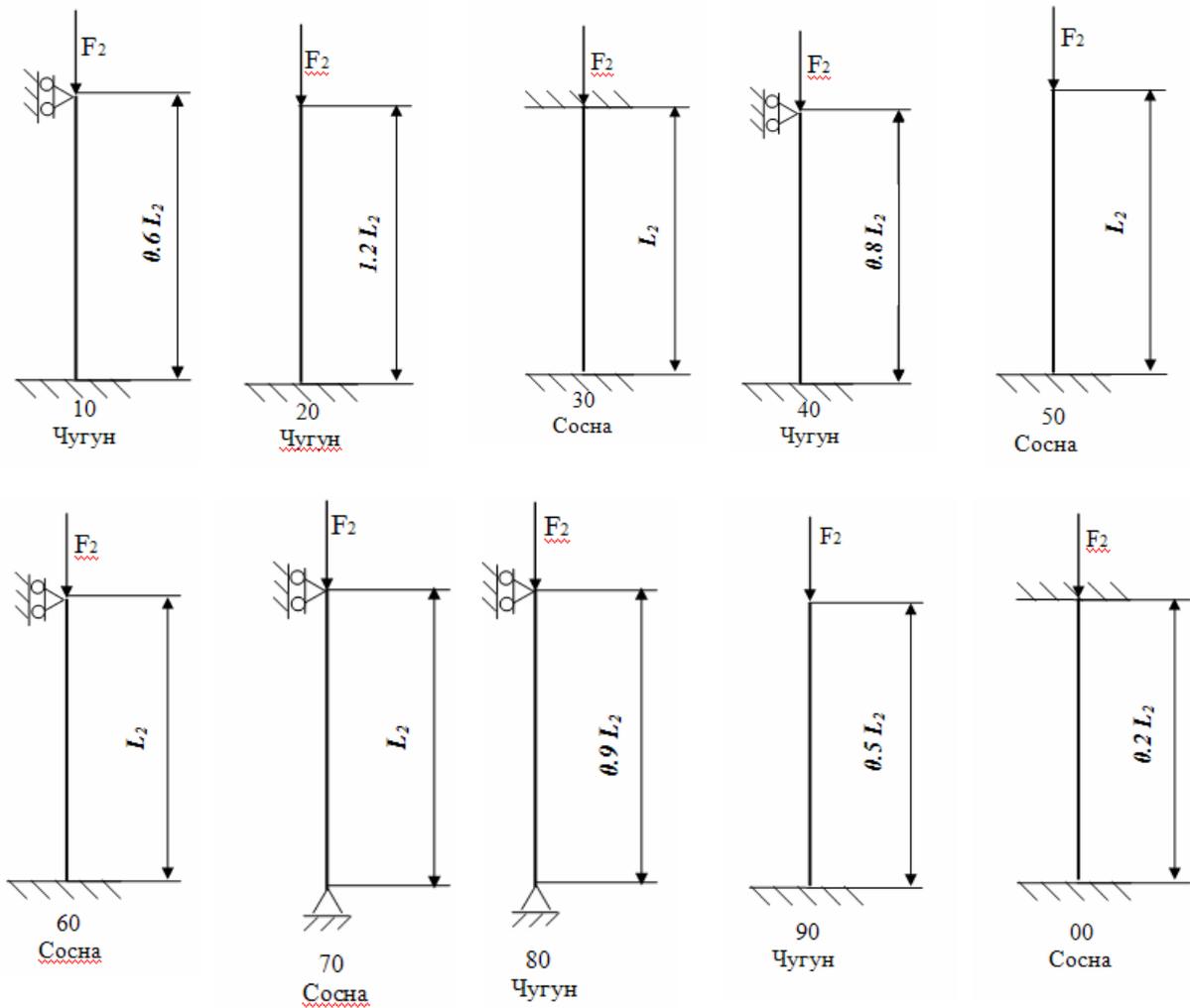


Рис. 3.10 Схемы стоек для задачи 9(2)

4. После того как сечение подобрано, для сечений с условием $J_{\min} = J_{\max}$ необходимо вычислить размер, т.е. расстояние, на которое надо развернуть элементы профиля так, чтобы обеспечить равенство главных моментов инерции (рис. 3.11).

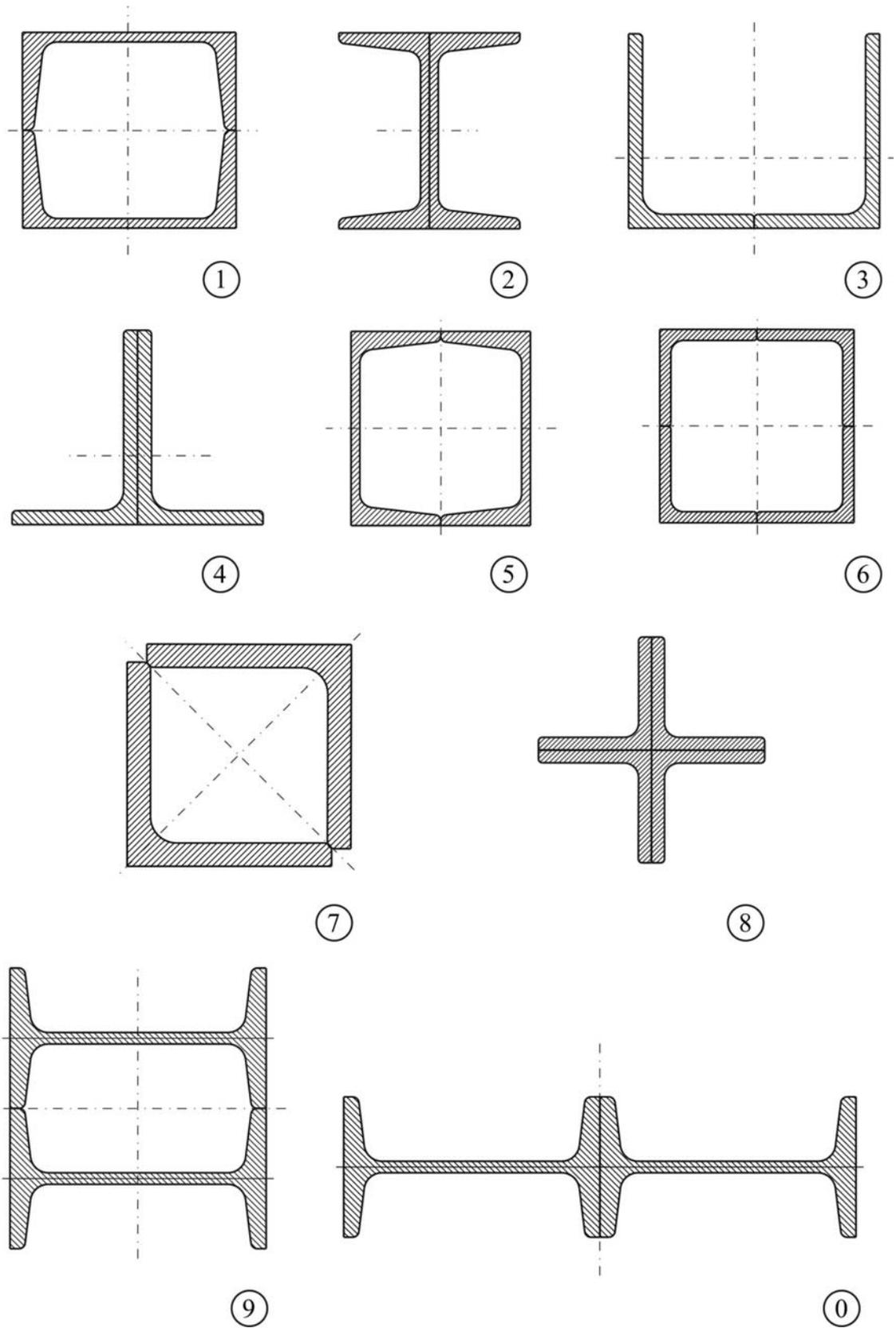


Рис. 3.11 Схемы поперечных сечений для задачи 9(2)

Оглавление

Введение	3
1 Программа курса	4
1.1 Растяжение сжатие	4
1.2 Теория напряженного состояния и теории прочности	5
1.3 Сдвиг и кручение	6
1.4 Геометрические характеристики плоских сечений	7
1.5 Изгиб прямых брусьев	9
1.6 Изгиб плоского бруса большой кривизны	11
1.7 Сложное сопротивление	12
1.8 Устойчивость сжатых систем	13
1.9 Расчет тонкостенных оболочек и толстостенных труб	13
1.10 Расчет на прочность при напряжениях, циклически изменяющихся во времени	14
1.11 Упругие колебания	14
1.12 Статически неопределимые системы	15
2 Общие методические указания	15
2.1 Библиографический список	17
2.2 Пояснения к решению задач. Основные методы построения эпюр внутренних силовых факторов	18
2.3 Метод сквозного разреза	18
2.4 Виды напряжений. Выражение внутренних сил и моментов через напряжения	21
2.5 Осевое растяжение (сжатие) стержня. Построение эпюр продольных сил, расчет на прочность и жесткость	22

2.5.1 Пример	22
2.6 Кручение. Построение эпюр крутящих моментов. Расчет на прочность и жесткость.....	28
2.6.1 Пример	28
2.7 Расчет на прочность и жесткость при изгибе.....	32
2.7.1 Правило знаков для построения эпюр Q_y и M_z	33
2.8 Дифференциальные зависимости между M , Q и q (теорема Д.И. Журавского).....	34
2.9 Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов.....	35
2.9.1 Пример.....	35
2.10 Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов, расчет на прочность.....	37
2.10.1 Пример.....	37
2.11 Определения перемещений в балках постоянного сечения методом Д.К. Максвелла - О. Мора.....	41
2.11.1 Пример.....	41
2.11.2 Пример.....	42
2.12 Определение перемещений методом А.К. Верещагина	43
2.12.1 Пример.....	43
2.12.2 Пример.....	44
3 Контрольные расчетно-графические работы.....	45
3.1 Номера задач, входящих в контрольные работы и пояснения по выбору данных. Условия задач, расчетные схемы, данные.....	45
Задача 1.....	47
Задача 2.....	49
Задача 3.....	51
Задача 4.....	54
Задача 5.....	56
Задача 6.....	56
Задача 7.....	64
Задача 8.....	66
Задача 9.....	71

Тамара Никаноровна **Стородубцева**

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Программа курса, методические указания и контрольные задания для студентов
заочного обучения специальностей 150200 (190601) – Автомобили
и автомобильное хозяйство, 260200 (250303) – Технология деревообработки

Подписано в печать 4.02.08. Формат 60x84 1/16. Объём 5,0 п. л.
Усл. печ. л. 4,6. Уч.-изд. л. 4,6. Тираж 500 экз. Заказ
ГОУ ВПО «Воронежская государственная лесотехническая академия»
РИО ГОУ ВПО «ВГЛТА». УОП ГОУ ВПО «ВГЛТА»
394613, г. Воронеж, ул. Тимирязева, 8