университет им. А.С.Пушкина

***Контрольная работа по эконометрике***

***Задача***

Для 10 предприятийизвестны валовая продукция *х* и прибыль *у*, приходящаяся на одного работника, в тыс. руб. в год. Варианты исходных данных определяются в таблицах 1-3 по последней и предпоследней цифрам номера зачетной книжки.

Требуется:

1. Методом наименьших квадратов оценить уравнение парной линейной регрессии *у* по *х*:. Датьэкономическую интерпретацию параметров регрессии.

2. Оценить статистическую значимость параметров регрессии *а* и*b* с помощью *t*-статистики Стьюдента и путем расчета доверительного интервала для каждого из параметров (на уровне значимости *α* = 0,05).

3. Дать с помощью среднего (общего) коэффициента эластичности сравнительную оценку силы связи фактора с результатом.

4. Оценить тесноту и направление связи между переменными с помощью коэффициента корреляции 

5. Оценить качество уравнения при помощи коэффициента детерминации *.*

6. С помощью *F*-критерия Фишера оценить статистическую надежность результатов регрессионного моделирования.

7. Оценить с помощью средней ошибки аппроксимации **качество уравнения.

8. Рассчитать прогнозное значение результата , если прогнозное значение фактора  увеличится на% от его среднего уровня.

Определить доверительные интервалы прогноза для уровня значимости *α*= 0,05.

9. Оценить полученные результаты, выводы оформить в аналитической записке.

***Таблица 1***

Значения *х*

|  |  |
| --- | --- |
| № предпр. | Предпоследняя цифра номера зачетной книжки |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 400 | 440 | 380 | 440 | 390 | 400 | 440 | 390 | 440 | 380 |
| 2 | 380 | 350 | 400 | 370 | 410 | 380 | 410 | 320 | 375 | 410 |
| 3 | 350 | 400 | 320 | 340 | 350 | 400 | 375 | 350 | 340 | 400 |
| 4 | 440 | 300 | 410 | 405 | 450 | 390 | 395 | 450 | 395 | 400 |
| 5 | 410 | 340 | 350 | 400 | 360 | 425 | 400 | 315 | 400 | 300 |
| 6 | 390 | 410 | 380 | 325 | 380 | 360 | 405 | 345 | 360 | 380 |
| 7 | 320 | 370 | 405 | 410 | 395 | 315 | 380 | 405 | 425 | 320 |
| 8 | 400 | 400 | 375 | 425 | 400 | 345 | 360 | 405 | 350 | 410 |
| 9 | 380 | 450 | 325 | 390 | 315 | 325 | 405 | 400 | 390 | 400 |
| 10 | 450 | 390 | 400 | 300 | 390 | 410 | 410 | 345 | 380 | 370 |

***Таблица 2***

Значения *у*

|  |  |
| --- | --- |
| № предпр. | Последняя цифра номера зачетной книжки |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 21 | 19 | 13 | 26 | 27 | 14 | 25 | 27 | 27 | 25 |
| 2 | 19 | 23 | 17 | 24 | 19 | 15 | 27 | 20 | 22 | 18 |
| 3 | 13 | 17 | 19 | 19 | 19 | 20 | 21 | 18 | 16 | 20 |
| 4 | 17 | 13 | 21 | 12 | 21 | 21 | 23 | 20 | 24 | 24 |
| 5 | 25 | 25 | 23 | 11 | 23 | 16 | 18 | 24 | 23 | 20 |
| 6 | 27 | 27 | 25 | 14 | 25 | 26 | 27 | 19 | 13 | 21 |
| 7 | 20 | 22 | 27 | 15 | 18 | 24 | 19 | 23 | 17 | 19 |
| 8 | 18 | 16 | 21 | 20 | 20 | 19 | 19 | 17 | 19 | 13 |
| 9 | 20 | 24 | 23 | 21 | 24 | 12 | 21 | 13 | 21 | 17 |
| 10 | 24 | 23 | 18 | 16 | 20 | 11 | 23 | 25 | 23 | 25 |

***Таблица 3***

Значения*k*

|  |  |
| --- | --- |
| Предпоследняя цифра номера зачетной книжки | Последняя цифра номера зачетной книжки |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 3 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 4 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 5 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 2 |
| 6 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 2 | 3 |
| 7 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 2 | 3 | 4 |
| 8 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 9 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

*Парная регрессия -* уравнение связи двух переменных *у* и *х:*



где *у —* зависимая переменная (результативный признак);

*х —* независимая, объясняющая переменная (признак-фактор).

Различают *линейные* и *нелинейные* регрессии.

*Линейная регрессия:* 

*Нелинейные регрессии* делятся на два класса: регрессии, нели­нейные относительно включенных в анализ объясняющих перемен­ных, но линейные по оцениваемым параметрам, и регрессии, нели­нейные по оцениваемым параметрам.

Регрессии, *нелинейные по объясняющим переменным:*

*•* полиномы разных степеней 

• равносторонняя гипербола 

Регрессии, *нелинейные по оцениваемым параметрам:*

*•* степенная 

• показательная 

• экспоненциальная 

Построение уравнения регрессии сводится к оценке ее параметров. Для оценки параметров регрессий, линейных по параметрам, используют *метод наименьших квадратов* (МНК)*.* МНК позволяет получить такие оценки параметров, при которых сумма квадратов отклонений фактических значений результативного признака *у* от теоретических ** минимальна, т.е.



Для линейных и нелинейных уравнений, приводимых к линейным, решается следующая система относительно *а* и *b:*



Можно воспользоваться готовыми формулами, которые вытека­ют из этой системы:

Тесноту связи изучаемых явлений оценивает *линейный коэффициент парной корреляцииrxy*, для линейной регрессии:



и *индекс корреляции * для нелинейной регрессии  :



Оценку качества построенной модели даст коэффициент (индекс) детерминации, а также средняя ошибка аппроксимации.

*Средняя ошибка аппроксимации -* среднее отклонение расчетных значений от фактических:



 Допустимый предел значений  *-* не более 8 - 10%.

*Средний коэффициент эластичности* показывает, на сколько процентов в среднем по совокупности изменится результат *у*от своей средней величины при изменении фактора x на 1% от своего среднего значения:

.

Задача *дисперсионного анализа* состоит в анализе дисперсии за­висимой переменной:



где - общая сумма квадратов отклонений;

*-* сумма квадратов отклонений, обусловленная регрессией («объясненная» или «факторная»);

- остаточная сумма квадратов отклонений.

Долю дисперсии, объясняемую регрессией, в общей дисперсии результативного признака *у* характеризует *коэффициент (индекс) детерминации R2:*

.

Коэффициент детерминации - квадрат коэффициента или индекса корреляции.

*F-mecm -* оценивание качества уравнения регрессии - состоит в проверке гипотезы *Н0*о *статистической незначимости уравнения регрессии* и *показателя тесноты связи.* Для этого выполняется сравнение фактического *Fфакт* и критического (табличного) *Fтабл* зна­чений *F-критерия Фишера.Fфакт* определяется из соотношения значений факторной и остаточной дисперсий, рассчитанных на одну степень свободы:



где *п -* число единиц совокупности;

*т -* число параметров при переменных *х.*

*Fтабл* - это максимально возможное значение критерия под влия­нием случайных факторов при данных степенях свободы и уровне значимости *.* Уровень значимости - вероятность отвергнуть пра­вильную гипотезу при условии, что она верна. Обычно принимается равной 0,05 или 0,01.

Если *Fтабл<Fфакт*, то *Н0 -* гипотеза о случайной природе оцениваемых характеристик отклоняется и признается их статистическая значимость и надежность. Если *Fтабл>Fфакт*, то гипотеза *Н0* не отклоняется и признается статистическая незначимость, ненадежность уравнения регрессии.

Для оценки *статистической значимости коэффициентов регрессии и корреляции* рассчитываются *t-критерий Стьюдента* и *доверительные интервалы* каждого из показателей. Выдвигается гипотеза *Н0* о случайной природе показателей, т.е. о незначимом их отличии от нуля. Оценка значимости коэффициентов регрессии и кор­реляции с помощью *t*-критерия Стьюдента проводится путем сопоставления их значений с величиной случайной ошибки:



*Случайные ошибки* параметров линейной регрессии и коэффициента корреляции определяются по формулам:

==.





Сравнивая фактическое и критическое (табличное) значения t-статистики - tтабл и tфакт - принимаем или отвергаем гипотезу *Н0*.

Связь между F-критерием Фишера и *t*-статистикой Стьюдента выражается равенством



Если *tтабл<tфакт*, то *Н0* отклоняется, т.е. *a, b* и *rxу* не случайно отличаются от нуля и сформировались под влиянием систематически действующего фактора *х.* Если *tтабл>tфакт*, то гипотеза *Н0* не отклоняется и признается случайная природа формирования *а*, *b* или *rxу.*

Для расчета доверительного интервала определяем *предельную ошибку*Δ для каждого показателя:

, .

Формулы для расчета *доверительных интервалов* имеют сле­дующий вид:





Если в границы доверительного интервала попадает ноль, т.е. нижняя граница отрицательна, а верхняя положительна, то оцениваемый параметр принимается нулевым, так как он не может одновременно принимать и положительное, и отрицательное значения.

*Прогнозное значение * определяется путем подстановки в уравнение регрессии  соответствующего (прогнозного) значения *.* Вычисляется *средняя стандартная ошибка прогноза :*

,

где 

и строится *доверительный интервал прогноза:*

где 

**Литература.**

1. Айвазян С.А., МхитарянB.C. Прикладная статистика и основы эконометрики: Учебник. - М.: ЮНИТИ, 1998.

2. ДжонстонДж. Эконометрические методы. - М.: Ста­тистика, 1980.

3. Доугерти К. Введение в эконометрику. — М.: Финансы и статистика, 1999.

4. Елисеева И.И., Юзбашев М.М. Общая теория статисти­ки.— 4-е изд., перераб. и доп. — М.: Финансы и стати­стика, 2001.

5. Кейн Э. Экономическая статистика и эконометрия. Введение в количественный экономический анализ. — М.: Статистика, 1977. - Вып. 1.

6. Кремер Н. Ш., Путко Б. А. Эконометрика. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002.

7. Ланге О. Введение в эконометрику / Пер. с польск. -М.: Прогресс, 1964.

8. Лизер С. Эконометрические методы и задачи. — М.: Статистика, 1971.

9. Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. Экономе­трика: Начальный курс. - М.: Дело, 1998.

10. Маленво Э. Статистические методы эконометрии. — М.: Статистика, 1976.

11.Тинтнер Г. Введение в эконометрию. — М.: Финансы и статистика, 1965.

12.Фишер Ф. Проблема идентификации в эконометрии. — М.: Статистика, 1978.

13.Четыркин ЕМ. Статистические методы прогнозирова­ния. — М.: Статистика, 1977.

14. Эконометрика/Под ред. Н.И. Елисеевой. — М.: Финан­сы и статистика, 2001.

15. Практикум по эконометрике/Под ред. Н.И. Елисеевой. — М.: Финан­сы и статистика, 2001.