КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

Вар-т	Номера контрольных заданий						
0	510	520	530	540	550	560	570
1	511	521	531	541	551	561	571
2	512	522	532	542	552	562	572
3	513	523	533	543	553	563	573
4	514	524	534	544	554	564	574
5	515	525	535	545	555	565	575
6	516	526	536	546	556	566	576
7	517	527	537	547	557	567	577
8	518	528	538	548	558	568	578
9	519	529	539	549	559	569	579

Контрольные задания

510–519. С помощью двойного интеграла вычислить объем тела (V), ограниченного данными поверхностями.

510. $x+y=4,\ y=\sqrt{2x},\ z=3y,\ z=0$

511. $x^2+y^2=16,\ y=\sqrt{6x},\ y=0,\ z=0,\ z=5x$

512. $y=2\sqrt{5x},\ y=6\sqrt{5x},\ z=0,\ 4x+10z=5$

513. $x^2+y^2=18,\ y=\sqrt{7x},\ y=0,\ z=0,\ z=\dfrac{x}{2\sqrt{14}}$

514. $y=\sqrt{2x},\ y=16\sqrt{2x},\ z=0,\ x+8z=2$

515. $y=3\sqrt{x},\ y=3x,\ z=2+5\sqrt{x}$

516. $x^2+y^2=16,\ y^2=\dfrac{x}{6},\ x=0,\ z=0,\ z=5y,\ (y\geq 0)$

517. $y=6\sqrt{6x},\ y=21\sqrt{6x},\ y=0,\ z=0,\ 3x+16z=8$

518. $x^2+y^2=40,\ y=\sqrt{6x},\ y=0,\ z=0,\ z=\dfrac{5}{\sqrt{6}}$

519. $y=\dfrac{3}{2}\sqrt{x},\ y=x/2,\ z=3+5\sqrt{x}$

520–529. Перейдя к полярным координатам, вычислить площадь фигуры D (варианты 1–5) или массу пластины D с плотностью $\mu(x,y)$ (варианты 6–10).

520. $x=\sqrt{9-y^2},\ y=3-\sqrt{9-y^2},\ y=0,\ (y\geq 0)$

521. $x^2+y^2-6y=0,\ y=-\sqrt{3}x,\ y=\sqrt{3}x$

522. $y=\sqrt{8-x^2},\ y=2\sqrt{2}-\sqrt{8-x^2},\ x=0,\ (x\geq 0)$

523. $x^2+y^2-6x=0,\ y=-\dfrac{x}{\sqrt{3}},\ y=\dfrac{x}{\sqrt{3}}$

524. $y=\sqrt{144-x^2},\ y=12-\sqrt{144-x^2},\ x=0,\ (x\geq 0)$

525. $\mu(x,y)=-\dfrac{5x}{x^2+y^2},\ D: x^2+y^2=9,\ x^2+y^2=16,\ x=0,\ y=0,\ (x\leq 0, y\geq 0)$

526. $\mu(x,y)=-\dfrac{2y}{x^2+y^2},\ D: x^2+y^2=4,\ x^2+y^2=16,\ x=y=0,\ (x\leq 0, y\leq 0)$

527. $\mu(x,y)=-\dfrac{y}{x^2+y^2},\ D: x^2+y^2=1,\ x^2+y^2=9,\ x=y=0,\ (x\geq 0, y\leq 0)$

528. $\mu(x,y)=-\dfrac{x}{x^2+y^2},\ D: x^2+y^2=9,\ x^2+y^2=25,\ x=y=0,\ (x\leq 0, y\geq 0)$

529. $\mu(x,y)=\dfrac{3y}{x^2+y^2},\ D: x^2+y^2=4,\ x^2+y^2=25,\ x=y=0,\ (x\leq 0, y\geq 0)$

530–539.С помощью тройного интеграла вычислить массу тела (V), если плотность равна $\mu(x,y,z)$.

530. $\mu = 2xz,\ V: z = xy,\ y = 5x,\ y = 0,\ x = 1,\ z = 0$
531. $\mu = 2x + z,\ V: y = x/2,\ y = 0,\ x = 1,\ z = 0,\ z = 4(x^2 + y^2)$
532. $\mu = 7y\sqrt{z},\ V: z = xy,\ y = \dfrac{9}{4}x,\ y = 0,\ x = \dfrac{2}{\sqrt{3}},\ z = 0$
533. $\mu = 2x^2 + 6y^2,\ V: z = 20x,\ z = 0,\ x + 4y - 2 = 0,\ y = 0$
534. $\mu = 5y^2 z,\ V: z = xy,\ y = x,\ y = 0,\ x = 2,\ z = 0$
535. $\mu = 5y + 3z,\ V: y = 2x,\ y = 0,\ x = \dfrac{3}{2},\ z = 0,\ z = 5x^2 + 5y^2$
536. $\mu = \dfrac{xyz}{2},\ V: z = xy,\ y = 2x,\ y = 0,\ x = 2,\ z = 0$
537. $\mu = 6x^2 + 2y^2,\ V: z = 5x,\ z = 0,\ 2\sqrt{3}x + y = 2,\ y = 0$
538. $\mu = 3\sqrt{z},\ V: z = xy,\ y = x/2,\ y = 0,\ x = 5,\ z = 0$
539. $\mu = x^2 + 2y^2,\ V: z = 3x,\ 3x + 2y - 6 = 0,\ y = 0,\ z = 0$

540–549. Вычислить криволинейный интеграл первого рода по кривой на плоскости.

540. $\displaystyle\int_\gamma \sqrt{x^2+y^2}\,\mathrm{arctg}\frac{y}{x}\,ds$, γ: $\rho = \sqrt{\cos 2\varphi}$, $0 \le \varphi \le \dfrac{\pi}{4}$.

541. $\displaystyle\int_\gamma y\,ds$, γ: $\rho = 2 - \cos\varphi$, $\dfrac{\pi}{2} \le \varphi \le \pi$.

542. $\displaystyle\int_\gamma \sqrt{x^2-1}\,ds$, γ: $y = \ln(x + \sqrt{x^2-1})$, $2 \le x \le 3$.

543. $\displaystyle\int_\gamma e^x\,ds$, γ: $y = \arcsin e^x$, $-\dfrac{\ln 2}{2} \le x \le -\ln 2$.

544. $\displaystyle\int_\gamma (x+y)\,ds$, γ: $\rho^2 = 4\cos 2\varphi$, $-\dfrac{\pi}{4} \le \varphi \le \frac{\pi}{4}$.

545. $\displaystyle\int_\gamma y^{2/3}\,ds$, γ: $y = \dfrac{2x\sqrt{x}}{3}$, $0 \le x \le 3$.

546. $\displaystyle\int_\gamma \mathrm{arctg}\frac{y}{x}\,ds$, γ: $\rho = \dfrac{3\varphi}{7}$, $0 \le \varphi \le \sqrt{3}$.

547. $\displaystyle\int_\gamma \frac{ds}{x^2+y^2}$, γ: $x + 2y + 1 = 0$, от точки $A\left(-\dfrac{1}{2}, -\dfrac{1}{4}\right)$ до $B\left(\dfrac{1}{2}, -\dfrac{3}{4}\right)$.

548. $\displaystyle\int_\gamma (x^2+y^2)^{5/2}\,ds$, γ: $\rho = \sqrt{\sin 2\varphi}$, $0 \le \varphi \le \dfrac{\pi}{2}$.

549. $\displaystyle\int_\gamma y\,ds$, γ: $y = \dfrac{x}{6}\sqrt{x+12}$, $0 \le x \le 3$.

550–559. Найти $\displaystyle\int_L P\,dx + Q\,dy + R\,dz$, то есть работу, совершаемую силой $\overrightarrow{\mathbf{F}} = P\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + Q\,\overrightarrow{\mathbf{j}} + R\,\overrightarrow{\mathbf{k}}$ при движении точки по кривой L, заданной параметрически.

550. $\displaystyle\int_L x^2\,dx + (x+z)\,dy + xz\,dz$, L: $x = \sin t$, $y = \sin^2 t$, $z = \sin^3 t$, $0 \le t \le \dfrac{\pi}{2}$.

551. $\displaystyle\int_L z\,dx - xy\,dy + x\,dz$, L: $x = e^t$, $y = e^{-t}$, $z = t\sqrt{2}$, $0 \le t \le 1$.

552. $\displaystyle\int_L x\,dx + y\,dy + \frac{xy}{z}\,dz$, L: $x = t\cot s$, $y = t\sin t$, $z = t$, $0 \le t \le \dfrac{\pi}{2}$.

553. $\int\limits_L yz\,dx+z^2\,dy+(x-y)\,dz$, L — отрезок прямой от $A(1;0;2)$ до $B(2;-1;0)$.

554. $\int\limits_L y\,dx+x\,dy+y\,dz$, $L\colon\ x=2t,\ y=\ln t,\ z=t^2,\ 1\le t\le 2$.

555. $\int\limits_L xy\,dx+z\,dy+(x^2+y^2)\,dz$, $L\colon\ x=a\cos t,\ y=a\sin t,\ z=bt,\ 0\le t\le\dfrac{\pi}{2}$.

556. $\int\limits_L (x^2+yz+z)\,dx+z^2\,dy+(x+y^2)\,dz$, L — отрезок прямой от $A(2;1;0)$ до $B(4;3;1)$.

557. $\int\limits_L y\,dx-2z\,dy+z^2\,dz$, $L\colon\ x=t-\sin t,\ y=1-\cos t,\ z=4\cos\dfrac{t}{2},\ 0\le t\le\dfrac{\pi}{2}$.

558. $\int\limits_L x^2\,dx-z\,dy+y\,dz$, $L\colon\ x=\sin^2 t,\ y=\sin t,\ z=\cos t,\ 0\le t\le\dfrac{\pi}{4}$.

559. $\int\limits_L (y+z)\,dx+(x+z)\,dy+(x+y)\,dz$, $L\colon\ x=t,\ y=t^3,\ z=t^5,\ 0\le t\le 1$.

560–564. Проверить, что интеграл не зависит от пути интегрирования и вычислить его.

560. $\int\limits_{(0;0)}^{(1;2)} (4xy-15x^2y)\,dx+(2x^2-5x^3+7)\,dy$.

561. $\int\limits_{(0;0)}^{(2;1)} (4x^3-3y^2+5y)\,dx+(5x-6xy-4y)\,dy$.

562. $\int\limits_{(-1;1)}^{(1;-1)} (3x^2y-4xy^2)\,dx+(x^3-4x^2y+3y^2)\,dy$.

563. $\int\limits_{(0;0)}^{(\pi/4;\pi/4)} (e^{x+y}+\cos(x-y))\,dx+(e^{x+y}-\cos(x-y)+2)\,dy$.

564. $\int\limits_{(1;0)}^{(0;1)} e^{xy}(1+xy)\,dx+x^2e^{xy}\,dy$.

565–569. Вычислить интеграл, применяя формулу Грина

565. $\oint\limits_C -x^2y\,dx+xy^2\,dy$, $C\colon\ x^2+y^2=1$, направление обхода — положительное.

566. $\oint\limits_C (xy+x+y)\,dx+(x^2+x-y)\,dy$, $C\colon\ x^2+y^2=2x$, направление обхода — положительное.

567. $\oint\limits_C (xy+x+y)\,dx+(xy+x-y)\,dy$, $C\colon\ x^2+y^2=1$, направление обхода — отрицательное.

568. $\oint\limits_C x^2y\,dx-xy^2\,dy$, $C\colon\ x^2+y^2=4$, направление обхода — положительное.

569. $\oint\limits_C \dfrac{2x^2y+xy+1}{x}\,dx+\dfrac{x^2y+1}{y}\,dy$, $C\colon\ (x-2)^2+(y-2)^2=1$, направление обхода — отрицательное.

570–579. Используя формулу Гаусса-Остроградского, найти поток векторного поля $\overrightarrow{\mathbf{a}}$ через внешнюю сторону поверхности тела V, заданного неравенствами.

570. $\overrightarrow{\mathbf{a}} = \{-xz^2+y; yz^2+x; xy+z\}$;
$V: x^2+y^2 \le 1,\ 0 \le z \le 1+\sqrt{1-x^2-y^2}$.

571. $\overrightarrow{\mathbf{a}} = \{x+x^2y; z-xy^2; x+y+z\}$;
$V: x^2+y^2 \le 1,\ 0 \le z \le \sqrt{x^2+y^2}$.

572. $\overrightarrow{\mathbf{a}} = \{x+y^2+z^3; x^3+y+z^2; x^2+y^3+z\}$;
$V: \sqrt{x^2+y^2}-1 \le z \le \sqrt{1-x^2-y^2}$.

573. $\overrightarrow{\mathbf{a}} = \{x+x^2yz; y+xz^3; 2z-xyz^2\}$;
$V: x^2+y^2 \le 1,\ 0 \le z \le 2-\sqrt{x^2+y^2}$.

574. $\overrightarrow{\mathbf{a}} = \{x+2xy+yz; x^2+y-y^2; x^2+3z\}$;
$V: -\sqrt{1-x^2-y^2} \le z \le 1+\sqrt{1-x^2-y^2}$.

575. $\overrightarrow{\mathbf{a}} = \{x+2y2+3z^3; x^3+2y+3z^2; x^2+2y^3+3z\}$;
$V: 1-\sqrt{x^2+y^2} \le z \le \sqrt{1-x^2-y^2}$.

576. $\overrightarrow{\mathbf{a}} = \{x^2yz; xy^2z; 7z-2xyz^2\}$;
$V: x^2+y^2 \le 1,\ z^2 \le x^2+y^2$.

577. $\overrightarrow{\mathbf{a}} = \{x+2z^3z; 3y+x^2z^2; 4z-3x^2z^2\}$;
$V: 0 \le z \le 2-\sqrt{x^2+y^2},\ x^2+y^2 \ge 1$.

578. $\overrightarrow{\mathbf{a}} = \{3x+4y^4+5z^5; 5x^5+3y+4z^4; 4x^4+5y^5+3z\}$;
$V: 0 \le z \le 2-\sqrt{x^2+y^2},\ z \le \sqrt{x^2+y^2}$.

579. $\overrightarrow{\mathbf{a}} = \{x+x^2y+2xz; xy^2+4y; 5z-4xyz-z^2\}$;
$V: \sqrt{x^2+y^2}-2 \le z \le 0,\ z \le -\sqrt{1-x^2-y^2}$.