

**Примерное содержание Программы по курсу
«Обыкновенные дифференциальные уравнения»
для заочников (гр.33-211Бк, 5В-201Б)
Осенний семестр 2012-2013 года**

1. Определение дифференциальных уравнений и их решений.
2. Постановка задачи Коши для различных ОДУ и теорема существования и единственности ее решения.
3. Геометрический смысл ОДУ 1-го порядка и его решение методом изоклин.
4. Случай интегрируемости ОДУ 1-го порядка, разрешенного относительно производной (уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, линейное уравнение 1-го порядка, уравнения Бернулли, Лагранжа и Клеро).
5. Уравнение в полных дифференциалах. Нахождение интегрирующего множителя.
6. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Особые решения.
7. Уравнения, допускающие понижение порядка.
8. Приближенное решение ОДУ методом степенных рядов.
9. Понятие о методе малого параметра при решении задачи Коши.
10. Линейная независимость функций. Свойства решений линейных ОДУ.
11. Нахождение фундаментальных решений для уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение.
12. Системы линейных однородных ОДУ.
13. Методы решения неоднородных уравнений и систем.
14. Устойчивость решений ОДУ и систем. Устойчивость по линейному приближению.
15. Признаки устойчивости Ляпунова. Фазовые портреты.

Установочные лекции

1. Определение дифференциальных уравнений и их решений. Постановка задачи Коши для различных ОДУ и теорема существования и единственности ее решения. Приближенное решение ОДУ. (метод изоклин, степенные ряды, метод малого параметра)
2. Случай интегрируемости ОДУ 1-го порядка, разрешенного относительно производной. Уравнение в полных дифференциалах. Уравнения, допускающие понижение порядка.
3. Линейная независимость функций. Свойства решений линейных ОДУ. Нахождение фундаментальных решений для уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Методы решения неоднородных уравнений и систем.
4. Устойчивость решений ОДУ. Устойчивость по линейному приближению. Фазовые портреты. Признаки устойчивости Ляпунова.

К.ф.м.н., доцент каф. 311


21.11.12

Мусин Ю.Р.



Задача № 1

- ✓ 1) Получить точное (аналитическое) решение задачи Коши.
- ✓ 2) Найти решение методом изоклин
- 3) Найти решение с помощью вычислительного пакета Maple, построить график.
- ✓ 4) Найти приближенное решение с помощью формулы Тейлора, взяв 5 членов разложения.
- 5) Сравнить точное и приближенное решение, взяв приращения аргумента

$$\Delta x = 0,1; 0,001.$$

1. $y^2 dx + (x + e^{2/y}) dy = 0, \quad y|_{x=e} = 2.$
2. $(y^4 e^y + 2x)y' = y, \quad y|_{x=0} = 1.$
3. $y^2 dx + (xy - 1) dy = 0, \quad y|_{x=1} = e.$
4. $2(4y^2 + 4y - x)y' = 1, \quad y|_{x=0} = 0.$
5. $(\cos 2y \cos^2 y - x)y' = \sin y \cos y, \quad y|_{x=1/4} = \pi/3.$
6. $(x \cos^2 y - y^2)y' = y \cos^2 y, \quad y|_{x=\pi} = \pi/4.$
7. $e^{y^2} (dx - 2xy dy) = y dy, \quad y|_{x=0} = 0.$
8. $(104y^3 - x)y' = 4y, \quad y|_{x=8} = 1.$
9. $dx + (xy - y^3) dy = 0, \quad y|_{x=-1} = 0.$
10. $(3y \cos 2y - 2y^2 \sin 2y - 2x)y' = y, \quad y|_{x=16} = \pi/4.$
11. $8(4y^3 + xy - y)y' = 1, \quad y|_{x=0} = 0.$
12. $(2 \ln y - \ln^2 y) dy = y dx - x dy, \quad y|_{x=4} = e^2.$
13. $2(x + y^4)y' = y, \quad y|_{x=-2} = -1.$
14. $y^3(y-1)dx + 3xy^2(y-1)dy = (y+2)dy, \quad y|_{x=1/4} = 2.$
15. $2y^2 dx + (x + e^{1/y}) dy = 0, \quad y|_{x=e} = 1.$
16. $(xy + \sqrt{y}) dy + y^2 dx = 0, \quad y|_{x=-1/2} = 4.$
17. $\sin 2y dx = (\sin^2 2y - 2 \sin^2 y + 2x) dy, \quad y|_{x=-1/2} = \pi/4.$
18. $(y^2 + 2y - x)y' = 1, \quad y|_{x=2} = 0.$
19. $2y\sqrt{y} dx - (6x\sqrt{y} + 7) dy = 0, \quad y|_{x=-4} = 1.$
20. $dx = (\sin y + 3 \cos y + 3x) dy, \quad y|_{x=e^{\pi/2}} = \pi/2.$
21. $2(\cos^2 y \cdot \cos 2y - x)y' = \sin 2y, \quad y|_{x=3/2} = 5\pi/4.$
22. $chy dx = (1 + xshy) dy, \quad y|_{x=1} = \ln 2.$

23. $(13y^3 - x)y' = 4y, y|_{x=5} = 1.$
24. $y^2(y^2 + 4)dx + 2xy(y^2 + 4)dy = 2dy, y|_{x=\pi/8} = 2.$
25. $(x + \ln^2 y - \ln y)y' = y/2, y|_{x=2} = 1.$
26. $(2xy + \sqrt{y})dy + 2y^2 dx = 0, y|_{x=-1/2} = 1.$
27. $ydx + (2x - 2\sin^2 y - y \sin 2y)dy = 0, y|_{x=3/2} = \pi/4.$
28. $2(y^3 - y + xy)dy = dx, y|_{x=-2} = 0.$
29. $(2y + x \operatorname{tg} y - y^2 \operatorname{tg} y)dy = dx, y|_{x=0} = \pi.$
30. $4y^2 dx + (e^{1/(2y)} + x)dy = 0, y|_{x=e} = 1/2.$
31. $dx + (2x + \sin 2y - 2\cos^2 y)dy = 0, y|_{x=-1} = 0.$

✓ Задача №2

Найти общее решение дифференциального уравнения методом понижения порядка.

1. $y'' + \frac{2x}{x^2 + 1} y' = 2x$
2. $yy'' = y' + y'^2$
3. $(1 + x^2)y'' + 2xy' = 12x^3$
4. $yy'' = y'^2 - y'^3$
5. $xy'' = (1 + 2x^2)y'$
6. $y''^2 = y'^2 + 1$
7. $x \ln x \cdot y'' = y'$
8. $2yy'' = y'^2 + y'^2$
9. $y''' - \frac{1}{x} y'' = 0$
10. $(y^2 + 2y)y'' = y'^2$
11. $x^4 y'' + x^3 y' = 4$
12. $y'^2 + 2yy'' = 0$
13. $-xy''' + 2y'' = \frac{2}{x^2}$
14. $yy'' + 1 = y'^2$
15. $xy''' + y'' = \frac{1}{\sqrt{x}}$
16. $y'' = y'^2$
17. $(1 + \sin x)y''' = \cos x \cdot y''$
18. $y'' = \sqrt{1 - y'^2}$
19. $y''' \operatorname{tg} 5x = 5y''$
20. $y'' = 1 + y'^2$
21. $x^2 y'' + xy' = 1$
22. $y'' = \sqrt{1 + y'^2}$

$$23. x^3 y''' + x^2 y' = 1$$

$$24. y'' = y'(1+y')$$

$$25. y''' \operatorname{tg} x = y'' + 1$$

$$26. yy'' = y'^2$$

$$27. xy''' - y'' + \frac{1}{x} = 0$$

$$28. yy'' + y'^2 = 0$$

$$29. \operatorname{tg} x \cdot y''' = 2y''$$

$$30. 2yy'' = 1 + y'^2$$

✓ Задача № 3

а) Найти решение задачи Коши методом неопределенных коэффициентов.

б) Найти общее решение методом Лагранжа.

$$1. \text{ а) } y''' + 2y'' + y' = x^2 + e^{-x} \quad \text{б) } y'' + \pi^2 y = \frac{\pi^2}{\cos \pi x}$$

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 2.$$

$$2. \text{ а) } y''' - 2y'' + y' = 4x^2 - e^{-x} \quad \text{б) } y'' + 3y' = \frac{9e^{3x}}{1 + e^{3x}}$$

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 2.$$

$$3. \text{ а) } y''' - 4y'' = x^2 + 2e^x \quad \text{б) } y'' + y = \frac{1}{\sin x}$$

$$y(0) = 2, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 0.$$

$$4. \text{ а) } y''' + 4y' = -x^2 + e^{-x} \quad \text{б) } y'' - 3y' + 2y = \frac{e^x}{1 - e^{-x}}$$

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 2, \quad y''(0) = 0.$$

$$5. \text{ а) } y''' - 4y' = x^2 + e^{-x} \quad \text{б) } y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 2.$$

$$6. \text{ а) } y''' + y' = 2x + 1 + e^x \quad \text{б) } y'' + y = 2 \operatorname{ctg} x$$

$$y(0) = 2, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 0.$$

$$7. \text{ а) } y''' - 4y'' + 4y' = x^2 - 2e^{-x} \quad \text{б) } y'' + y' = \frac{e^x}{2 + e^x}$$

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 4, \quad y''(0) = 0.$$

$$8. \text{ а) } y''' - y'' = 2x^2 + e^{-x} \quad \text{б) } y'' + 4y = \frac{4}{\cos 2x}$$

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 4.$$

$$9. \text{ а) } y''' - 2y'' + y' = e^x \cos x \quad \text{б) } y'' + 3y' + 2y = \frac{e^{-x}}{2 + e^x}$$

$$y(0) = 3, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 0.$$

$$10. \text{ а) } y''' + 4y'' + 4y' = x^2 + 2e^x \quad \text{б) } y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{2 + e^x}$$

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 4, \quad y''(0) = 0.$$

11. a) $y'''' - 6y''' + 9y'' = 54x + 18$ б) $y'' + 4y = \frac{4}{\sin 2x}$
 $y(-1) = y'(-1) = y''(-1) = 0, \quad y'''(-1) = 6$
12. a) $y''' - 3y' = 3(2 - x^2)$ б) $y'' + \frac{1}{4}y = \frac{1}{4} \operatorname{ctg} \frac{x}{2}$
 $y(0) = 1, \quad y'(0) = 1, \quad y''(0) = 1.$
13. a) $y''' + 6y'' + 9y' = 1 - x^2 + 4e^x$ б) $y'' + 16y = \frac{16}{\cos 4x}$
 $y(0) = -2, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 0.$
14. a) $y''' - 5y'' + 6y' = x^2 + x + 4e^x$ б) $y'' - 2y' = \frac{4e^{-2x}}{1 + e^{-2x}}$
 $y(0) = 0, \quad y'(0) = 2, \quad y''(0) = 0.$
15. a) $y''' - 3y'' + 2y' = x^2 + x - e^{-x}$ б) $y'' - 6y' + 8y = \frac{4e^{2x}}{1 + e^{-2x}}$
 $y(0) = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 2.$
16. a) $y''' + y'' - 2y' = x^2 + x + e^{2x}$ б) $y'' + 16y = \frac{16}{\sin 4x}$
 $y(0) = -4, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 0$
17. a) $y''' - 2y'' + y' = 4(\sin x + \cos x)$ б) $y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{3 + e^{-x}}$
 $y(0) = 1, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = -1$
18. a) $y''' + 2y'' - 3y' = x - x^2 + e^{2x}$ б) $y'' + 4y = 4 \operatorname{ctg} 2x$
 $y(0) = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 4$
19. a) $y''' + 2y'' - 3y' = x^2 + e^{-x}$ б) $y'' - y' = \frac{e^{-x}}{2 + e^{-x}}$
 $y(0) = -2, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 0$
20. a) $y''' - 4y'' + 3y' = x^2 + 1 - e^{-x}$ б) $y'' + 9y = \frac{9}{\cos 3x}$
 $y(0) = 2, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 0$
21. a) $y'''' + y'' = 2 \cos x$ б) $y'' - 6y' + 8y = \frac{4}{2 + e^{-2x}}$
 $y(0) = -2, \quad y'(0) = 1, \quad y''(0) = y'''(0) = 0$
22. a) $y''' - y' = e^x - e^{-x}$ б) $y'' + 9y = 9 \operatorname{ctg} 3x$
 $y(0) = 6, \quad y'(0) = 1, \quad y''(0) = 1$
23. a) $y''' + y'' - 6y' = -2x^2 + 4e^x$ б) $y'' + y = 4 \operatorname{ctg} x$
 $y(0) = 4, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 0$
24. a) $y''' - y'' - 6y' = 2x^2 - 4e^{-x}$ б) $y'' + 9y = \frac{9}{\sin 3x}$
 $y(0) = 0, \quad y'(0) = 4, \quad y''(0) = 0$
25. a) $y''' + y' = 1 + x + \frac{x^2}{2}$ б) $y'' + 6y' + 8y = \frac{4e^{-2x}}{2 + e^{2x}}$
 $y(0) = 1, \quad y'(0) = -1, \quad y''(0) = 1$
26. a) $y'''' + 4y'' = 96x^2$ б) $y'' - 3y' = \frac{9e^{-3x}}{3 + e^{-3x}}$
 $y(2) = y'(2) = 0, \quad y''(2) = 84, \quad y'''(2) = 96$

$$27. \text{ а) } y''' - 2y'' + y' = 4 \quad \text{ б) } y'' + \frac{y}{\pi^2} = \frac{1}{\pi^2 \cos \frac{x}{\pi}}$$

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 2, \quad y''(0) = -2$$

$$28. \text{ а) } y''' - y' = 3x^2 - 2x + 5 \quad \text{ б) } y'' + 4y = 8 \operatorname{ctg} 2x$$

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 2, \quad y''(0) = -8$$

$$29. \text{ а) } y''' + 2y'' + 2y' + y = x \quad \text{ б) } y'' - 9y' + 18y = \frac{9e^{3x}}{1 + e^{-3x}}$$

$$y(0) = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 0$$

$$30. \text{ а) } y''' - y'' - y' + y = (24x - 1)e^x + 3x \quad \text{ б) } y'' - 6y' + 8y = \frac{4}{1 + e^{-2x}}$$

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = -1, \quad y''(0) = 0$$

✓ Задача № 4

Найти решение задачи Коши для системы дифференциальных уравнений методом исключения и операционным методом, а также с помощью вычислительного пакета Maple.

$$1. \begin{cases} x' = x - 2y \\ y' = x - y \end{cases}$$

$$x(0) = 1, \quad y(0) = 0$$

$$2. \begin{cases} x' = x + y \\ y' = 8x + 3y \end{cases}$$

$$x(0) = 0, \quad y(0) = 2$$

$$3. \begin{cases} x' = x - 4y \\ y' = x + y \end{cases}$$

$$x(0) = 0, \quad y(0) = 1$$

$$4. \begin{cases} x' = x + y \\ y' = -x - y \end{cases}$$

$$x(0) = -2, \quad y(0) = 1$$

$$5. \begin{cases} x' = 2x - y \\ y' = x + 4y \end{cases}$$

$$x(0) = 1, \quad y(0) = 0$$

$$6. \begin{cases} x' = -x + y \\ y' = -2x + y \end{cases}$$

$$x(0) = 0, \quad y(0) = 1$$

$$7. \begin{cases} x' = 3x + y \\ y' = -x + y \end{cases}$$

$$x(0) = 3, \quad y(0) = 0$$

$$8. \begin{cases} x' = 3x + y \\ y' = -x + 5y \end{cases}$$

$$x(0) = 0, \quad y(0) = 2$$

$$9. \begin{cases} x' = 5x - y \\ y' = x + 3y \end{cases}$$

$$x(0) = 1, \quad y(0) = 0$$

$$10. \begin{cases} x' = 12x - 5y \\ y' = 5x + 12y \end{cases}$$

$$x(0) = 1, \quad y(0) = 1$$

$$11. \begin{cases} x' = x - y \\ y' = 4x - 3y \end{cases}$$

$$x(0) = 3, \quad y(0) = 0$$

$$12. \begin{cases} x' = -x - 10y \\ y' = 2x + 3y \end{cases}$$

$$x(0) = 7, \quad y(0) = -1$$

$$13. \begin{cases} x' = 3x - y \\ y' = x + 5y \end{cases}$$

$$x(0) = 2, \quad y(0) = 1$$

$$14. \begin{cases} x' = -2x - 5y \\ y' = x \end{cases}$$

$$x(0) = 7, \quad y(0) = -1$$

$$15. \begin{cases} x' = x - 2y \\ y' = 2x - 3y \end{cases}$$

$$x(0) = 0, \quad y(0) = 1$$

$$16. \begin{cases} x' = x + y \\ y' = -4x + y \end{cases}$$

$$x(0) = 1, \quad y(0) = 2$$

$$17. \begin{cases} x' = -3x + 4y \\ y' = -x + y \end{cases}$$

$$x(0) = 0, \quad y(0) = 3$$

$$18. \begin{cases} x' = 4x + 15y \\ y' = -3x - 2y \end{cases}$$

$$x(0) = 7, \quad y(0) = -1$$

$$19. \begin{cases} x' = -3x + 2y \\ y' = -2x + y \end{cases}$$

$$x(0) = 1, \quad y(0) = 0$$

$$21. \begin{cases} x' = 12x + 5y \\ y' = -5x + 12y \end{cases}$$

$$x(0) = 2, \quad y(0) = 2$$

$$23. \begin{cases} x' = 5x + 15y \\ y' = -3x - y \end{cases}$$

$$x(0) = 1, \quad y(0) = 1$$

$$25. \begin{cases} x' = x \\ y' = -5x - 2y \end{cases}$$

$$x(0) = -1, \quad y(0) = 7$$

$$27. \begin{cases} x' = 3x + 2y \\ y' = -10x - y \end{cases}$$

$$x(0) = -1, \quad y(0) = 7$$

$$29. \begin{cases} x' = -x + y \\ y' = -y \end{cases}$$

$$x(0) = 2, \quad y(0) = 1$$

$$20. \begin{cases} x' = 3x - y \\ y' = x + y \end{cases}$$

$$x(0) = 1, \quad y(0) = 2$$

$$22. \begin{cases} x' = 5x + 4y \\ y' = -x + y \end{cases}$$

$$x(0) = 3, \quad y(0) = -4$$

$$24. \begin{cases} x' = 3x + y \\ y' = -4x - y \end{cases}$$

$$x(0) = 7, \quad y(0) = -1$$

$$26. \begin{cases} x' = x - 2y \\ y' = 2x + 5y \end{cases}$$

$$x(0) = 2, \quad y(0) = -2$$

$$28. \begin{cases} x' = -x - y \\ y' = x - y \end{cases}$$

$$x(0) = 1, \quad y(0) = 0$$

$$30. \begin{cases} x' = -8y \\ y' = 2x \end{cases}$$

$$x(0) = 2, \quad y(0) = 0$$

Задача № 5

Найти общее решение системы матричным способом

$$1. \begin{cases} x' = -3x - y - z \\ y' = 6x + 6y + 5z \\ z' = -x - 3y - 2z \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x' = 2x - y - z \\ y' = -y \\ z' = 2y + z \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x' = -x + 2y + 3z \\ y' = 2x - 3y - 2z \\ z' = -x + 3y + 3z \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x' = 2x + y + z \\ y' = -y - 2z \\ z' = -y - 4z \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x' = x - 2y - 2z \\ y' = x + 4y + 2z \\ z' = -x - y + z \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} x' = 3x - y - z \\ y' = -x + 5y + z \\ z' = -2x + y + 2z \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x' = x + 3y \\ y' = 3x - 2y - z \\ z' = -y + z \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x' = 3x - 2y + 2z \\ y' = 4x - 3y - 2z \\ z' = x - y + 2z \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x' = 2x - y \\ y' = 4x - 3y - 2z \\ z' = -z \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x' = 3x + y + z \\ y' = 2x + 2y + z \\ z' = x + y + 3z \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x' = 5x + 2y + 2z \\ y' = 3x + 4y - 3z \\ z' = -2x - 2y + 3z \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x' = x + y + z \\ y' = 3x + y + z \\ z' = 3x - 2y + 4z \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x' = 2x + 2y \\ y' = 2x - 2y - z \\ z' = -y + 2z \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} x' = x - y + z \\ y' = 2x - 2y + z \\ z' = -5x + 2y + 4z \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} x' = -x + y + z \\ y' = x - y + z \\ z' = x + y + z \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} x' = x - y + z \\ y' = x + y - z \\ z' = 2x - y \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} x' = 6x + 5y + 6z \\ y' = -3x - 2y - z \\ z' = -x - y - 3z \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} x' = 3x - y + 3z \\ y' = 3x - y + 2z \\ z' = -2x + 2y - 3z \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} x' = 2y - z \\ y' = x + y - z \\ z' = -x + y + z \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} x' = 3x - 6y \\ y' = -6x - 3y + 2z \\ z' = 2y + 3z \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} x' = x - y \\ y' = -x - 2y + 3z \\ z' = 3y + z \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} x' = 2x + y - z \\ y' = 2x + 3y - 2z \\ z' = -2x + 4y - 3z \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} x' = -3x - 2y + 2z \\ y' = 3x + 3y - z \\ z' = 2x + 3y - z \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} x' = -3x - 2y + 4z \\ y' = -x + 2y + z \\ z' = -2x + 2y + 3z \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} x' = x + y + z \\ y' = x - y + z \\ z' = x + y - z \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} x' = 4x - 5y + 2z \\ y' = x + y - z \\ z' = x + 2y - 2z \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} x' = 4x + 3y - 2z \\ y' = x + y + z \\ z' = x + 3y + z \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} x' = -2x + 3y - 2z \\ y' = y - 2z \\ z' = -z \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} x' = -x + 2y + z \\ y' = x + z \\ z' = 4x - 4y + 2z \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} x' = -y - z \\ y' = x + 2y - z \\ z' = -2x - 2y + z \end{cases}$$

17. Прием курсовых работ.

Виды контроля

1. Контрольная работа – ОДУ I порядка и ОДУ, допускающие понижение порядка.
2. Курсовая работа.
3. Экзамен.

Литература

1. Карташев А.П., Рождественский Б.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления. – М.: Наука, 1986. – 272 с.
2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: Наука, 1969. – 424 с.
3. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1985. – 231 с.
4. Краснов М.Л., Киселёв А.И., Макаренко Г.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задачи и примеры с подробными решениями. М., Едиториал УРСС, 2002. – 256 с.
5. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1985. – 128 с.