**Анализ цепей с несинусоидальными источниками энергии**

Для заданной схемы электрической цепи, структура которой представлена на рис 1 или 2 и параметрами из таблиц 4.1, выполнить:

1. представить заданную функцию источника ЭДС или тока рядом Фурье, ограничив число членов ряда постоянной составляющей и тремя первыми гармониками.
2. построить графики спектров амплитуд и начальных фаз заданного источника.
3. определить функцию  - напряжение  или ток  на нагрузке, используя метод расчета по комплексным значениям;
4. построить графики спектральных составляющих для напряжения (тока) на нагрузке.
5. определить действующее значение напряжения (тока) на нагрузке и мощность, рассеиваемую на нагрузке.

**Необходимо**: а) скомпановать схему согласно своему варианту; б) найти действующие и мгновенные значения величин указанной в последнем столбце таблицы, используя первые пять слагаемых несинусоидального источника энергии

**2**

**5**

**1**

**3**

**4**

**6**

**7**

*J*вх

*i*н

*u*н

**2**

**5**

**1**

**3**

**4**

**6**

*e*вх

Рис.1 Рис.2

Перед расчетом в соответствии с вариантом задания необходимо составить электрическую схему цепи, заменив элементы структуры элементами *R, L* и *C*.

**Таблица 4.1 (начало)**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вариант | Рисунок  схемы | Параметры источника  Тип Форма  *F*м [A,B]ω1[1/c] | | | | *f*Н(ωt) |
| 23 | 2 | ЭДС | 18 | *E*м=105В | 200 | *u*н(ωt) |

**Таблица 4.1 (окончание)**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вариант | Рисунок схемы | Параметры элементов *R*[Ом]*, L*[мГн]*, C*[мкФ]  Н о м е р а в е т в е й  1 2 3 4 5 6 7 | | | | | | |
| 23 | 2 | *R*=33 | *C*=250 | *R*=33 | *C*=500 | *C*=500 | *R*=33 |  |

Графики этих функций приведены на рис. 4.1. При этом приняты следующие обозначения: . (**форма 18**):



**Таблица 4. *Ряды Фурье для несинусоидальных функций рис. 4.1. [[1]](#footnote-1)\****

|  |  |
| --- | --- |
| № графика функции. | Разложение функции  в ряд Фурье |
| 1 | 2 |
| 18 |  |

Следует помнить, что для расчетов данные функции нужно привести к виду:



Приведение осуществляется следующим образом:



**Пример выполнения задания:**

*Дано:* К электрической цепи, схема которой приводится ниже, приложено несинусоидальное периодическое напряжение, форма которого также показана. Параметры цепи имеют следующие значения:  [Ом];  [Гн];  [мкФ]; [В];  [рад/с].

*Требуется выполнить следующие операции:*

1. представить напряжение источника *f*(*x*)=*e*(ω*t*) рядом Фурье, ограничив число членов ряда постоянной составляющей и тремя первыми гармониками.
2. построить графики спектров амплитуд и начальных фаз заданного источника.
3. определить напряжение на нагрузке , используя метод расчета по комплексным значениям;
4. построить графики спектральных составляющих для напряжения (тока) на нагрузке.
5. определить действующее значение напряжения (тока) на нагрузке и мощность, рассеиваемую в ней.

*e*(*t*)

*R*н

**

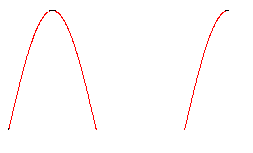




**

*R*2

**



2π

π

ω*t*

*E*M

*e*(*t*)

0

*а*) *б*)

Схема цепи (*а*) и форма входного напряжения (*б*) к примеру

*Решение*

**1.** Воспользуемся данными табл. 1 (функция ) и представим напряжение источника в виде ряда Фурье, ограниченного постоянной составляющей и тремя первыми гармониками



**2.** Построим графики спектров амплитуд и начальных фаз напряжения источника, которые изображены на рис. 4.3 *а*, *б*. При построении графиков используем масштаб, при котором одно деление по оси ординат соответствует 10 В, а по оси абсцисс – 100 Гц.

*E*0

*Emk*

*Em*1

*Em*2

3

*Em*4

0 ω1 2ω1 3ω1 4ω1 ω

60

50

40

30

20

10

ψ*ek*

–30o

–60o

–90o

ψ*e*2

ψ*e*24

0 ω1 2ω1 3ω1 4ω1 ω

ω

*а*) *б*)

Рис. 4.3. Спектры амплитуд (*а*) и фаз (*б*) входного сигнала к примеру

**3.** Теперь выполним расчет напряжения на нагрузке, используя для этого метод комплексных амплитуд.

*Для постоянной составляющей* напряжения на нагрузке, используя схему замещения, приведенную на рис. 4.4 *а*, получим следующее значение

 [В].

При выполнении этого расчета учтено, что на постоянном токе индуктивности ,  нужно заменить перемычками, а емкость  – разрывом цепи, как показано ниже на рисунке. Ток в нагрузке определим по закону Ома

 [А].

При расчете напряжения на нагрузке для гармоник ЭДС *e*(*t*) источника можно пользоваться схемой замещения, приведенной на рис 4.4 *б.* На этой схеме все элементы цепи заменены их комплексными сопротивлениями, которые имеют двойные индексы. Первый индекс соответствует порядковому номеру ветви, а второй – номеру гармоники. Комплексные значения токов в ветвях определим по формулам



где  – эквивалентное комплексное сопротивление цепи для *k*-ой гармоники напряжения источника;



в которых учтено, что ток  делится в ветвях схемы на два тока, которые обратно пропорциональны сопротивлениям ветвей.

*E*0

*R*н





*R*2

°

°

*I*0

0

**

*R*н

**





**

**

**

**

**

*а*) *б*

Рис. 4.4. Схемы для расчета постоянной (*а*) и переменных (*б*) составляющих напряжения на нагрузке

*Для первой гармоники,* пользуясь схемой замещения, получим напряжения на нагрузке

[В]; [Ом]; [Ом]; [Ом] – сопротивления цепи для первой гармоники напряжения источника.

Комплексная амплитуда тока первой гармоники источника имеет значение

[А]

Этот ток делится обратно пропорционально сопротивлениям параллельно включенных ветвей  и , поэтому ток в нагрузке

[А]

Комплексное значение напряжения на нагрузке определим по закону Ома

[В]

Полученное значение позволяет записать мгновенное значение первой гармоники напряжения на нагрузке

 [В]

*Вторую гармонику* напряжения на нагрузке определим, используя в схеме замещения рис. 4.4 *б* сопротивления цепи и напряжение источника для второй гармоники

[В]; [Ом]; [Ом]; [Ом].

Значение комплексной амплитуды тока второй гармоники в цепи источника напряжения найдем по закону Ома

[А]

Комплексную амплитуду тока второй гармоники в нагрузке *R*н найдем аналогично току первой гармоники путем деления тока источника обратно пропорционально сопротивлениям параллельно включенных ветвей

[А]

Комплексное значение напряжения второй гармоники на нагрузке найдем с помощью закона Ома

[В]

Полученное значение позволяет записать мгновенное значение второй гармоники напряжения на нагрузке

 [В]

Определение напряжения *четвертой гармоники* выполним аналогично расчету напряжения второй гармоники. Сопротивления цепи и напряжение источника для четвертой гармоники имеют значения

В; [Ом]; [Ом]; [Ом].

Комплексную амплитуду тока четвертой гармоники определим по закону Ома

[А]

Используя ток четвертой гармоники в ветви с источником напряжения, рассчитаем ток в нагрузке

[А]

Комплексное значение четвертой гармоники напряжения на нагрузке определим по закону Ома

[В]

Мгновенное значение второй гармоники напряжения на нагрузке определим по формуле

 [В]

Результирующее напряжение на нагрузке найдем путем суммирования отдельных составляющих, рассчитанных выше



Представим графики ЭДС источника *e*(*t*) и напряжения нагрузки 

0

0.02

0.04

0.06

0.08

0.1

0.12

0.14

0.16

20

0

20

40

60

80

100

*t,*c

*e*вх(*t*)

*u*н(*t*)

*e,u*н*,* В

Рис. 4.5. Графики входного напряжения и напряжения на нагрузке

**4.** Построим графики спектральных составляющих напряжения на нагрузке, используя полученное выше мгновенное значение напряжения. Эти графики показывают, что электрическая цепь, включенная между источником и нагрузкой, оказывает определенное сглаживающее действие: амплитуды спектральных составляющих уменьшаются по мере увеличения частоты. Кроме этого, заметно существенное запаздывание сигнала по отношению к напряжению источника.

*U*Н0

,В

*Um*н1

*Um*н2

3

*Um*н4

0 100 200 300 400 ω

50

40

30

20

10

*Umk*

ψ*ek*

ψ*e*2

ψ*e*4

100 200 300 400 ω

ω, рад/с

ψ*e*1

–100o

–200o

Рис. 4.6. Амплитудный (*а*) и фазовый (*б*) спектры напряжения на нагрузке

**5.** Определим действующее значение напряжения на нагрузке и среднюю мощность, рассеиваемую в ней. Действующее напряжение на нагрузке можно рассчитать по формуле:



где =31,80 В – постоянная составляющая напряжения на нагрузке;

 В – действующее значение напряжения первой гармоники;

 В – действующее значение напряжения второй гармоники;

 В – действующее значение напряжения четвертой гармоники.

Средняя мощность несинусоидального тока определяется по формуле:



где  Вт – мощность постоянной составляющей тока;

 Вт – средняя мощность первой гармоники тока;

 Вт – средняя мощность второй гармоники тока;

 Вт – средняя мощность четвертой гармоники тока.

Из полученных выражений следует, что средняя мощность почти полностью определяется постоянной составляющей и первой гармоникой тока. Вклад высших гармоник весьма незначителен и составляет всего 1,6% от полной мощности, рассеиваемой в нагрузке.

Пример выполнения:

*Дано:* К электрической цепи, схема которой приводится ниже, приложено несинусоидальное периодическое напряжение, форма которого также показана. Параметры цепи имеют следующие значения:  [Ом];  [Гн];  [мкФ]; [В];  [рад/с].

*Требуется выполнить следующие операции:*

1. представить напряжение источника *f*(*x*)=*e*(ω*t*) рядом Фурье, ограничив число членов ряда постоянной составляющей и тремя первыми гармониками.
2. построить графики спектров амплитуд и начальных фаз заданного источника.
3. определить напряжение на нагрузке , используя метод расчета по комплексным значениям;
4. построить графики спектральных составляющих для напряжения (тока) на нагрузке.
5. определить действующее значение напряжения (тока) на нагрузке и мощность, рассеиваемую в ней.

*e*(*t*)

*R*н

**

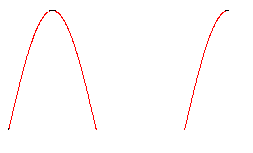




**

*R*2

**



2π

π

ω*t*

*E*M

*e*(*t*)

0

*а*) *б*)

Схема цепи (*а*) и форма входного напряжения (*б*) к примеру

*Решение*

**1.** Воспользуемся данными табл. 1 (функция ) и представим напряжение источника в виде ряда Фурье, ограниченного постоянной составляющей и тремя первыми гармониками



**2.** Построим графики спектров амплитуд и начальных фаз напряжения источника, которые изображены на рис. 4.3 *а*, *б*. При построении графиков используем масштаб, при котором одно деление по оси ординат соответствует 10 В, а по оси абсцисс – 100 Гц.

*E*0

*Emk*

*Em*1

*Em*2

3

*Em*4

0 ω1 2ω1 3ω1 4ω1 ω

60

50

40

30

20

10

ψ*ek*

–30o

–60o

–90o

ψ*e*2

ψ*e*24

0 ω1 2ω1 3ω1 4ω1 ω

ω

*а*) *б*)

Рис. 4.3. Спектры амплитуд (*а*) и фаз (*б*) входного сигнала к примеру

**3.** Теперь выполним расчет напряжения на нагрузке, используя для этого метод комплексных амплитуд.

*Для постоянной составляющей* напряжения на нагрузке, используя схему замещения, приведенную на рис. 4.4 *а*, получим следующее значение

 [В].

При выполнении этого расчета учтено, что на постоянном токе индуктивности ,  нужно заменить перемычками, а емкость  – разрывом цепи, как показано ниже на рисунке. Ток в нагрузке определим по закону Ома

 [А].

При расчете напряжения на нагрузке для гармоник ЭДС *e*(*t*) источника можно пользоваться схемой замещения, приведенной на рис 4.4 *б.* На этой схеме все элементы цепи заменены их комплексными сопротивлениями, которые имеют двойные индексы. Первый индекс соответствует порядковому номеру ветви, а второй – номеру гармоники. Комплексные значения токов в ветвях определим по формулам



где  – эквивалентное комплексное сопротивление цепи для *k*-ой гармоники напряжения источника;



в которых учтено, что ток  делится в ветвях схемы на два тока, которые обратно пропорциональны сопротивлениям ветвей.

*E*0

*R*н





*R*2

°

°

*I*0

0

**

*R*н

**





**

**

**

**

**

*а*) *б*

Рис. 4.4. Схемы для расчета постоянной (*а*) и переменных (*б*) составляющих напряжения на нагрузке

*Для первой гармоники,* пользуясь схемой замещения, получим напряжения на нагрузке

[В]; [Ом]; [Ом]; [Ом] – сопротивления цепи для первой гармоники напряжения источника.

Комплексная амплитуда тока первой гармоники источника имеет значение

[А]

Этот ток делится обратно пропорционально сопротивлениям параллельно включенных ветвей  и , поэтому ток в нагрузке

[А]

Комплексное значение напряжения на нагрузке определим по закону Ома

[В]

Полученное значение позволяет записать мгновенное значение первой гармоники напряжения на нагрузке

 [В]

*Вторую гармонику* напряжения на нагрузке определим, используя в схеме замещения рис. 4.4 *б* сопротивления цепи и напряжение источника для второй гармоники

[В]; [Ом]; [Ом]; [Ом].

Значение комплексной амплитуды тока второй гармоники в цепи источника напряжения найдем по закону Ома

[А]

Комплексную амплитуду тока второй гармоники в нагрузке *R*н найдем аналогично току первой гармоники путем деления тока источника обратно пропорционально сопротивлениям параллельно включенных ветвей

[А]

Комплексное значение напряжения второй гармоники на нагрузке найдем с помощью закона Ома

[В]

Полученное значение позволяет записать мгновенное значение второй гармоники напряжения на нагрузке

 [В]

Определение напряжения *четвертой гармоники* выполним аналогично расчету напряжения второй гармоники. Сопротивления цепи и напряжение источника для четвертой гармоники имеют значения

В; [Ом]; [Ом]; [Ом].

Комплексную амплитуду тока четвертой гармоники определим по закону Ома

[А]

Используя ток четвертой гармоники в ветви с источником напряжения, рассчитаем ток в нагрузке

[А]

Комплексное значение четвертой гармоники напряжения на нагрузке определим по закону Ома

[В]

Мгновенное значение второй гармоники напряжения на нагрузке определим по формуле

 [В]

Результирующее напряжение на нагрузке найдем путем суммирования отдельных составляющих, рассчитанных выше



Представим графики ЭДС источника *e*(*t*) и напряжения нагрузки 

0

0.02

0.04

0.06

0.08

0.1

0.12

0.14

0.16

20

0

20

40

60

80

100

*t,*c

*e*вх(*t*)

*u*н(*t*)

*e,u*н*,* В

Рис. 4.5. Графики входного напряжения и напряжения на нагрузке

**4.** Построим графики спектральных составляющих напряжения на нагрузке, используя полученное выше мгновенное значение напряжения. Эти графики показывают, что электрическая цепь, включенная между источником и нагрузкой, оказывает определенное сглаживающее действие: амплитуды спектральных составляющих уменьшаются по мере увеличения частоты. Кроме этого, заметно существенное запаздывание сигнала по отношению к напряжению источника.

*U*Н0

,В

*Um*н1

*Um*н2

3

*Um*н4

0 100 200 300 400 ω

50

40

30

20

10

*Umk*

ψ*ek*

ψ*e*2

ψ*e*4

100 200 300 400 ω

ω, рад/с

ψ*e*1

–100o

–200o

Рис. 4.6. Амплитудный (*а*) и фазовый (*б*) спектры напряжения на нагрузке

**5.** Определим действующее значение напряжения на нагрузке и среднюю мощность, рассеиваемую в ней. Действующее напряжение на нагрузке можно рассчитать по формуле:



где =31,80 В – постоянная составляющая напряжения на нагрузке;

 В – действующее значение напряжения первой гармоники;

 В – действующее значение напряжения второй гармоники;

 В – действующее значение напряжения четвертой гармоники.

Средняя мощность несинусоидального тока определяется по формуле:



где  Вт – мощность постоянной составляющей тока;

 Вт – средняя мощность первой гармоники тока;

 Вт – средняя мощность второй гармоники тока;

 Вт – средняя мощность четвертой гармоники тока.

Из полученных выражений следует, что средняя мощность почти полностью определяется постоянной составляющей и первой гармоникой тока. Вклад высших гармоник весьма незначителен и составляет всего 1,6% от полной мощности, рассеиваемой в нагрузке.

**Таблица 4. *Ряды Фурье для несинусоидальных функций рис. 4.1. [[2]](#footnote-2)\****

|  |  |
| --- | --- |
| 23 |  |

Следует помнить, что для расчетов данные функции нужно привести к виду:



Приведение осуществляется следующим образом:



1. \* В таблице приведены разложение в ряд Фурье типовых функций, графики которых приведены на рисунке. При этом приняты следующие обозначения: ,FM-амплитудное значение синусоидального тока [↑](#footnote-ref-1)
2. \* В таблице приведены разложение в ряд Фурье типовых функций, графики которых приведены на рисунке. При этом приняты следующие обозначения: . [↑](#footnote-ref-2)