

МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ (МИИТ)

Кафедра «Прикладная математика-1»

Е.Б.Арутюнян, Е.В.Родина

Утверждено
редакционно-издательским
советом университета

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ
И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Типовые расчеты
для студентов
специальностей АТС, УВМ и УНК

Москва – 2003

УДК 514

А 79

Арутюнян Е.Б., Родина Е.В. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. Типовые расчеты для студентов специальностей АТС, УВМ и УНК. М.: МИИТ, 2003. – 40 с.

Сборник содержит два типовых расчета по аналитической геометрии и один – по линейной алгебре. Предназначен для самостоятельной работы студентов специальностей АТС (курс «Высшая математика»), УВМ и УНК (курс «Алгебра и геометрия») в первом семестре.

©Московский государственный
университет путей сообщения
(МИИТ). 2003

Раздел 1. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ № 1

Прямая линия на плоскости.

Кривые второго порядка

Задание 1.

Доказать, что точки A , B , C не лежат на одной прямой.

Задание 2.

Составить уравнения прямых, содержащих стороны треугольника ABC .

Задание 3.

Составить уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно стороне AB .

Задание 4.

Определить взаимное расположение прямой M_1M_2 и прямых, содержащих стороны треугольника ABC .

Задание 5.

Составить уравнение прямой, содержащей медиану AM .

Задание 6.

Составить уравнение прямой, содержащей высоту CH .

Задание 7.

Определить координаты центра тяжести треугольника ABC (точки пересечения медиан).

Задание 8.

Определить периметр треугольника ABC .

Задание 9.

Определить длину высоты CH .

Задание 10.

Определить площадь треугольника ABC .

Задание 11.

Определить углы треугольника ABC .

Задание 12.

Составить уравнение прямой $A'B'$, симметричной прямой AB относительно точки C . Сделать чертеж.

1. $A(-5;2)$, $B(5;7)$, $C(1;-1)$, $M_1(1;2)$, $M_2(5;4)$.
2. $A(-2;10)$, $B(13;5)$, $C(1;1)$, $M_1(5;5)$, $M_2(11;7)$.
3. $A(3;-1)$, $B(-7;-6)$, $C(-3;2)$, $M_1(-3;-1)$, $M_2(-7;-3)$.
4. $A(3;-9)$, $B(-12;-4)$, $C(0;0)$, $M_1(-4;-4)$, $M_2(-10;-6)$.
5. $A(-12;9)$, $B(12;16)$, $C(0;0)$, $M_1(10;-3)$, $M_2(-2;6)$.

6. $A(-7;4)$, $B(3;9)$, $C(-1;1)$, $M_1(-1;4)$, $M_2(3;6)$.
7. $A(-4;10)$, $B(11;5)$, $C(-1;1)$, $M_1(3;5)$, $M_2(9;7)$.
8. $A(-1;-4)$, $B(-11;-9)$, $C(-7;-1)$, $M_1(-7;-4)$, $M_2(-11;-6)$.
9. $A(3;3)$, $B(-12;2)$, $C(0;6)$, $M_1(-4;2)$, $M_2(-10;0)$.
10. $A(-11;8)$, $B(13;15)$, $C(1;-1)$, $M_1(11;-4)$, $M_2(-1;5)$.
11. $A(-4;2)$, $B(6;7)$, $C(2;-1)$, $M_1(2;2)$, $M_2(6;4)$.
12. $A(-2;8)$, $B(13;3)$, $C(1;-1)$, $M_1(5;3)$, $M_2(11;5)$.
13. $A(9;-5)$, $B(-1;-10)$, $C(3;-2)$, $M_1(3;-5)$, $M_2(-1;-7)$.
14. $A(-2;-8)$, $B(-17;-3)$, $C(-5;1)$, $M_1(-9;-3)$, $M_2(-15;-5)$.
15. $A(-13;10)$, $B(11;17)$, $C(-1;1)$, $M_1(9;-2)$, $M_2(-3;7)$.
16. $A(1;8)$, $B(11;13)$, $C(7;5)$, $M_1(7;8)$, $M_2(11;10)$.
17. $A(-1;9)$, $B(14;4)$, $C(2;0)$, $M_1(6;4)$, $M_2(12;6)$.
18. $A(0;-3)$, $B(-10;-8)$, $C(-6;0)$, $M_1(-6;-3)$, $M_2(-10;-5)$.
19. $A(-1;-7)$, $B(-16;-2)$, $C(-4;2)$, $M_1(-8;-2)$, $M_2(-14;-4)$.
20. $A(-10;8)$, $B(14;15)$, $C(2;-1)$, $M_1(12;-4)$, $M_2(0;5)$.
21. $A(-8;6)$, $B(2;11)$, $C(-2;3)$, $M_1(-2;6)$, $M_2(2;8)$.
22. $A(-3;11)$, $B(12;6)$, $C(0;2)$, $M_1(4;6)$, $M_2(10;8)$.
23. $A(6;-7)$, $B(-4;-12)$, $C(0;-4)$, $M_1(0;-7)$, $M_2(-4;-9)$.
24. $A(0;-6)$, $B(-15;-1)$, $C(-3;-3)$, $M_1(-7;-1)$, $M_2(-13;-3)$.
25. $A(-5;14)$, $B(19;21)$, $C(7;5)$, $M_1(17;2)$, $M_2(5;11)$.
26. $A(-6;7)$, $B(4;12)$, $C(0;4)$, $M_1(0;7)$, $M_2(4;9)$.
27. $A(0;6)$, $B(15;1)$, $C(3;-3)$, $M_1(7;1)$, $M_2(13;3)$.
28. $A(8;-6)$, $B(-2;-11)$, $C(2;-3)$, $M_1(2;-6)$, $M_2(-2;-8)$.
29. $A(3;-11)$, $B(-12;-6)$, $C(0;-2)$, $M_1(-4;-6)$, $M_2(-10;-8)$.
30. $A(-14;12)$, $B(10;19)$, $C(-2;3)$, $M_1(8;0)$, $M_2(-4;9)$.

Задание 13.

Построить указанные кривые второго порядка в прямоугольной декартовой системе координат.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЯ 13

1. а) $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9$; 2. а) $(x+3)^2 + (y-5)^2 = 4$;

б) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$;
в) $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{25} = 1$;
г) $y^2 = 9x$.

3. а) $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 16$; 4. а) $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$;

б) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$;
в) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$;
г) $y^2 = 5x$.

5. а) $(x+3)^2 + (y+3)^2 = 4$; 6. а) $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 1$;

б) $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$;
в) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9} = 1$;
г) $y^2 = 3x$.

7. а) $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 36$; 8. а) $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 49$;

б) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$;
в) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$;
г) $y^2 = 2x$.

9. а) $(x+4)^2 + (y-4)^2 = 9$; 10. а) $(x-5)^2 + (y+1)^2 = 4$;

б) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$;
в) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$;

б) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{16} = 1$;
в) $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{9} = 1$;
г) $y^2 = x$.

11. а) $(x+5)^2 + (y-6)^2 = 16$; 12. а) $(x-1)^2 + (y+5)^2 = 1$;

б) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$;
в) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{25} = 1$;
г) $y^2 = -9x$.

13. а) $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 25$; 14. а) $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 36$;

б) $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{9} = 1$;
в) $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{16} = 1$;
г) $y^2 = -5x$.

15. а) $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 49$; 16. а) $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 9$;

б) $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{16} = 1$;
в) $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$;
г) $y^2 = -3x$.

17. а) $(x-5)^2 + (y+3)^2 = 4$; 18. а) $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 16$;

б) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{49} = 1$;
в) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{25} = 1$;
г) $y^2 = -2x$.

19. а) $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 25$; 20. а) $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 4$;

$$6) \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1;$$

$$в) \frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{64} = 1;$$

$$г) y^2 = -8x.$$

$$6) \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{49} = 1;$$

$$в) \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{36} = 1;$$

$$г) y^2 = -8x.$$

$$21. а) (x+1)^2 + (y-1)^2 = 1; \quad 22. а) (x-1)^2 + (y+2)^2 = 36;$$

$$б) \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1;$$

$$в) \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{9} = 1;$$

$$г) x^2 = 9y.$$

$$б) \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1;$$

$$в) \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{16} = 1;$$

$$г) x^2 = 7y$$

$$23. а) (x+2)^2 + (y-4)^2 = 49; \quad 24. а) (x-4)^2 + (y+4)^2 = 9;$$

$$б) \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{49} = 1;$$

$$в) \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{25} = 1;$$

$$г) x^2 = 5y.$$

$$б) \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36} = 1;$$

$$в) \frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{36} = 1;$$

$$г) x^2 = 16y.$$

$$25. а) (x+1)^2 + (y-5)^2 = 4; \quad 26. а) (x-6)^2 + (y+5)^2 = 16;$$

$$б) \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{25} = 1;$$

$$в) \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{49} = 1;$$

$$г) x^2 = 3y.$$

$$б) \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{49} = 1;$$

$$в) \frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{36} = 1;$$

$$г) x^2 = 4y.$$

$$27. а) (x-3)^2 + (y+1)^2 = 25; \quad 28. а) (x-2)^2 + (y-3)^2 = 36;$$

$$б) \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{49} = 1;$$

$$в) \frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{49} = 1;$$

$$б) \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{49} = 1;$$

$$в) \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{36} = 1;$$

$$г) x^2 = 6y.$$

$$г) x^2 = y.$$

$$29. а) (x+4)^2 + (y+2)^2 = 49; \quad 30. а) (x+5)^2 + (y-1)^2 = 1;$$

$$б) \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{64} = 1;$$

$$б) \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1;$$

$$в) \frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{64} = 1;$$

$$в) \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{25} = 1;$$

$$г) x^2 = 8y.$$

$$г) x^2 = 2y.$$

Задание 14.

Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и построить данную кривую в исходной системе координат. Указать формулы перехода от исходной системы координат к канонической.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЯ 14

$$1. 9y^2 - 4x^2 + 18y - 8x - 31 = 0.$$

$$2. x^2 + 2y - 4x + 6 = 0.$$

$$3. 4y^2 + 9x^2 + 36x = 0.$$

$$4. x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0.$$

$$5. x^2 - 2x - 9y + 1 = 0.$$

$$6. x^2 - 4x - 5 = 0.$$

$$7. y^2 + 6y + 9 = 0.$$

$$8. 4y^2 - 25x^2 + 8y - 96 = 0.$$

$$9. y^2 + 4x^2 - 2y - 8x + 1 = 0.$$

$$10. y^2 + 2y - 3 = 0.$$

$$11. x^2 - 10x + 25 = 0.$$

$$12. x^2 + 2x - 3y + 7 = 0.$$

$$13. 9x^2 - 4y^2 - 36x + 16y - 16 = 0.$$

$$14. x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0.$$

$$15. x^2 - 8x + 16 = 0.$$

$$16. 9y^2 + x^2 - 2x - 8 = 0.$$

$$17. x^2 - 12x + 20 = 0.$$

$$18. x^2 + y^2 - 8x + 4y + 20 = 0.$$

19. $y^2 + 8y + 15 = 0$.
 20. $y^2 - 9x^2 + 6y + 36x - 27 = 0$.
 21. $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 17 = 0$.
 22. $y^2 + 2y - 4x - 10 = 0$.
 23. $y^2 - 4y + x + 8 = 0$.
 24. $4x^2 + 9y^2 + 8x + 18y - 23 = 0$.
 25. $x^2 - 10x + 25 = 0$.
 26. $4y^2 - 9x^2 + 8y - 18x - 5 = 0$.
 27. $16x^2 - 25y^2 + 64x - 50y - 361 = 0$.
 28. $4y^2 - x^2 + 8y - 2x + 3 = 0$.
 29. $y^2 + 6y + x + 9 = 0$.
 30. $x^2 - y^2 + 8y - 16 = 0$.

Задание 15.

Построить данные линии в прямоугольной системе координат и заштриховать ограниченные ими области.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЯ 15

1. $x^2 = (y + 1)$; $5x + 2y - 10 = 0$; $y = \frac{5}{4}$.
 2. $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{9} = 1$; $2x + 3y - 12 = 0$; $2x - 3y + 12 = 0$.
 3. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$; $x^2 = y$; $2x - 3y + 15 = 0$.
 4. $x^2 = -y$; $(x - 4)^2 = -y$; $y = 0$.
 5. $y = \frac{1}{x}$; $x - y = 0$; $x = 4$.
 6. $(y - 2)^2 = x$; $(x - 4)^2 + (y + 4)^2 = 16$; $x = 4$.
 7. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$; $x^2 - y^2 = 1$; $x + 5 = 0$.
 8. $(x - 2)^2 + y^2 = 4$; $y^2 = -(x - 2)$; $x = -2$.
 9. $y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$; $x - 3y - 9 = 0$; $y = -1$.

10. $y^2 = -(x - 2)$; $(x - 2)^2 = y$; $x - 1 = 0$.
 11. $x^2 = -(y - 4)$; $2x - y - 4 = 0$; $y - 4 = 0$.
 12. $y = -\frac{1}{x}$; $x - 2 = 0$; $3x + 4y = 12$.
 13. $(y + 2)^2 = -x$; $x = 0$; $y - 1 = 0$.
 14. $x^2 = -(y - 2)$; $x^2 = y + 2$; $y - 4 = 0$.
 15. $(x - 5)^2 + (y - 2)^2 = 1$; $(y - 5)^2 = (x - 5)^2$; $y = 0$.
 16. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$; $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$; $y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$.
 17. $y = \frac{1}{x}$; $x - 5 = 0$; $y - 4 = 0$.
 18. $(x + 3)^2 = -(y - 2)$; $7x + 3y + 21 = 0$; $x - 3y - 21 = 0$.
 19. $(y - 6)^2 = x$; $y^2 = x$; $x = 0$.
 20. $(y - 1)^2 = x + 1$; $x + 1 = 0$; $4x + 3y - 11 = 0$.
 21. $y^2 = x$; $(y - 1)^2 = -(x - 4)$; $x + 2 = 0$.

22. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$; $(x - 4)^2 + y^2 = 1$; $x - 6 = 0$.
 23. $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{16} = 1$; $(x - 1)^2 + y^2 = 1$; $x = 0$.
 24. $y^2 = -(x + 1)$; $y^2 = x + 3$; $x - 2 = 0$.
 25. $x^2 = y$; $x^2 + (y - 3)^2 = 1$; $y - 3,5 = 0$.
 26. $x^2 + y^2 = 4$; $x^2 + (y - 6)^2 = 4$; $x^2 = 4$.
 27. $(x - 2)^2 = y - 2$; $(x - 2)^2 = y + 2$; $(x - 2)^2 = 2$.
 28. $y^2 = x + 4$; $x - 3y + 6 = 0$; $x + 3y + 6 = 0$.
 29. $y = -\frac{1}{x}$; $x^2 = y - 3$; $y - 3 = 0$.
 30. $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{9} = 1$; $x^2 = 9$; $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$;

Задание 16.
Построить линию в полярной системе координат.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЯ 16

1. $\rho = \cos^2\varphi$. 2. $\rho = 3\sin^2\varphi$. 3. $\rho = \sin 4\varphi$.
 4. $\rho = 3\cos 3\varphi$. 5. $\rho = 1 + \sin(\varphi + 1)$. 6. $\rho = 2\cos\varphi$.
 7. $\rho = \frac{2}{\varphi}$. 8. $\rho = 1 - 2\sin\varphi$. 9. $\rho = 1 - \cos\varphi$.
 10. $\rho = 1 + 2\cos\varphi$. 11. $\rho = -4\sin\varphi$. 12. $\rho = -\frac{2}{\varphi}$.
 13. $\rho = 2^\varphi$. 14. $\rho = 1 - \sin 2\varphi$. 15. $\rho = \frac{2}{\cos\varphi}$
 16. $\rho = (0,5)^\varphi$. 17. $\rho = \frac{1}{2\sin\varphi}$. 18. $\rho = -\frac{1}{\cos\varphi}$.
 19. $\rho = -2\varphi$. 20. $\rho = 0,5\varphi$. 21. $\rho = \frac{1}{\cos\varphi + 1}$.
 22. $\rho = \frac{1}{1 - \cos\varphi}$. 23. $\rho = \frac{3}{\sin\varphi}$. 24. $\rho = \frac{1}{2\sin\varphi}$.
 25. $\rho = \frac{1}{2 - \sin\varphi}$. 26. $\rho = \frac{1}{\sin\varphi + \cos\varphi}$. 27. $\rho = \frac{1}{\cos\varphi + 2\sin\varphi}$.
 28. $\rho = \frac{1}{\cos\varphi + 3\sin\varphi}$. 29. $\rho = \frac{1}{\cos\varphi - \sin\varphi}$. 30. $\rho = \frac{1}{2\cos\varphi + 3\sin\varphi}$

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ № 2

Плоскости и прямые в пространстве.

Поверхности второго порядка

Задание 1.

Доказать, что точки A , B , C , D не лежат в одной плоскости.

Задание 2.

Составить уравнения плоскостей, содержащих грани пирамиды $ABCD$.

Задание 3.

Составить уравнение плоскости, проходящей через вершину D пирамиды параллельно грани ABC .

Задание 4.

Составить уравнение плоскости, проходящей через ребро AB параллельно ребру CD .

Задание 5.

Составить уравнение прямой, содержащей ребро CD .

Задание 6.

Составить уравнение прямой, проходящей через точку B параллельно ребру AC .

Задание 7.

Найти объем пирамиды $ABCD$.

Задание 8.

Найти длину высоты пирамиды $ABCD$, опущенной из вершины D .

Задание 9.

Найти площадь грани ABC пирамиды $ABCD$.

Задание 10.

Найти величину двугранного угла при ребре AB .

Задание 11.

Составить уравнение плоскости, проходящей через точку D перпендикулярно ребру AB .

Задание 12.

Составить уравнение прямой, содержащей высоту DH пирамиды $ABCD$.

Задание 13.

Найти координаты основания H высоты пирамиды $ABCD$, опущенной из вершины D .

В А Р И А Н Т Ы З А Д А Н И Й 1-13

- | | | | |
|----|-------------|--------------|-------------|
| 1. | A(-2;1;1); | B(-5;1;-2); | C(-3;0;3); |
| 2. | A(-3;-4;1); | B(-2;-3;-5); | C(0;0;0); |
| 3. | A(-2;4;5); | B(1;3;-4); | C(-5;-5;1); |
| 4. | A(-1;2;0); | B(-4;2;-3); | C(-2;1;2); |
| 5. | A(-2;-3;0); | B(-1;-2;-6); | C(1;1;-1); |
| | | | D(-6;0;1). |
| | | | D(-6;0;3). |
| | | | D(-1;2;-2). |
| | | | D(-5;1;0). |
| | | | D(-5;1;2). |

6. A(-1;5;-6); B(2;4;-5); C(-4;-4;0); D(0;3;-3).
 7. A(-3;2;2); B(-6;2;-1); C(-4;1;4); D(-7;1;2).
 8. A(-4;-3;2); B(-3;-2;-4); C(-1;1;1); D(-7;1;4).
 9. A(-3;5;-4); B(0;4;-3); C(-6;-4;2); D(-2;3;-1).
 10. A(0;1;1); B(-3;1;-2); C(-1;0;3); D(-4;0;1).
 11. A(1;-2;1); B(1;-5;-2); C(0;-3;3); D(0;-6;1).
 12. A(-4;-3;1); B(-3;-2;-5); C(0;0;0); D(0;-6;3).
 13. A(4;-2;-5); B(3;1;-4); C(-5;-5;1); D(2;-1;-2).
 14. A(2;-1;0); B(2;-4;-3); C(1;-2;2); D(1;-5;0).
 15. A(-3;-2;0); B(-2;-1;-6); C(1;1;-1); D(1;-5;2).
 16. A(5;-1;-6); B(4;2;-5); C(-4;-4;0); D(3;0;-3).
 17. A(2;-3;2); B(2;-6;-1); C(1;-4;4); D(1;-7;2).
 18. A(-3;-4;2); B(-2;-3;-4); C(1;-1;1); D(1;-7;4).
 19. A(5;-3;-4); B(4;0;-3); C(-4;-6;2); D(3;-2;-1).
 20. A(1;0;1); B(1;-3;-2); C(0;-1;3); D(0;-4;1).
 21. A(1;0;1); B(-2;1;-5); C(3;0;-3); D(1;0;-6).
 22. A(1;-4;-3); B(-5;-3;-2); C(0;0;0); D(3;0;-6).
 23. A(-5;4;-2); B(-4;3;1); C(1;-5;-5); D(-2;2;-1).
 24. A(0;2;-1); B(-3;2;-4); C(2;1;-2); D(0;1;-5).
 25. A(0;-3;-2); B(-6;-2;-1); C(-1;1;1); D(2;1;-5).
 26. A(-6;5;-1); B(-5;4;2); C(0;-4;-4); D(-3;3;0).
 27. A(2;2;-3); B(-1;2;-6); C(4;1;-4); D(2;1;-7).
 28. A(2;-3;-4); B(-4;-2;-3); C(1;1;-1); D(4;1;-7).
 29. A(-4;5;-3); B(-3;4;0); C(2;-4;-6); D(-1;3;-2).
 30. A(1;1;0); B(-2;1;-3); C(3;0;-1); D(1;0;-4).

Задание 14.

Методом сечений определить вид поверхности. Сделать чертеж.

В А Р И А Н Т Ы З А Д А Н И Я 14

1. $x^2 - 4y^2 + 4z^2 = 16$. 2. $4x^2 - 12y + 3z^2 = 0$.
 3. $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 18$. 4. $4x^2 - y^2 - z^2 = 4$.
 5. $16x^2 + 9y^2 - 4z^2 = 0$. 6. $3x^2 + 4y^2 - 12z = 0$.
 7. $5x^2 + 5y^2 - 4z^2 = 20$. 8. $9x^2 - y^2 - z^2 = 9$.

9. $x^2 + 4y^2 + 2z^2 = 4$. 10. $9x^2 - 4y^2 + 9z^2 = 0$.
 11. $x^2 - 16y^2 - z^2 = 16$. 12. $4x^2 + 3y^2 - 6z^2 = 0$.
 13. $4x^2 + 3y^2 + 4z^2 = 12$. 14. $-9x^2 + 9y^2 + 4z^2 = 0$.
 15. $x^2 - y^2 - 2z = 0$. 16. $x^2 + y^2 = 4$.
 17. $x^2 + y^2 - 8z = 0$. 18. $4x^2 - 4z^2 = 16$.
 19. $16x^2 + y^2 - z^2 = 16$. 20. $y^2 - 4z = 0$.
 21. $4x^2 - y^2 = 0$. 22. $-x^2 + 16y^2 - z^2 = 16$.
 23. $4y^2 - z^2 = 8x$. 24. $2z^2 - 5 = 0$.
 25. $9x^2 - 4y^2 = 36$. 26. $4x^2 - 4y^2 + z^2 = 16$.
 27. $4x^2 + 3y^2 - 12z = 0$. 28. $-x^2 - 16y^2 + z^2 = 16$.
 29. $x^2 + z^2 = 9$. 30. $x^2 - 4y^2 = 0$.

Задание 15.

Выделением полных квадратов и переносом начала координат привести уравнение поверхности к канонической форме и определить ее вид.

В А Р И А Н Т Ы З А Д А Н И Я 15

1. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 8y - 6z + 20 = 0$.
 2. $4x^2 + y^2 - 8z^2 + 8x - 4y + 16z - 32 = 0$.
 3. $9x^2 - 4y^2 - 36z^2 - 18x - 16y - 216z - 367 = 0$.
 4. $3x^2 + y^2 + 2z^2 - 12x - 6y + 4z - 13 = 0$.
 5. $2x^2 - 3z^2 + 4x + 2y + 6z + 1 = 0$.
 6. $x^2 + 4y^2 - 9z^2 - 2x - 16y - 18z + 45 = 0$.
 7. $2x^2 + 3y^2 + 12x - 12y - 18z + 30 = 0$.
 8. $y^2 - 8x - 2y + 4 = 0$.
 9. $4x^2 - 6y^2 + 9z^2 + 24x + 12y + 36z + 30 = 0$.
 10. $3x^2 + 2y^2 + 4z^2 + 18x - 4y - 16z + 33 = 0$.
 11. $2x^2 + 3y^2 - 4x + 6y - 12z + 14 = 0$.
 12. $8x^2 - 6y^2 - 3z^2 + 16x - 12y + 18z - 49 = 0$.
 13. $20x^2 + 15y^2 - 12z^2 - 120x + 30y + 72z + 87 = 0$.
 14. $4x^2 + 6y^2 + 9z^2 + 24x - 12y - 36z + 42 = 0$.
 15. $3x^2 + 4y^2 - 6x - 56y + 187 = 0$.
 16. $x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 2y - 4z - 2 = 0$.
 17. $3y^2 - 4z^2 - 6y + 56z - 205 = 0$.

$$18. 2y^2 - 3z^2 - 12x - 4y - 6z - 10 = 0.$$

$$19. 2x^2 - 3y^2 - 4x - 6y - 12z - 10 = 0.$$

$$20. 4x^2 + 6y^2 - 9z^2 + 8x - 12y + 54z - 107 = 0.$$

$$21. 3x^2 - 4y^2 - 6x + 56y - 205 = 0.$$

$$22. 8x^2 - 6y^2 + 3z^2 + 16x + 12y - 18z + 5 = 0.$$

$$23. 20x^2 - 15y^2 + 12z^2 - 120x - 30y - 72z + 273 = 0.$$

$$24. -4x^2 - 6y^2 + 9z^2 - 8x + 12y - 54z + 35 = 0.$$

$$25. 2y^2 + 3z^2 - 12x - 4y + 6z + 14 = 0.$$

$$26. x^2 + y^2 + z^2 + 8x - 4y - 6z + 20 = 0.$$

$$27. x^2 - 9y^2 + 4z^2 - 2x - 18y - 16z + 45 = 0.$$

$$28. 3y^2 + 2z^2 - 12x + 6y - 4z + 14 = 0.$$

$$29. x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 4y - 2z - 2 = 0.$$

$$30. 3x^2 - 4z^2 - 6x + 56z - 205 = 0.$$

Раздел 2. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ № 3

Задание 1.

Вычислить определители матриц A и B .

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЯ 1

$$1. \text{a) } A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 \\ -6 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \text{б) } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 7 & 10 \\ 3 & 5 & -3 & 2 \\ -4 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$2. \text{а) } A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & 3 \end{pmatrix}; \text{б) } B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -4 & 3 \\ 1 & 0 & 5 & -2 \\ 1 & 3 & 2 & -4 \\ -2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$3. \text{а) } A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & -3 \\ 4 & 2 & 7 \\ 5 & 0 & -2 \end{pmatrix}; \text{б) } B = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & -5 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$4. \text{а) } A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \text{б) } B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 \\ 5 & -3 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 5 & 3 \\ 1 & 6 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$5. \text{а) } A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}; \text{б) } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 \\ -2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$6. \text{а) } A = \begin{pmatrix} 7 & 0 & -4 \\ 2 & 3 & 6 \\ 5 & 0 & -2 \end{pmatrix}; \text{б) } B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -4 & 1 \\ 2 & 5 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 4 & -3 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$7. \text{а) } A = \begin{pmatrix} 6 & 8 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ -3 & 5 & -1 \end{pmatrix}; \text{б) } B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 \\ 4 & -2 & 7 & 8 \\ -6 & 4 & -9 & 0 \\ -2 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$8. \text{а) } A = \begin{pmatrix} 8 & 6 & 1 \\ -5 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \text{б) } B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & -5 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$9. \text{а) } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -6 \\ 2 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \text{б) } B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 & 1 \\ 5 & -4 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -4 & 5 \end{pmatrix}.$$

10. a) $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 0 \\ -5 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$; 6) $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -5 & 4 \\ 1 & -2 & -4 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

11. a) $A = \begin{pmatrix} 7 & 0 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 6 & 0 & -2 \end{pmatrix}$; 6) $B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & -4 & 5 & -2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ -5 & 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$.

12. a) $A = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 3 \\ -7 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$; 6) $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & 5 & -1 \\ 2 & 4 & 6 & -3 \\ 0 & 2 & 4 & -4 \end{pmatrix}$.

13. a) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & -1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$; 6) $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 & -4 \\ 2 & 3 & 0 & -1 \\ -2 & -3 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

14. a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 4 & 7 & -5 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$; 6) $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -4 & 1 \\ 1 & 5 & 3 & -4 \\ 1 & 3 & 0 & -2 \\ 3 & -2 & -5 & 1 \end{pmatrix}$.

15. a) $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 0 \\ 0 & 8 & 6 \\ 0 & -4 & -2 \end{pmatrix}$; 6) $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & -5 \\ -2 & 3 & -5 & 1 \\ -1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

16. a) $A = \begin{pmatrix} 9 & -5 & 0 \\ 7 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$; 6) $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 2 \\ 3 & 5 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.

17. a) $A = \begin{pmatrix} 10 & -8 & 0 \\ 6 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$; 6) $B = \begin{pmatrix} 3 & -4 & -5 & 1 \\ 2 & 3 & -1 & 4 \\ 2 & -5 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$.

18. a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$; 6) $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 & 3 \\ 2 & 5 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

19. a) $A = \begin{pmatrix} -7 & 0 & -1 \\ 0 & 7 & 2 \\ 0 & -6 & -1 \end{pmatrix}$; 6) $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ -3 & -4 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}$.

20. a) $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 2 & 8 & 3 \\ 3 & 7 & -2 \end{pmatrix}$; 6) $B = \begin{pmatrix} 4 & 6 & -2 & 1 \\ 2 & -3 & -4 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & -3 \\ 2 & 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.

21. a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$; 6) $B = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 6 & 2 \\ 1 & -2 & -1 & 4 \\ 1 & 5 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & -4 & 0 \end{pmatrix}$.

22. a) $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 4 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & -4 \end{pmatrix}$; 6) $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 & 5 \\ 1 & 4 & -2 & 3 \\ 1 & 5 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$.

23. a) $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ -9 & 0 & -5 \end{pmatrix}$; 6) $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & -3 \\ 5 & 7 & -6 & 1 \\ -4 & 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.

$$24. \text{a) } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \text{ б) } B = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & 5 & 2 & 3 \\ -2 & -3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$25. \text{a) } A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & -6 & -4 \end{pmatrix}; \text{ б) } B = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 3 & 6 \\ 1 & -5 & 3 & 2 \\ -2 & 5 & 2 & -4 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$26. \text{a) } A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 7 & -5 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}; \text{ б) } B = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & -2 & 2 & -6 \\ 4 & 0 & 6 & 5 \\ -1 & 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$27. \text{a) } A = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 5 \\ -3 & -6 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}; \text{ б) } B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 4 \\ 2 & 0 & 5 & 3 \\ 1 & -2 & -3 & 0 \\ 1 & -2 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$28. \text{a) } A = \begin{pmatrix} 6 & -4 & 9 \\ 9 & -7 & 0 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}; \text{ б) } B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 & 2 \\ 3 & -4 & 5 & -3 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$29. \text{a) } A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & -1 \end{pmatrix}; \text{ б) } B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 & 1 \\ 2 & 5 & 1 & 3 \\ -2 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$30. \text{a) } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -2 \\ 1 & 3 & -3 \end{pmatrix}; \text{ б) } B = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 & 6 \\ 2 & 5 & 8 & 1 \\ -3 & -6 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание 2.

Для данных матриц A и B указать, какие из приведенных операций выполнимы, и выполнить их: 1) $A + B$; 2) $A^T + B$; 3) $A + B^T$; 4) $A^T + B^T$; 5) AB ; 6) $A^T B$; 7) AB^T ; 8) BA^T .

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЯ 2

$$1. A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 13 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$2. A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 1 \\ 2 & 9 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$3. A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 6 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$4. A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -1 \\ 4 & -1 & 4 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 9 & -8 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$5. A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -8 & 3 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 6 & -4 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$6. A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 13 & 0 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -2 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$7. A = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 1 \\ 4 & -3 & 5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 6 & 12 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$8. A = \begin{pmatrix} -2 & 5 & 1 \\ 6 & -5 & 3 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & -4 \\ 4 & -8 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$9. A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 4 & -6 \\ 7 & 0 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -6 & 2 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$10. A = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 7 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} -2 & 5 & 2 \\ -4 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$11. A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 9 & 3 \\ -2 & 6 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -5 & 4 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}.$$

$$12. A = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ -3 & 7 \\ -3 & 5 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 7 & 4 & -2 \\ 9 & 8 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$13. A = \begin{pmatrix} -5 & -3 & 7 \\ 4 & -6 & 1 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -3 & 5 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$14. A = \begin{pmatrix} -5 & 4 & 9 \\ -2 & 6 & -1 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 6 & -5 & 7 \\ -4 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$15. A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 7 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 7 & 1 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$16. A = \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 9 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} -6 & 4 & -7 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$17. A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -3 & 5 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -5 & 9 \\ -2 & 7 \end{pmatrix}.$$

$$18. A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & -4 \\ 5 & 1 & -8 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 8 \\ -2 & 1 & -7 \end{pmatrix}$$

$$19. A = \begin{pmatrix} -7 & 5 \\ 10 & 3 \\ -4 & 0 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 6 & -3 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}.$$

$$20. A = \begin{pmatrix} -7 & 2 \\ 9 & 3 \\ 5 & -4 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 5 & -7 & 3 \\ 1 & -8 & 1 \end{pmatrix}$$

$$21. A = \begin{pmatrix} -6 & 1 \\ 3 & 7 \\ -5 & 4 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} -2 & 6 \\ -7 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$22. A = \begin{pmatrix} -6 & 1 \\ 4 & -9 \\ 3 & 4 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 7 & 6 & -5 \\ 3 & -1 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$23. A = \begin{pmatrix} -8 & 6 & 3 \\ -4 & 9 & 10 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -3 & 4 \\ -7 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$24. A = \begin{pmatrix} -2 & -5 & 2 \\ -6 & 3 & 7 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} -2 & 4 & -5 \\ 5 & 1 & -7 \end{pmatrix}.$$

$$25. A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ -5 & 6 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$26. A = \begin{pmatrix} -4 & 6 \\ -3 & 7 \\ -6 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -6 & -4 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$27. A = \begin{pmatrix} -2 & 5 & -4 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -7 & 3 \\ 8 & -2 \\ 5 & -7 \end{pmatrix}.$$

$$28. A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -5 \\ -4 & 6 & -4 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -6 & -7 & -8 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$29. A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -7 & 5 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 11 & -5 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$30. A = \begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 1 & -3 \\ 0 & -7 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 9 & -3 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Задание 3.

Для данной матрицы A найти обратную, если она существует, и установить, что $AA^{-1} = E$.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЯ 3

$$1. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad 2. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix};$$

$$3. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}; \quad 4. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix};$$

$$5. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad 6. \quad A = \begin{pmatrix} 17 & 10 & 4 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 3 \end{pmatrix};$$

$$7. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad 8. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix};$$

$$9. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}; \quad 10. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$11. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 7 \\ -3 & -2 & 5 \\ 4 & 3 & -1 \end{pmatrix}; \quad 12. \quad A = \begin{pmatrix} 6 & -3 & 4 \\ 4 & 4 & -3 \\ 1 & -4 & 4 \end{pmatrix};$$

$$13. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 4 \\ -2 & 4 & 3 \\ 4 & 5 & 5 \end{pmatrix}; \quad 14. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 6 \end{pmatrix};$$

$$15. \quad A = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 5 \\ 2 & 6 & 7 \\ -3 & 2 & 3 \end{pmatrix}; \quad 16. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 5 \\ 4 & 5 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix};$$

$$17. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & -2 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix}; \quad 18. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & -5 & -2 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix};$$

$$19. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 5 & -2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}; \quad 20. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 6 \end{pmatrix};$$

$$21. \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -5 & -2 \\ -5 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad 22. \quad A = \begin{pmatrix} 9 & 4 & -2 \\ -5 & -2 & -5 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix};$$

23. $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \end{pmatrix};$

25. $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 3 \\ 3 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix};$

27. $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & -3 & 3 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix};$

29. $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & -3 \\ 2 & 3 & -2 \\ 5 & 5 & -4 \end{pmatrix};$

24. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 8 & 10 \\ 4 & -1 & -2 \end{pmatrix};$

26. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix};$

28. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix};$

30. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$

Задание 4.

Решить систему уравнений 1) методом Крамера; 2) в матричной форме.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЯ 4

1. $\begin{cases} 2x + y - z = 5 \\ 3x + 3y - 2z = 8. \\ x + y + z = 6 \end{cases}$

3. $\begin{cases} 4x + 2y - z = 1 \\ 5x + 3y - 2z = 2. \\ 3x + 2y - 3z = 0 \end{cases}$

5. $\begin{cases} 5x + 2y + 5z = 4 \\ 3x + 5y - 3z = -1. \\ -2x - 4y + 3z = 1 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x - y + z = 6 \\ x - 2y + z = 9. \\ x - 4y - 2z = 3 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 3x + y + 3z = 2 \\ 5x - 2y + 2z = 1. \\ 2x + 2y + 3z = 1 \end{cases}$

6. $\begin{cases} -4x + y + 3z = 1 \\ 3x - y - 4z = 2. \\ 2x + 3y + z = -3 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 3x + 4y + z = 2 \\ x + 3y + 4z = -4. \\ x + 2y + z = 1 \end{cases}$

9. $\begin{cases} x + 3y - z = 3 \\ 4x + 3y - 2z = -2. \\ 2x + 2y - z = 5 \end{cases}$

11. $\begin{cases} -x + 2y - z = 5 \\ -x - 3y - 3z = 4. \\ -2x - 2y - 2z = 3 \end{cases}$

13. $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y + 5z = -3. \\ -x + y + 3z = 4 \end{cases}$

15. $\begin{cases} 3x + 2y + z = 4 \\ 2x + 4y + 2z = -1. \\ x + 2y + 3z = 1 \end{cases}$

17. $\begin{cases} x + y + z = 7 \\ x - y + 3z = 5. \\ -x + y - z = 2 \end{cases}$

19. $\begin{cases} -x + 3y + z = 2 \\ x + 3y + 4z = -3. \\ 2x - 3y + 2z = 5 \end{cases}$

21. $\begin{cases} -3x + 2y + z = 9 \\ 2x + 4y + 2z = 1. \\ -x + 2y + 3z = 4 \end{cases}$

23. $\begin{cases} 2x + 3y + 2z = 3 \\ x - y + z = 5. \\ -2x + y + 2z = 3 \end{cases}$

8. $\begin{cases} -x - 2y - z = 2 \\ 5x + 2y + 4z = 7. \\ x - y + 5z = -3 \end{cases}$

10. $\begin{cases} 3x + 2y + z = 4 \\ -x - y + 2z = 6. \\ 2x + y - z = -1 \end{cases}$

12. $\begin{cases} 3x + y + z = 2 \\ x + 3y + 2z = -5. \\ 6x + 2y + z = 2 \end{cases}$

14. $\begin{cases} 3x + y + z = 9 \\ x - y + 2z = -3. \\ -x + y - z = 6 \end{cases}$

16. $\begin{cases} 5x + y + 2z = 3 \\ 2x + y + z = -1. \\ 3x + y + 2z = 2 \end{cases}$

18. $\begin{cases} 3x + 3y - 3z = -5 \\ 2x + y + 2z = 9. \\ -x - 2y + z = 6 \end{cases}$

20. $\begin{cases} 3x + 2y + z = 4 \\ x + 4y + 2z = 1. \\ 3x + 2y - z = -3 \end{cases}$

22. $\begin{cases} 3x + y + z = 4 \\ x - y + 2z = 3. \\ -2x + y - z = -1 \end{cases}$

24. $\begin{cases} 5x + y + z = 4 \\ x + 2y + 3z = -1. \\ -2x + 2y + z = 5 \end{cases}$

$$25. \begin{cases} 2x + 4y - z = 6 \\ 3x - 2y + z = -3 \\ -2x + 3y - z = 7 \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} 4x + 2y + 3z = 0 \\ 3x + 3y - 2z = 5 \\ 2x + 4y + z = -2 \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} 3x - 2y + z = 7 \\ 5x - 4y + z = 5 \\ 3x + 5y + z = -2 \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} 3x + 2y + z = 4 \\ 2x - 4y - 2z = 1 \\ -x - 2y + 3z = 2 \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} 2x + 3y - 2z = 6 \\ x - y + z = 5 \\ 2x + y + 2z = 3 \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} 2x + y - 4z = 3 \\ -3x + 5y + 6z = 1 \\ 2x - 4y - 7z = 4 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3 \\ 6x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 5x_4 + 3x_5 = 6 \\ 14x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 9x_4 - x_5 = 2 \\ 4x_1 + 5x_2 + 8x_3 + 4x_4 + 4x_5 = 7 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 8x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 7x_4 + 2x_5 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = -1 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 - 2x_4 + 2x_5 = -2 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 15x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 23 \\ 3x_1 + 20x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 6x_5 = -8 \\ 3x_1 + 6x_2 + 2x_3 - x_4 + 3x_5 = 1 \\ 9x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 6x_5 = 12 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 + 4x_5 = 1 \\ 13x_1 + 8x_2 + 4x_3 - 3x_4 + 6x_5 = 9 \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 6x_5 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + 2x_5 = 2 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 13x_1 - 4x_2 - 3x_3 - 4x_4 - 6x_5 = 8 \\ 11x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 7 \\ 5x_1 + 4x_2 + 7x_3 + 4x_4 + 6x_5 = 4 \\ 7x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 5 \end{cases}$$

Задание 5.

Сравнить ранги основной и расширенной матриц системы уравнений, сделать вывод и решить систему методом Гаусса.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЯ 5

$$1. \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 4 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 6 \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 6 \\ 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 14 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 1 \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 6 \\ 2x_1 - 14x_2 + 7x_3 - 7x_4 + 11x_5 = -1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 5x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 6x_4 + 6x_5 = 2 \\ 15x_1 + 30x_2 + 7x_3 + 8x_4 + 3x_5 = -13 \\ 9x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 8x_4 + 9x_5 = 9 \\ 6x_1 + 9x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 3x_5 = -1 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 6x_4 + 9x_5 = 2 \\ x_2 - 2x_3 + 2x_4 + 3x_5 = -7 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 6x_5 = 1 \end{cases}.$$

$$11. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 6 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 7 \\ x_1 - 3x_2 - 5x_3 - 9x_5 = -4 \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 6 \end{cases}.$$

$$12. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 7x_3 + x_4 + 2x_5 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 4 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 6x_5 = 5 \end{cases}.$$

$$13. \begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 7 \\ 6x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = -2 \\ -3x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 5 \\ 11x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = -5 \end{cases}.$$

$$14. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 - x_5 = -1 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 + 2x_5 = 1 \\ 5x_1 - 5x_2 + 12x_3 + 11x_4 - 4x_5 = -4 \\ x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 3x_4 - 3x_5 = -2 \end{cases}.$$

$$15. \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - x_5 = -2 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 3x_4 - 4x_5 = 7 \\ 2x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 4x_4 - 7x_5 = 1 \end{cases}.$$

$$16. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + 7x_3 - 3x_4 + 5x_5 = 6 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 - 7x_5 = 2 \\ 3x_1 - 2x_2 + 7x_3 - 5x_4 + 8x_5 = 5 \end{cases}.$$

$$17. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 4 \\ 3x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 5 \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 11 \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 6 \end{cases}.$$

$$18. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_5 = 2 \\ x_1 - x_2 - 3x_3 - 4x_4 - 3x_5 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 1 \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 - 5x_5 = -7 \end{cases}.$$

$$19. \begin{cases} 9x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 6x_4 + 9x_5 = 10 \\ 8x_1 + 4x_2 + 2x_4 + 3x_5 = 5 \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 4 \\ 7x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 6x_5 = 7 \end{cases}.$$

$$20. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_5 = 1 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = -1 \\ x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = -1 \end{cases}.$$

$$21. \begin{cases} 6x_1 + x_2 - 3x_3 + 9x_4 + 5x_5 = 0 \\ 6x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 9x_4 + 7x_5 = 6 \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 4 \\ 4x_1 + 7x_2 - 2x_3 + 6x_4 + 5x_5 = 8 \end{cases}.$$

$$\begin{aligned}
22. \quad & \left\{ \begin{array}{l} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 + x_5 = 3 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 8 \\ 3x_1 + 7x_2 + 8x_3 - 11x_4 - 3x_5 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 + x_5 = 3 \end{array} \right. \\
23. \quad & \left\{ \begin{array}{l} x_1 - 4x_2 - 4x_3 + x_4 - 3x_5 = -3 \\ x_1 + 7x_2 + 6x_3 - 2x_4 + 6x_5 = 2 \\ 9x_1 + 8x_2 + 4x_3 - 3x_4 + 9x_5 = -7 \\ 7x_1 + 5x_2 + 2x_3 - 2x_4 + 6x_5 = -6 \end{array} \right. \\
24. \quad & \left\{ \begin{array}{l} 8x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 6x_4 + 8x_5 = 5 \\ 10x_1 - 5x_2 + 5x_3 + 9x_4 + 15x_5 = 10 \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 11x_5 = 8 \end{array} \right. \\
25. \quad & \left\{ \begin{array}{l} 5x_1 + 6x_2 + x_3 + 10x_4 + 7x_5 = 3 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 + 5x_4 + 4x_5 = 7 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 + 7x_4 + 5x_5 = 4 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 3 \end{array} \right. \\
26. \quad & \left\{ \begin{array}{l} 2x_1 + x_2 + 3x_3 - 3x_4 = 3 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - x_5 = -2 \\ 4x_1 - 7x_2 + 5x_3 - x_4 - 2x_5 = -1 \\ x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = -2 \end{array} \right. \\
27. \quad & \left\{ \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 + x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 2 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 4 \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 - 17x_4 + 10x_5 = -7 \end{array} \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
28. \quad & \left\{ \begin{array}{l} x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 6x_5 = 5 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 3 \\ 4x_1 - 4x_3 - 2x_4 - 3x_5 = -1 \end{array} \right. \\
29. \quad & \left\{ \begin{array}{l} x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 + x_5 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = -2 \\ x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = -2 \\ 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 - x_5 = 1 \end{array} \right. \\
30. \quad & \left\{ \begin{array}{l} 5x_1 - x_3 + 5x_4 + 3x_5 = -4 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 4 \\ x_1 + x_2 + 3x_4 + 2x_5 = 1 \\ -3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = -7 \end{array} \right.
\end{aligned}$$

Задание 6.

Найти собственные значения и собственные векторы матрицы.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЯ 6

$$\begin{array}{lll}
1. \begin{pmatrix} 6 & 2 & 0 \\ -5 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix} & 2. \begin{pmatrix} 7 & 0 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 6 & 0 & -2 \end{pmatrix} & 3. \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix} \\
4. \begin{pmatrix} 6 & 8 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ -3 & 5 & -1 \end{pmatrix} & 5. \begin{pmatrix} 8 & 4 & 3 \\ -7 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} & 6. \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \\
7. \begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 \\ -6 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & 8. \begin{pmatrix} 2 & 1 & -6 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} & 9. \begin{pmatrix} 4 & -3 & 0 \\ 6 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & 3 \end{pmatrix}
\end{array}$$

$$10. \begin{pmatrix} 8 & 6 & 1 \\ -5 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$13. \begin{pmatrix} 6 & 2 & 0 \\ 7 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$16. \begin{pmatrix} 6 & -5 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$19. \begin{pmatrix} 6 & 0 & -3 \\ 8 & 2 & 5 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$22. \begin{pmatrix} 5 & -6 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$25. \begin{pmatrix} 8 & -5 & 0 \\ 6 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$28. \begin{pmatrix} 6 & 7 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$11. \begin{pmatrix} 7 & 0 & -4 \\ 2 & 3 & 6 \\ 5 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$14. \begin{pmatrix} 7 & 0 & -3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 7 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$17. \begin{pmatrix} 7 & -1 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$20. \begin{pmatrix} 8 & -7 & 0 \\ 4 & -3 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$23. \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ -6 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$26. \begin{pmatrix} 7 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 0 \\ -4 & 6 & -2 \end{pmatrix}$$

$$29. \begin{pmatrix} 7 & 2 & 7 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$12. \begin{pmatrix} 6 & 0 & -3 \\ 4 & 2 & 7 \\ 5 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$15. \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$18. \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$21. \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$24. \begin{pmatrix} 4 & 6 & 6 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$27. \begin{pmatrix} 6 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & 0 \\ -3 & 7 & -2 \end{pmatrix}$$

$$30. \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

2. (1;1;4;2); (1;1;-2;4); (0;2;6;-2); (-3;-1;3;4).
 3. (2;3;5;2); (1;-2;1;-1); (-1;2;-1;1); (1;-3;2;-3).
 4. (1;0;1;0); (-2;1;3;-7); (3;-1;0;3); (4;-3;1;-3).
 5. (1;2;3;1); (2;3;1;2); (3;1;2;-2); (0;4;2;5).
 6. (2;3;4;1); (-1;1;-1;3); (3;-5;1;-13); (3;0;3;-6).
 7. (1;2;3;-4); (2;-1;2;5); (2;-1;5;-4); (2;3;-4;1).
 8. (2;3;4;1); (3;-1;1;-2); (-1;2;-3;4); (5;-7;6;-7).
 9. (1;2;1;1); (1;1;1;2); (-3;-2;1;-3); (-1;1;3;1).
 10. (1;2;3;4); (2;3;4;1); (3;4;1;2); (7;11;11;11).
 11. (-1;-1;0;2); (1;0;-1;-2); (-1;-3;1;5); (1;2;-3;-6).
 12. (2;1;1;2); (1;3;1;3); (1;1;5;3); (2;5;-7;14).
 13. (-5;3;-13;1); (7;-2;16;3); (3;2;4;7); (4;-3;11;-2).
 14. (0;2;6;-2); (-3;-1;3;4); (1;1;4;2); (1;1;-2;4).
 15. (-1;2;-1;1); (1;-3;2;-3); (2;3;5;2); (1;-2;1;-1).
 16. (3;-1;0;3); (4;-3;1;-3); (1;0;1;0); (-2;1;3;-7).
 17. (3;1;2;-2); (0;4;2;5); (1;2;3;1); (2;3;1;2).
 18. (2;-1;5;-4); (2;3;-4;1); (1;2;3;-4); (2;-1;2;5).
 19. (-1;2;-3;4); (5;-7;6;-7); (2;3;4;1); (3;-1;1;-2).
 20. (-3;-2;1;-3); (-1;1;3;1); (1;2;1;1); (1;1;1;2).
 21. (3;4;1;2); (7;11;11;11); (1;2;3;4); (2;3;4;1).
 22. (-1;-3;1;5); (1;2;-3;-6); (-1;-1;0;2); (1;0;-1;-2).
 23. (1;1;5;3); (2;5;-7;14); (2;1;1;2); (1;3;1;3).
 24. (3;-5;1;-13); (3;0;3;-6); (2;3;4;1); (-1;1;-1;3).
 25. (7;-2;16;3); (4;-3;11;-2); (-5;3;-13;1); (3;2;4;7).
 26. (-3;-1;3;4); (1;1;-2;4); (0;2;6;-2); (1;1;4;2).
 27. (1;-3;2;-3); (1;-2;1;-1); (-1;2;-1;1); (2;3;5;2).
 28. (4;-3;1;-3); (-2;1;3;-7); (3;-1;0;3); (1;0;1;0).
 29. (0;4;2;5); (2;3;1;2); (3;1;2;-2); (1;2;3;1).
 30. (3;0;3;-6); (-1;1;-1;3); (3;-5;1;-13); (2;3;4;1).

Задание 7.

Определить, являются ли линейно зависимыми данные векторы.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЯ 7

1. (3;2;4;7); (4;-3;11;-2) (-5;3;-13;1) (7;-2;16;3).

Задание 8.

Найти фундаментальный набор решений системы уравнений.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЯ 8

$$1. \begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - 5x_3 - 6x_4 - 3x_5 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - 8x_4 + 6x_5 = 0, \\ 5x_1 - 4x_2 - 5x_3 + 8x_4 - 17x_5 = 0. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 7x_3 + x_4 + 8x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 - 4x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - 17x_4 + 4x_5 = 0. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 8x_3 - 11x_4 + 3x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 5x_3 - 4x_4 = 0, \\ 7x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 - 18x_5 = 0. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 - 5x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 - 6x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 + 10x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 + 15x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 + 12x_5 = 0. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 3x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 + 3x_4 + 9x_5 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 - 5x_3 + 7x_4 + 6x_5 = 0. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 - 4x_4 - 3x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 10x_4 - 16x_5 = 0. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 - 2x_5 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 7x_4 + 5x_5 = 0, \\ 4x_1 + 7x_2 + 5x_3 + x_4 - 12x_5 = 0. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - x_3 - 15x_4 + 10x_5 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - 6x_4 - 9x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_4 + 10x_5 = 0. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - 5x_4 + 5x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 - 8x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + 5x_4 - 8x_5 = 0. \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 - 18x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ x_1 + 6x_2 - 9x_3 - 10x_4 - 13x_5 = 0. \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 7x_4 + 4x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 - 2x_5 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 7x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - 5x_3 - 6x_4 - 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + 6x_2 - 14x_4 + 14x_5 = 0, \\ 6x_1 - x_2 - 6x_3 + 2x_4 - 9x_5 = 0. \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 7x_3 + x_4 + 8x_5 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 14x_3 + 18x_4 + 4x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - 6x_3 + 4x_4 + 12x_5 = 0. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 8x_3 - 11x_4 + 3x_5 = 0, \\ -4x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 9x_4 + 21x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 13x_3 - 7x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 - 5x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + x_4 - 4x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 - 4x_5 = 0. \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 + 10x_5 = 0, \\ -x_1 - x_2 - 6x_3 + 5x_4 - 2x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - 4x_3 + 3x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 3x_4 + x_5 = 0, \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 - 4x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 - 4x_3 - 8x_5 = 0. \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 - 4x_4 - 3x_5 = 0, \\ -x_1 + 4x_2 - 4x_3 - 14x_4 + 13x_5 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 6x_3 - 5x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 - 2x_5 = 0, \\ -3x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 2x_4 + 10x_5 = 0, \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 6x_4 - 7x_5 = 0. \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - x_3 - 15x_4 + 10x_5 = 0, \\ 5x_1 + 4x_2 - x_3 - 17x_4 = 0, \\ 6x_1 - x_2 - 2x_3 - 9x_4 + 19x_5 = 0. \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - 5x_4 + 5x_5 = 0, \\ -x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 10x_4 + 13x_5 = 0, \\ -2x_1 + x_3 + 3x_4 + 6x_5 = 0. \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 - 18x_5 = 0, \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 + 12x_4 - 5x_5 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 11x_3 - 21x_5 = 0. \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 7x_4 + 4x_5 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 - 4x_3 - 5x_4 + x_5 = 0, \\ 4x_1 + 2x_3 - 10x_4 + 6x_5 = 0. \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} -4x_1 + 7x_2 + 6x_3 - 16x_4 + 23x_5 = 0, \\ -2x_1 - 6x_2 + 14x_4 - 14x_5 = 0, \\ 5x_1 - 4x_2 - 5x_3 + 8x_4 - 17x_5 = 0. \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} -x_1 + 5x_2 - 8x_3 + 14x_4 - 8x_5 = 0, \\ -2x_1 - 4x_2 + 14x_3 - 18x_4 - 4x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - 17x_4 + 4x_5 = 0. \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} -6x_1 + 2x_2 - 8x_3 - 2x_4 + 18x_5 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 - 5x_3 + 9x_4 - 21x_5 = 0, \\ 7x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 - 18x_5 = 0. \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} 3x_2 - 3x_3 + 3x_4 - 15x_5 = 0, \\ -x_1 - x_4 + 4x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 - 6x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + 6x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 + 12x_5 = 0. \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} -3x_1 + 6x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 - 5x_3 + 7x_4 + 6x_5 = 0. \end{cases}$$

Задание 9.

Найти ортогональный базис линейной оболочки данных векторов.

В А Р И А Н Т Ы ЗАДАНИЯ 9

- | | | | |
|-----|------------|------------|-------------|
| 1. | (1;0;1); | (1;1;0); | (1;0;-1). |
| 2. | (-2;1;2); | (0;-2;-1); | (2;1;-2). |
| 3. | (-1;1;1); | (-1;-1;1); | (-1;-1;-1). |
| 4. | (1;-1;1); | (1;1;-1); | (1;1;1). |
| 5. | (-2;0;2); | (1;-2;1); | (2;-1;-2). |
| 6. | (1;1;1); | (-1;1;1); | (1;-1;1). |
| 7. | (1;1;1); | (1;1;2); | (1;2;3). |
| 8. | (1;3;1); | (0;3;0); | (3;0;-3). |
| 9. | (2;3;4); | (1;-2;1); | (1;2;3). |
| 10. | (2;1;2); | (-1;2;1); | (2;-1;2). |
| 11. | (2;-1;2); | (1;2;-1); | (2;1;2). |
| 12. | (2;5;1); | (4;-2;2); | (4;1;3). |
| 13. | (1;0;1); | (0;0;2); | (0;-1;1). |
| 14. | (-2;1;2); | (-4;0;4); | (-2;3;3). |
| 15. | (-1;1;1); | (0;2;2); | (0;2;0). |
| 16. | (1;-1;1); | (0;-2;0); | (0;-2;2). |
| 17. | (-2;0;2); | (-4;1;4); | (-3;2;1). |
| 18. | (1;1;1); | (0;2;0); | (2;0;0). |
| 19. | (1;1;1); | (0;-1;-2); | (0;0;-1). |
| 20. | (1;3;1); | (-2;3;4); | (1;0;-1). |
| 21. | (2;3;4); | (1;1;1); | (1;5;3). |
| 22. | (2;1;2); | (0;2;0); | (3;-1;1). |
| 23. | (2;-1;2); | (0;-2;0); | (1;-3;3). |
| 24. | (2;5;1); | (-2;4;-2); | (-2;7;-1). |
| 25. | (0;1;1); | (1;1;0); | (0;0;-2). |
| 26. | (-2;-3;1); | (0;-2;-1); | (4;0;-4). |
| 27. | (0;0;2); | (0;-2;-2); | (-1;-1;-1). |
| 28. | (0;0;2); | (0;2;0); | (1;1;1). |
| 29. | (-1;-1;3); | (4;-1;-4); | (2;-1;-2). |
| 30. | (-2;2;0); | (0;-2;0); | (1;-1;1). |

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. – Ростов-на-Дону, «Феникс», 1997 .
2. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1998.
3. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. – М.: Наука, 1970.

Учебно-методическое издание

Арутюнян Елена Бабкеновна
Родина Елена Викторовна

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Типовые расчеты

Усл.-печ. л.	Сдано в печать	Тираж
Изд. №	Формат	Цена
Заказ		

127994, Москва, ул.Образцова, 15
Типография МИИТа

МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ (МИИТ)

Кафедра «Прикладная математика-1»

Е.Б.Арутюнян, Е.В.Родина

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ
И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Типовые расчеты
для студентов
специальностей АТС, УВМ и УНК

Москва – 2003