

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального
образования

СЕВЕРО-ЗАПАДНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЗАОЧНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра теплотехники и теплоэнергетики

ГИДРОГАЗОДИНАМИКА

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС

Информация о дисциплине
Рабочие учебные материалы
Информационные ресурсы дисциплины
Блок контроля усвоения дисциплины

Институт энергетический

Специальности:

140101.65 – тепловые электрические станции

140104.65 – промышленная теплоэнергетика

Направление подготовки бакалавра:

140100.62 - теплоэнергетика

Санкт-Петербург
Издательство СЗТУ
2007

Утверждено редакционно-издательским советом университета

УДК 620.9 (075)

Гидрогазодинамика: учебно-методический комплекс (информация о дисциплине, рабочие учебные материалы, информационные ресурсы дисциплины, опорный конспект, блок контроля освоения дисциплины) /сост. В.Г. Лабейш.- СПб.: Изд-во СЗТУ, 2007.108 с.

Учебно-методический комплекс соответствует требованиям государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования.

В учебно-методическом комплексе представлены данные по содержанию дисциплины и видам учебной работы, рабочая программа, включающая тематический план дисциплины, ее структурно-логическую схему, временной график, систему оценки знаний, учебно-методическое обеспечение, технические и программные средства обеспечения дисциплины.

В опорном конспекте материал дисциплины изложен в сжатом виде. Представлены модули курса, ключевые понятия, вопросы для самоконтроля, глоссарий.

Блок контроля усвоения дисциплины содержит задание на контрольную работу и тестовые задания.

Рассмотрено на заседании кафедры теплотехники и теплоэнергетики 29.05.2007 г., одобрено методической комиссией института энергетики 31.05.2007 г.

Р е ц е н з е н т ы : кафедра теплотехники и теплоэнергетики СЗТУ (зав. каф. З.Ф. Каримов, д-р техн. наук, проф.); А.П. Бельский, д-р техн. наук, проф., зав. каф. теплоэнергетики С.-Петербургского технологического университета растительных полимеров.

Составил: В.Г.Лабейш, д-р техн. наук, проф.

© Северо-Западный государственный заочный технический университет, 2007 г.

1. ИНФОРМАЦИЯ О ДИСЦИПЛИНЕ

1.1. ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебно-методический комплекс предназначен для студентов 3 курса очно-заочной и заочной форм обучения специальностей 140101.65 – тепловые электрические станции и 140104.65 – промышленная теплоэнергетика и направления подготовки бакалавра 140.100 – теплоэнергетика.

Основные изучаемые разделы дисциплины – физические свойства жидкостей, гидростатика, гидравлика, гидравлические сопротивления и расчет трубопроводов, гидромашины, газодинамика, волны давления в газовом потоке, динамика идеальной несжимаемой жидкости, динамика вязкой жидкости, пограничный слой, крыло и лопаточная решетка в газовом потоке, специальные задачи гидрогазодинамики.

Объем дисциплины согласно Государственному образовательному стандарту 140 часов. Дисциплина изучается в первом семестре третьего курса, для очно-заочной формы обучения включает 16 часов лекций, 12 часов лабораторных занятий, 6 часов практических занятий, для заочной формы обучения – 8 часов лекций, 12 часов лабораторных занятий. Студенты выполняют одну контрольную работу. Контроль знаний включает тестовые задания и экзамен.

Гидрогазодинамика является научной основой методов расчета, проектирования и эксплуатации трубопроводов, арматуры, систем теплоснабжения, турбин, насосов и компрессоров, парогенераторов, систем паросилового оборудования, двигателей внутреннего сгорания, средств измерения и контроля. При подготовке специалистов в области теплоэнергетики гидрогазодинамика является одной из основных общепрофессиональных дисциплин.

Цель изучения дисциплины – приобретение студентами знаний в области механики жидкости и газа, гидравлических расчетов теплотехнического оборудования, его защиты от гидроудара, принципов устройства и гидродинамических характеристик измерительной техники, насосов, турбин, диффузоров, эжекторов, устройств для распыливания жидкости, основных проблем газодинамики, гидравлического и газодинамического моделирования.

Задачи изучения дисциплины. В результате изучения дисциплины студент должен:

Иметь представление: о применении гидрогазодинамики в различных отраслях народного хозяйства; об основных научных центрах, разрабатывающих отдельные проблемы гидрогазодинамики; об основных теоретических и экспериментальных методах решения задач гидрогазодинамики.

Знать: основные законы гидростатики и гидродинамики; способы расчета гидростатического давления, гидравлических сопротивлений, гидравлического удара; гидродинамические основы устройств для измерения давления, скорости, расхода жидкости; устройство и основные характеристики гидромашин; основные законы газодинамики; способы моделирования в гидрогазодинамике; способы расчета пограничного слоя; основы расчета силового взаимодействия потока жидкости с крылом и лопаточной решеткой.

Уметь: анализировать гидравлические и гидродинамические характеристики систем теплотехнического оборудования; рассчитывать давление жидкости на стенки баков и емкостей; рассчитывать потери напора в гидравлических сопротивлениях теплотехнических систем; рассчитывать повышение давления при гидроударе; рассчитывать силу сопротивления при обтекании тел, силовое взаимодействие потока с лопаточным аппаратом турбомашины.

Владеть: терминологией в области гидрогазодинамики, основными источниками информации и справочными данными по гидрогазодинамике.

Место дисциплины в учебном процессе. Курс «Гидрогазодинамика» базируется на дисциплинах «Физика», «Высшая математика», «Теоретическая механика», «Техническая термодинамика». Знания и умения, приобретенные при изучении курса, используются в дисциплинах «Котельные установки и парогенераторы», «Турбины ТЭС и АЭС», «Теплотехнические измерения и приборы», «Основы централизованного теплоснабжения», «Тепловые и атомные электростанции», «Природоохранные технологии в теплоэнергетике», «Тепловые двигатели и нагнетатели», «Тепломассообменное оборудование предприятий».

1.2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Содержание дисциплины по ГОС

Вводные сведения; основные физические свойства жидкостей и газов; общие законы и уравнения статики, кинематики и динамики жидкостей и газов; силы, действующие в жидкостях; общая интегральная форма уравнений количества движения и момента количества движения; подобие гидромеханических процессов; общее уравнение энергии в интегральной и дифференциальной форме; одномерные потоки жидкостей и газов; плоское (двумерное) движение идеальной жидкости; уравнение движения для вязкой жидкости; пограничный слой; дифференциальное уравнение для пограничного слоя; сопротивление тел, обтекаемых вязкой жидкостью; сопротивление при течении жидкостей в трубах, местные сопротивления; турбулентность и ее основные статистические характеристики; уравнения Навье-Стокса и Рейнольдса; сверхзвуковые течения; скачки уплотнений; особенности двухкомпонентных и двухфазных течений; течение жидкости при фазовом равновесии; тепловой скачок и скачок конденсации.

Объем дисциплины и виды учебной работы представлены в табл. 1.

Вид учебной работы	Всего часов		
	Форма обучения		
	очная	-очно- заочная	заочная
Общая трудоемкость дисциплины	140		
Работа под руководством преподавателя (включая ДОТ)	84		
в т. ч. лекции	48	16	8
Практические занятия	16	6	0
Лабораторные работы	12	12	8
Самостоятельная работа студента	56	56	56
Контрольная работа	0	1	1
Вид итогового контроля	экзамен		

Перечень видов практических занятий и контроля:

- тест (общий по дисциплине);
- одна контрольная работа (для очно-заочной и заочной форм обучения);
- лабораторные работы – 12 часов (для всех форм обучения);
- практические занятия – 16 часов (для дневной формы обучения), 6 часов (для очно-заочной формы обучения);
- экзамен (для всех форм обучения).

2. РАБОЧИЕ УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

2.1. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

(объем дисциплины – 140 часов)

Раздел 1. Введение. Гидростатика

(16 часов)

[1], с. 3...13; [2], с. 3.

Предмет гидрогазодинамики и её место в подготовке специалистов тепло-энергетического профиля. Значение гидрогазодинамики для энергомашиностроения и эксплуатации теплоэнергетического оборудования. История механики жидкости и газа, роль русских ученых.

Сжимаемые и несжимаемые жидкости. Физические свойства жидкостей - плотность, сжимаемость, вязкость. Закон Ньютона для вязкого трения. Динамический и кинематический коэффициенты вязкости, их зависимость от температуры. Идеальная жидкость. Поверхностное натяжение и тепловое расширение. Гидростатическое давление. Давление в покоящейся жидкости. Абсолютное и избыточное давление, манометрическое давление, вакуум. Приборы для измерения давления и вакуума.

Давление жидкости на стенку. Сила давления, центр давления.

Раздел 2. Гидравлика.

(54 часа)

[1], с. 14...57; [2], с. 18...44 [6], с.8...19.

Основные понятия кинематики жидкости. Установившееся и неустановившееся движение. Траектория частицы, линия тока, элементарная струйка. Поток жидкости, живое сечение, расход. Уравнение неразрывности для элементарной струйки и целого потока. Дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости.

Уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости. Геометрический и энергетический смысл уравнения Бернулли. Пьезометрическая линия, скоростной напор, гидродинамическая линия. Трубка Пито.

Уравнение Бернулли для струйки вязкой жидкости. Потери напора, гидравлический уклон. Уравнение Бернулли для целого потока, коэффициент неравномерности скорости. Примеры применения уравнения Бернулли. Истечение несжимаемой жидкости через отверстия и насадки. Расходомер Вентури, водомерное сопло, диафрагма. Кавитация.

Уравнение количества движения. Давление струи на преграду. Реакция вытекающей струи. Уравнение моментов количества движения.

Режимы движения вязкой жидкости, число Рейнольдса. Пульсации скорости и давления в турбулентном потоке. Зависимость потерь напора от скорости течения при ламинарном и турбулентном режимах. Формулы Вейсбаха и Дарси. Распределение скоростей и потери напора при ламинарном и турбулентном режимах. Зависимость гидравлического коэффициента трения от числа Рейнольдса и шероховатости стенок трубы.

Местные сопротивления. Коэффициент местного сопротивления, его определение по гидравлическим справочникам. Установившееся движение жидкости в трубопроводах, гидравлический расчет расхода и потерь напора.

Неустановившееся движение жидкости в трубах. Гидравлический удар в трубах. Формула Жуковского для прямого гидроудара. Скорость распространения ударной волны. Фазы гидроудара. Непрямой гидравлический удар. Предохранение трубопроводов от гидравлического удара.

Гидромашины. Насосы. Производительность, напор, мощность насоса. Высота всасывания и кавитация. Насосы вытеснения. Лопастные насосы, их характеристики. Регулирование насосов и их совместная работа на сеть. Гидропривод, его характеристики. Пневмопривод.

Раздел 3. Газодинамика

(20 часов)

[1], с. 57...90; [3], с. 3...24; [5], с. 9...24

Основные уравнения одномерного движения. Скорость звука в газовом потоке. Дозвуковые и сверхзвуковые течения, числа M и λ . Уравнение энергии, критическая и максимальная скорости. Параметры изоэнтропийного торможения газа. Зависимость скорости газа от сечения потока при дозвуковых и

сверхзвуковых скоростях, сопло Лаваля. Газодинамические функции. Решение задач одномерного изоэнтропийного течения. Истечение газа из отверстий и сопел. Одномерное течение при наличии трения. Распределение давлений и скоростей по длине трубы при различных числах M . Приведенная длина трубы.

Распространение возмущений в потоке газа. Понятие о характеристиках сверхзвукового потока. Волны разрежения. Изменение параметров газового потока в волнах разрежения. Прямой скачок уплотнения, изменение параметров потока при переходе через скачок. Нарастание энтропии газа в скачке. Косые скачки уплотнения, изменение параметров газа в косом скачке. Потери энергии в косых скачках.

Построение поля течения и расчет скоростей и давлений при сверхзвуковом обтекании пластинки и крыла. Волновое сопротивление.

Раздел 4. Динамика идеальной жидкости

(16 часов)

[1], с. 90...115; [3], с. 84...110.

Кинематический анализ движения жидкой частицы. Скорости поступательного, вращательного и деформационного движения. Вихревое и безвихревое течение.

Функция тока и потенциал скорости. Примеры потенциальных течений. Метод ЭГДА и экспериментальное изучение потенциальных течений на электрических моделях. Вихрь скорости и циркуляция. Поле скоростей, вызываемое вихрями. Циркуляционное течение. Обтекание кругового цилиндра без циркуляции и с циркуляцией, распределение скоростей и давлений на поверхности обтекаемых тел. Теорема Жуковского для подъемной силы. Появление циркуляции при обтекании крыла, постулат Чаплыгина – Жуковского. Моделирование циркуляционного обтекания крыла методом ЭГДА.

Раздел 5. Динамика вязкой жидкости.

(16 часов)

[1], с. 115...148; [3], с. 111...130, 140...150.

Касательные напряжения внутреннего трения в вязкой жидкости. Связь напряжений со скоростями деформации. Уравнения Навье-Стокса.

Моделирование в гидрогазодинамике. Условия гидродинамического подобия потоков. Общий закон динамического подобия Ньютона. Расчет натуральных гидродинамических сил по данным опыта на динамически подобной модели. Аэродинамические трубы, коэффициент сопротивления. Моделирование при преимущественном влиянии сил тяжести, вязкого трения, сжимаемости среды. Числа подобия. Полное и частичное подобие. Расчет параметров модели и пересчет данных модельного эксперимента на натуру.

Движение жидкости в пограничном слое. Дифференциальные уравнения Прандтля и граничные условия для пограничного слоя. Интегральные соот-

ношения Кармана. Условные толщины пограничного слоя: вытеснения, потери импульса, потери энергии.

Пограничный слой на пластинке: распределение скоростей, нарастание толщины слоя, касательные напряжения, коэффициент сопротивления. Переход ламинарного слоя в турбулентный. Расчет турбулентного слоя. Пограничный слой при обтекании тела конечной толщины. Отрыв пограничного слоя и сопротивление при отрывном обтекании, кризис обтекания. Факторы, влияющие на турбулизацию и отрыв пограничного слоя. Управление пограничным слоем.

Раздел 6. Специальные задачи

(18 часов)

[1], с. 148...178; [7], с. 45...63.

Крыло, его геометрические параметры. Аэродинамические характеристики крыла. Влияние сжимаемости газа на аэродинамические характеристики, критическое число Маха. Индуктивное сопротивление, элементы теории крыла конечного размаха.

Течение газа через лопаточные решетки турбомашин. Геометрические параметры решеток. Силовое взаимодействие потока с одиночной лопаткой решетки, формулы Эйлера. Сила Жуковского и добавочная осевая сила. Потери энергии в решетках, влияние геометрических и режимных параметров на характеристики решеток.

Распыливание жидкостей. Характеристики распыла. Гидравлические, пневматические, механические распылители. Числа подобия, определяющие характеристики распыла. Течение двухфазных жидкостей, спектры капель. Особенности течения насыщенного и влажного пара через турбинные решетки. Эрозия элементов энергетического оборудования при движении влажного пара.

Основные характеристики и расчет диффузоров. Потери энергии в диффузоре как сумма потерь на трение в пограничном слое и потерь расширения. Влияние угла раствора и степени расширения в диффузоре на потери. Ступенчатые и комбинированные диффузоры.

Степень эжектора. Влияние турбулентности потока и волновой структуры сверхзвуковой струи на процесс смешения в эжекторе. Работа ступени эжектора при переменных режимах. Выбор геометрических параметров ступени эжектора.

Перечень лабораторных работ (12 часов)

1. Построение диаграммы уравнения Бернулли и определение местных потерь напора (2 часа).
2. исследование истечения воздуха через сопло (2 часа).
3. Построение гидродинамической сетки течения методом ЭГДА (2 часа).
4. Исследование распределения давления на поверхности обтекаемых тел (2 часа).
5. Измерение скоростей в пограничном слое крыла (2 часа).
6. Определение коэффициентов сопротивления тел (2 часа).

2.2. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛИНЫ

Тематический план дисциплины «Гидрогазодинамика» для очно-заочной формы обучения представлен в табл. 2.1.

Таблица 2.1

№ п/п	Наименование раздела (темы)	Часов днев.	Лек-ции	Лаб. раб.	ДОТ	Самост. работа	Практ. раб.	Конт-роль
	Общая трудоемкость дисциплины	140	16	12	56	56	6	Экз.
1	Введение. Гидростатика	16	1		4	4	0,5	тест 1
2	Гидравлика	54	7	4	24	24	2,5	
3	Газодинамика	20	3	2	8	8	1	тест 2
4	Динамика идеальной жидкости	16	3	2	6	6	0,5	
5	Динамика вязкой жидкости	16	3	2	8	8	1	тест 3
6	Специальные задачи	18	3	2	6	6	0,5	

Тематический план дисциплины «Гидрогазодинамика» для заочной формы обучения представлен в табл. 2.2.

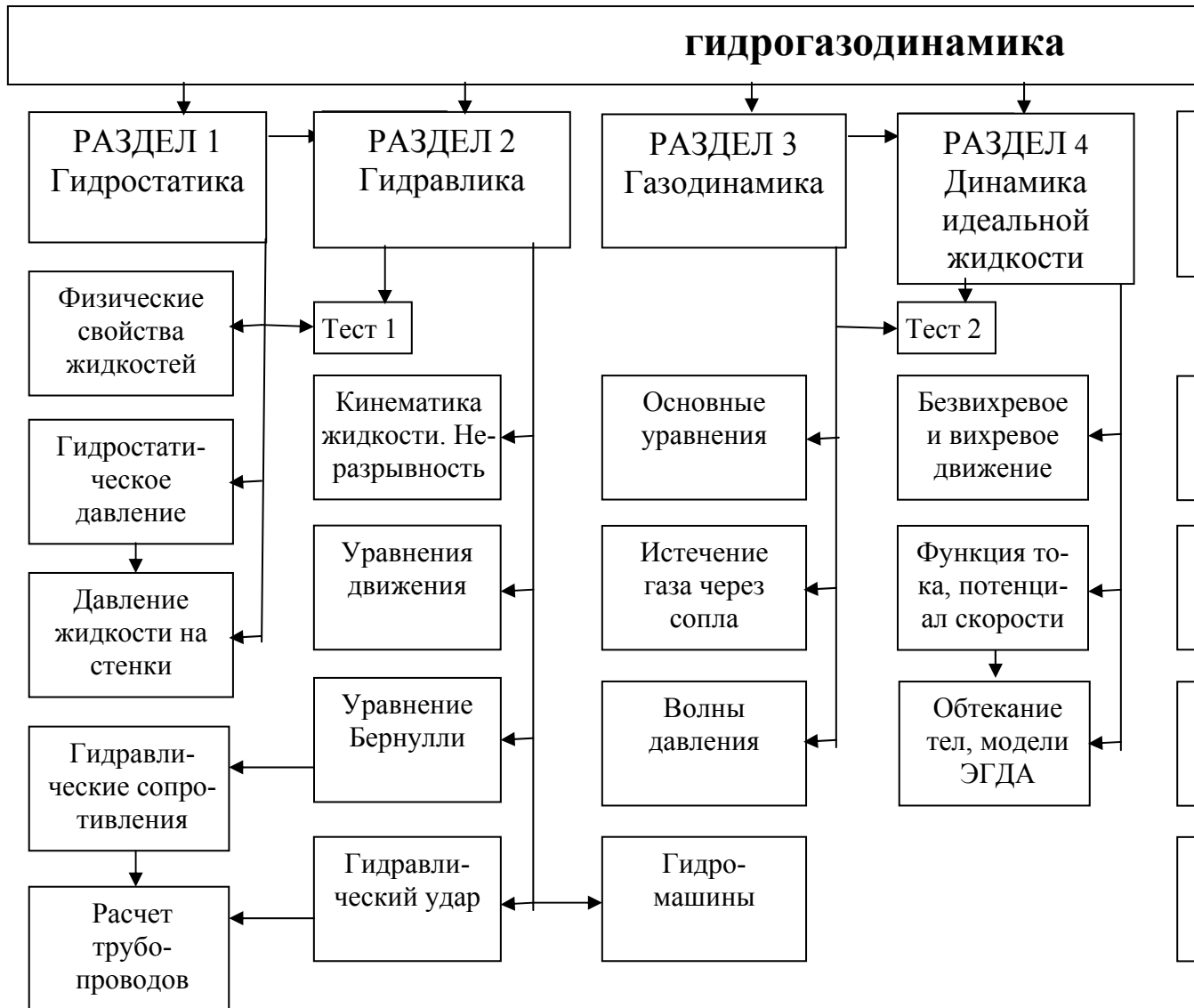
Таблица 2.2

№ п/п	Наименование раздела (темы)	Часов дневн.	Лек-ции	Лаб. раб.	ДОТ	Самост. работа	Конт-роль
	Общая трудоемкость дисциплины	140	8	12	56	56	Экз.
1	Введение. Гидростатика	16	1		4	4	тест 1
2	Гидравлика	54	5	4	24	24	
3	Газодинамика	20	2	2	8	8	тест 2
4	Динамика идеальной жид-ти	16	1	2	6	6	
5	Динамика вязкой жидкости	16	2	2	8	8	тест 3
6	Специальные задачи	18	1	2	6	6	

2.3. СТРУКТУРНО – ЛОГИЧЕСКАЯ СХЕМА ДИСЦИПЛИНЫ

Структурно-логическая схема дисциплины «Гидрогазодинамика» представлена на стр. 10. Схема дает представление о содержании дисциплины, последовательности изучения и взаимосвязи ее разделов.

Структурно-логическая схема дисциплины



2.4. ВРЕМЕННОЙ ГРАФИК ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Временной график дисциплины «Гидрогазодинамика» для студентов, занимающихся с использованием ДОТ, представлен в табл. 2.2.

Таблица 2.2.

№ раз-дела	Наименование раздела (темы)	Продолжительность изучения (из расчета 4 часа в день)
1	Введение. Гидростатика.	1 дн.
2	Гидравлика	5 дн.
3	Газодинамика	1,5 дн.
4	Динамика идеальной жидкости	1,5 дн.
5	Динамика вязкой жидкости	1,5 дн.
6	Специальные задачи	1,5 дн.
	Контрольная работа	2 дн.
	ИТОГО	19 дн.

2.5. ПРАКТИЧЕСКИЙ БЛОК

Практические занятия (для дневной формы обучения)

Темы и наименование практических работ для очно-заочной формы обучения представлены в табл. 2.3.

Таблица 2.3.

№ раздела и наименование темы	Наименование практических занятий	Кол-во часов
1. Введение. Гидростатика	Расчет давления жидкости на стенки	1
2. Гидравлика	Гидравлический расчет трубопроводов, расходомеров, гидроудар	1
3. Газодинамика	Расчет истечения газа через сопла	1
4. Динамика идеальной жидкости	Построение гидродинамической сетки течения при обтекании лопатки	1
Динамика вязкой жидкости	Расчет пограничного слоя	1
6. Специальные задачи	Расчет силового взаимодействия потока с турбинной лопаткой	1
	ИТОГО	6

Лабораторные работы (все формы обучения)

Темы и наименование лабораторных работ представлены в табл. 2.4.

Таблица 2.4

№ раздела и наименование темы	Наименование лабораторной работы	Кол-во часов
2. Гидравлика	Построение диаграммы уравнения Бернулли и определение местных потерь напора	2
3. Газодинамика	Исследование истечения воздуха через сопло	2
4. Динамика идеальной жидкости	Построение гидродинамической сетки течения методом ЭГДА	2
5. Динамика вязкой жидкости	Исследование распределения давления на поверхности обтекаемых тел	2
5. Динамика вязкой жидкости	Измерение скоростей в пограничном слое крыла	2
6. Специальные задачи	Определение коэффициентов сопротивления тел	2
ИТОГО		12

Тематический план лекций для студентов очно-заочной формы обучения

1. Введение. Гидростатика	2 часа
2. Гидравлика	6 часов
3. Газодинамика	2 часа
4. Динамика идеальной жидкости	2 часа
5. Динамика вязкой жидкости	2 часа
6. Специальные задачи	2 часа

3. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основной:

1. Лабейш, В.Г. Гидрогазодинамика / В.Г. Лабейш - СПб.: СЗТУ, 2007.
2. Лабейш, В.Г. Гидрогазодинамика. Методические указания к лабораторным работам / В.Г. Лабейш – СПб.: СЗТУ, 2004.
3. Дейч, М.Е. Гидрогазодинамика / М.Е. Дейч, А.Е. Зарянкин – М.: Энергоатомиздат, 1976.

Дополнительный:

4. Идельчик, И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям / И.Е. Идельчик - М.: Машиностроение, 1993.
5. Степчиков, А.А. Задачник по гидрогазовой динамике / А.А. Степчиков – М.: Машиностроение, 1986.
6. Башта, Т.М. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы / под ред. Т.М. Башты – М.: Машиностроение, 1982.

7. Дитякин, Ю.Ф. Распыливание жидкостей / Ю.Ф. Дитякин – М.: Машиностроение, 1977.

8. <http://www.hydrodynamics.ru> – материалы по гидрогазодинамике.

3.2. ОПОРНЫЙ КОНСПЕКТ

Раздел 1. ВВЕДЕНИЕ. ГИДРОСТАТИКА

1.1. Физические свойства жидкостей

Жидкостями называются тела, у которых силы взаимной связи между частицами невелики. Будучи помещены в сосуд, жидкости принимают его форму. При этом жидкости могут быть *капельными* (несжимаемыми) и *газообразными* (сжимаемыми). Капельные жидкости почти не меняют объема при изменении давления. В газах изменение давления приводит к значительным изменениям объема, например, при изотермическом увеличении давления вдвое объем газа уменьшается в два раза. В капельных жидкостях имеют место силы сцепления между частицами, что приводит к появлению поверхности уровня; в газах сил сцепления между молекулами нет.

В гидрогазодинамике используется понятие *континуума*, или сплошности. Предполагается, что любая частица жидкой среды, сколь бы мала она ни была, имеет свойства, одинаковые со свойствами окружающего большого объема жидкости. В действительности континуум в жидкости часто нарушается. Например, в зоне пониженного давления в потоке жидкости может возникнуть явление *кавитации*, т.е. образование полостей (каверн), заполненных парами и газами, выделившимися из жидкости. Однако для большинства практических задач использование понятия сплошности является справедливым, что позволяет считать скорость течения, давление и другие параметры потока непрерывными функциями от координат.

Рассмотрим основные свойства жидкости.

Плотность

Это свойство характеризует инерционные качества жидкости. Плотностью ρ называют массу единицы объема жидкости. Если масса жидкости m занимает объем V , то

$$\rho = m / V. \quad (1.1)$$

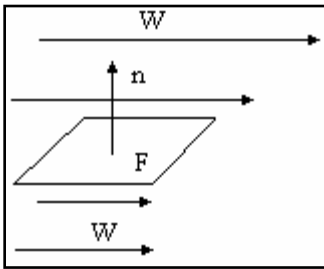
Размерность плотности в системе СИ - (кг/м³).

Плотности ряда жидкостей при температуре 20 °С приведены в [1], [4].

Вязкость

Свойство вязкости проявляется в сопротивлении, которое оказывает движущаяся жидкость сдвигающим усилиям. Если в потоке скорости отдельных слоев неодинаковы, то молекулы жидкости в своем хаотическом тепловом движении проникают из слоев, имеющих малую скорость, в слои с большими скоростями и подтормаживают их (на рис. 1.1 снизу вверх). Наоборот, молекулы, поступающие в зону малых скоростей, увлекают жидкость. Таким

образом, вследствие теплового движения молекул и сил сцепления между частицами жидкости возникает тенденция к выравниванию эпюры скоростей. Подтормаживание слоев с большой скоростью при этом аналогично действию трения в механике твердого тела. Используя эту аналогию, действие вязкости



называют *внутренним трением* в жидкости. Теряемая механическая энергия потока расходуется на увеличение внутренней энергии молекул, т.е. переходит в теплоту. По гипотезе Ньютона, подтвержденной экспериментами, касательное усилие между слоями жидкости, имеющими разную скорость (т. е. «сила вязкого трения»), пропорционально площади соприкосновения слоев F и градиенту скорости в поперечном направлении dw/dn :

Рис. 1.1

$$f = -\mu F dw/dn, \text{ Н} \quad (1.2)$$

(закон Ньютона о вязком трении). Касательное напряжение τ , или сила трения на единицу площади соприкосновения слоев, выражается формулой

$$\tau = f / F = -\mu dw/dn, \text{ Н/м}^2. \quad (1.2a)$$

Коэффициент пропорциональности μ в формуле Ньютона – это *динамический коэффициент вязкости*. Его размерность – Нс/м^2 . В некоторых задачах гидромеханики, когда вязкость мало влияет на течение, используется понятие о фиктивной жидкости, лишенной свойства вязкости – *идеальной жидкости*.

Наряду с динамическим коэффициентом вязкости μ в гидромеханике часто используется также *кинематический коэффициент вязкости* ν , представляющий собой отношение μ к плотности жидкости ρ , т. е. $\nu = \mu/\rho$. Размерность кинематического коэффициента вязкости – $\text{м}^2/\text{с}$. В практике часто применяется производная единица – $\text{см}^2/\text{с}$, причем $1 \text{ см}^2/\text{с} = 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$. Единица $\text{см}^2/\text{с}$ носит название *стокс* (Ст). Значения кинематического коэффициента вязкости ν в стоксах для некоторых жидкостей при различной температуре приведены в табл. 1.1 источника [1].

Вязкость капельных жидкостей уменьшается с повышением температуры, что связано с уменьшением сил сцепления между частицами. Вязкость газов, наоборот, увеличивается с повышением температуры из-за увеличения скоростей хаотического движения молекул. Для определения вязкости капельных жидкостей применяются приборы – *вискозиметры*. Чаще других используется вискозиметр Энглера, в котором вязкость определяется по времени истечения определенного объема жидкости через калиброванное отверстие.

Сжимаемость

Уменьшение объема при увеличении давления называется сжимаемостью жидкости. По закону Гука, приращение объема жидкости dV , связанное с приращением давления dp , определяется формулой

$$dV = - (1/E) V dp, \quad (1.3)$$

где E - модуль объемной сжимаемости (модуль Юнга) жидкости. Значения E для ряда жидкостей при температуре около 0°C и нормальном давлении приведены в [1].

Модуль объемной сжимаемости газов зависит от термодинамического характера процесса сжатия; обычно он в тысячи раз меньше, чем для капельных жидкостей (поэтому газы и называются *сжимаемыми жидкостями*). Наряду с модулем Юнга E для характеристики сжимаемости применяют также обратную ему величину - коэффициент сжимаемости $\beta = 1/E$. Как уже упоминалось, капельные, или несжимаемые, жидкости при небольших изменениях давления практически не меняют объема.

Поверхностное натяжение

Это механическое свойство капельной жидкости есть следствие действия в жидкости сил притяжения между молекулами. Поверхность жидкости как бы покрыта тонкой эластичной пленкой, стремящейся уменьшить площадь поверхности. Молекулы поверхностного слоя имеют по сравнению с внутренними молекулами некоторый избыток потенциальной энергии ΔU_F , который, очевидно, пропорционален площади поверхности F :

$$\Delta U_F = \sigma F. \quad (1.4)$$

Коэффициент σ называется *коэффициентом поверхностного натяжения* (или просто «поверхностным натяжением»); его размерность - Дж/м², или, что то же самое, Н/м.

На границе между жидкостью и твердым телом возникают силы взаимодействия между молекулами этих сред. При этом в зависимости от величины краевого угла θ , образованного поверхностью жидкости с твердой поверхностью, у линии раздела может наблюдаться *смачивание* ($\theta < 90^\circ$, например, керосин на стальной поверхности) или *несмачивание* ($\theta > 90^\circ$, например, ртуть на стекле).

При движении жидкости в капиллярно-пористых телах поверхностное натяжение играет существенную роль. В крупных сосудах и трубопроводах, с которыми приходится иметь дело в теплоэнергетике и энергомашиностроении, силы поверхностного натяжения исчезающе малы по сравнению с другими силами. Вместе с тем поверхностное натяжение весьма важно при распыливании жидкостей: увеличение поверхности при дроблении жидкости на мелкие капли требует затрат энергии.

Тепловое расширение

Тепловое расширение капельной жидкости и связанное с ним изменение плотности при изменении температуры незначительны и при грубых расчетах не принимаются во внимание. Значения плотности чистой воды ρ , кг/м³, в зависимости от температуры и давления представлены в табл. 1.1.

Тепловое расширение и сжатие газов исследуется технической термодинамикой.

Плотность воды в зависимости от температуры и давления

$t, ^\circ\text{C}$	0,1МПа	2МПа	5МПа	10МПа	15МПа	20МПа
0	1000	1000,8	1002,3	1004,8	1007,1	1009,5
50	988,0	988,9	990,1	992,4	994,4	996,4
100	958,2	959,3	960,7	963,0	965,1	967,4
150	-	917,8	919,4	922,1	924,7	927,3
200	-	865,0	867,1	870,7	874,1	877,5
250	-	-	800,3	805,9	811,1	816,2
300	-	-	-	715,4	725,5	734,6

1.2. Гидростатика

Силы, действующие в жидкости

Механика жидкости и газа рассматривает две категории сил, действующих в жидкости: объемные и поверхностные.

Объемные, или *массовые*, силы действуют на каждую частицу жидкости внутри данного объема. Таковы силы тяжести и инерции (в том числе центробежная сила). Объемные силы, отнесенные к единице массы жидкости, имеют размерность ускорения. Так, при действии силы тяжести объемная сила численно равна ускорению силы тяжести g ; при действии центробежной силы инерции объемная сила равна w^2/r (здесь w - окружная скорость вращения, r - радиус траектории). Результат действия объемной силы на заданный объем жидкости V выражается ее произведением на массу жидкости внутри данного объема, которая в свою очередь равна произведению объема V на плотность ρ . В итоге действие силы тяжести выражается весом заданного объема $g\rho V$, действие центробежной силы равно $\rho V w^2/r$.

Поверхностные силы действуют на поверхностях, отделяющих данный объем жидкости от атмосферы, стенок сосуда или соседних объемов жидкости. К поверхностным силам относятся нормальные силы (атмосферное давление, давление со стороны стенок сосуда) и касательные силы, например касательные напряжения трения у стенок трубы или у поверхности обтекаемого тела, возникающие при движении жидкости.

Гидростатическое давление в покоящейся жидкости

Сила, действующая по нормали со стороны жидкости на единицу площади поверхности тела, соприкасающегося с ней, называется *гидростатическим давлением*. Если на площадь F действует сила P , то гидростатическое давление

$$p = P / F. \quad (1.5)$$

Если площадь F расположена в жидкости не горизонтально, то в разных ее точках гидростатическое давление не одинаково - оно зависит от глубины. В этом случае давление в точке определяется через предельный переход:

$$p = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} (\Delta P / \Delta F). \quad (1.5a)$$

Вектор силы давления на некоторую площадку, выбранную в жидкости, направлен по внутренней нормали к ней и не зависит от ориентации площадки.

Единица измерения давления в системе СИ - Н/м^2 - называется *паскалем* (Па). В отмененной технической системе единица давления - кгс/м^2 . До сих пор на производстве применяется единица давления кгс/см^2 , называемая *технической атмосферой* (ат). Она равна 10000 кгс/м^2 и соответствует давлению столба ртути высотой 735 мм или столба воды высотой 10,00 м. Название «атмосфера» для этой единицы появилось потому, что она по величине близка к среднему атмосферному давлению на уровне моря, равному $1,033 \text{ кгс/см}^2$ (давление столба ртути высотой 760 мм).

В системе СИ используются производные единицы давления – *мегапаскаль*: $1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па}$, и *килопаскаль*: $1 \text{ кПа} = 10^3 \text{ Па}$. Связь со старыми единицами: $1 \text{ ат} = 0,98 \times 10^5 \text{ Па} \approx 0,1 \text{ МПа}$.

Следует отметить, что при сохранении сплошности жидкости давление в ней не может быть ниже некоторого минимума – *давления насыщения*, т.е. давления паров данной жидкости, насыщающих пространство при данной температуре. При попытке понизить давление ниже давления насыщения жидкость вскипает. В табл. 1.2 приведены данные по давлению насыщения для паров воды при различной температуре.

Таблица 1.2

Давление насыщения паров воды

$t, ^\circ\text{C}$	0	20	40	60	80	100	120	140	160
$P_{\text{н}}, \text{кПа}$	0,6	2,4	7,5	20,3	48,2	101,3	200	370	620

При других температурах воды давление насыщения паров находят в таблицах теплофизических свойств воды и водяного пара.

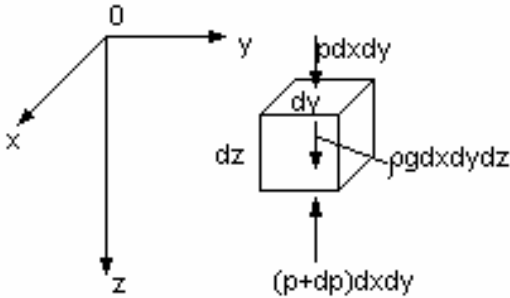
Из приведенных данных следует, например, что при температуре 70°C вода вскипает, если давление на ее поверхности станет менее 31,7 кПа. Давления насыщения некоторых других жидкостей при $t = 20^\circ\text{C}$ приведены в табл. 1.1 источника [1].

Дифференциальные уравнения равновесия жидкости

Вывод дифференциальных уравнений равновесия начнем с частного случая, когда на жидкость действует только сила тяжести и система координат выбрана таким образом, что плоскость xy расположена на поверхности жидкости, а ось z (ось глубин) направлена вертикально вниз (рис. 1.2).

Рассмотрим условия равновесия жидкости в параллелепипеде с ребрами dx , dy , dz , параллельными координатным осям. Единственной объемной силой, действующей на жидкость внутри параллелепипеда, является сила тяжести g , действие которой выражается произведением $\rho g dx dy dz$. Сила тяжести направлена вертикально вниз, и проекции объемной силы в направлении осей x и y равны нулю. В силу того, что жидкость неподвижна, силы давления на боковые грани взаимно уравновешиваются.

Рассмотрим проекции сил, действующих на параллелепипед в направлении оси z . Пусть давления на верхней и нижней площадках равны p и $p + dp$. На верхнюю грань действует сила давления $p dx dy$, на нижнюю – противоположно направленная сила давления $(p + dp) dx dy$. Просуммировав алгебраически силы давления на верхнюю и нижнюю грани и вес жидкости в объеме параллелепипеда, получим условие равновесия



$$p dx dy - (p + dp) dx dy + \rho g dx dy dz = 0, \text{ или}$$

$$dp = \rho g dz. \quad (1.6)$$

Рис. 1.2

При произвольной ориентации координатных осей, а также при действии кроме силы тяжести и других объемных сил приходится учитывать все их проекции X , Y , Z на координатные оси. В этом случае нужно рассматривать изменение давления в направлении всех координатных осей, которое описывается частными производными $\partial p / \partial x$, $\partial p / \partial y$, $\partial p / \partial z$. Пользуясь выводом, аналогичным вышеизложенному, получаем для этого случая систему дифференциальных уравнений равновесия жидкости Эйлера:

$$\begin{aligned} \partial p / \partial x &= \rho X, \\ \partial p / \partial y &= \rho Y, \\ \partial p / \partial z &= \rho Z. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Полный дифференциал гидростатического давления может быть определен из этой системы в результате умножения первого уравнения на dx , второго на dy , третьего на dz и их сложения:

$$dp = \rho (X dx + Y dy + Z dz). \quad (1.7a)$$

Интегрирование дифференциальных уравнений гидростатики

Рассмотрим равновесие несжимаемой жидкости под действием силы тяжести. Интегрируя уравнение $dp = \rho g dz$, имеем

$$p = \rho g z + C.$$

Постоянная интегрирования C может быть определена с учетом условия на поверхности жидкости: $p|_{z=0} = p_0$, следовательно, $C = p_0$. В результате давление p на любой глубине z может быть определено по *основному уравнению гидростатики*:

$$p = p_0 + \rho g z. \quad (1.8)$$

В частном случае, когда жидкость имеет свободную поверхность, давление p_0 равно атмосферному давлению p_a . Таким образом, давление p на глубине z (*абсолютное давление*) складывается из давления на поверхности p_0 и давления столба жидкости $\rho g z$ - *избыточного давления*.

Из уравнения гидростатики следует, что давление может измеряться высотой столба жидкости z . На этом основано широкое применение для измерения давления сообщающихся сосудов - пьезометров, жидкостных барометров и манометров, микроманометров. Так, в *пьезометре* давление внутри сосуда измеряется по высоте подъема z жидкости в открытой трубке; давление на поверхности жидкости в ней равно атмосферному. Очевидно, что $z = p_{\text{ман}}/\rho g$, где *манометрическое* давление $p_{\text{ман}} = p - p_0$ есть превышение давления над атмосферным. Давление в сосуде определяется по формуле $p = p_a + \rho g z$. *Микроманометр* представляет собой пьезометр, в котором измерительная трубка наклонена под небольшим углом к горизонтальной плоскости. Незначительные изменения давления приводят к заметным изменениям длины столбика жидкости в измерительной трубке микроманометра, чем повышается точность измерений.

Если в пьезометре уровень жидкости расположен ниже уровня в сосуде, слагаемое $\rho g z$ в основном уравнении гидростатики имеет знак минус и называется *вакуумом*, или недостатком давления до атмосферного. Величина, или глубина, вакуума в сосуде измеряется в долях атмосферы или высотах столба жидкости. При вакууме давление p не может быть меньше давления насыщения p_n при данной температуре (для воды – см. табл. 1.2). Пьезометр, измеряющий глубину вакуума, называется *вакуумметром*.

Помимо жидкостных приборов, для измерения давления в технике широко используются также механические манометры и вакуумметры – пружинные и мембранные. Давление в них измеряется по величине упругих деформаций чувствительного элемента.

Из уравнения гидростатики непосредственно следует *закон Паскаля*, согласно которому давление, оказываемое на поверхность покоящейся жидкости, передается всем ее частицам без изменения величины. Действительно, давление на поверхности p_0 входит слагаемым в основное уравнение гидростатики, и с его изменением на такую же величину меняется давление внутри жидкости p . На применении закона Паскаля основано устройство гидростатических машин: гидравлических прессов, аккумуляторов и мультипликаторов.

При ускоренном движении сосуда в течение достаточно длительного времени находящаяся в нем жидкость оказывается в покое относительно сосуда, но перемещается вместе с ним (относительный покой жидкости). В этом случае, наряду с силой тяжести, на жидкость действуют также объемные силы инерции. В дифференциальном уравнении гидростатики (1.8a) приходится учитывать горизонтальные компоненты объемных сил X и Y . В частности, при равноускоренном движении сосуда объемная сила в направлении действия ускорения равна этому ускорению. При вращении сосуда около вертикальной оси с угловой скоростью ω на частицу жидкости, расположенную на расстоянии r от оси вращения, кроме силы тяжести действует центробежная сила инерции $\omega^2 r$. Действие этой силы приводит к возрастанию давления с удалением от оси вращения. Эффект увеличения давления у стенок вращающегося сосуда находит применение в технике, например в центробежном литье.

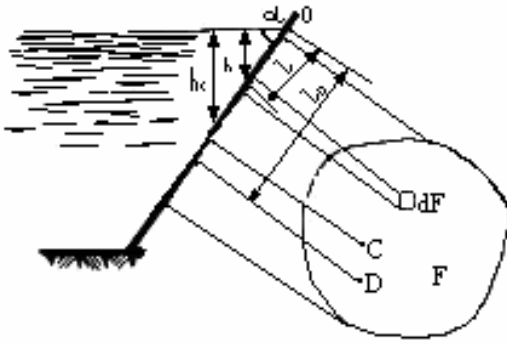


Рис. 1.3

1.3. Давление жидкости на стенки

Из определения гидростатического давления (выражение (1.5a)) следует, что сила давления жидкости на стенку может быть найдена суммированием произведений гидростатического давления на величину элементарной площадки или, в пределе, интегрированием сил давления по площади стенки F .

Величина силы избыточного давления на элементарную площадку dF (рис.1.3) равна:

$$dP = p_{\text{изб}} dF = \rho g h dF.$$

Сила давления на всю площадку F определяется интегрированием элементарного давления по площади F :

$$P = \rho g \int_F h dF.$$

Но $\rho g \int_F h dF$ есть статический момент фигуры F относительно свободной поверхности жидкости, равный, согласно выводам теоретической механики, произведению площади F на глубину h_c погружения центра тяжести фигуры C :

$$\int_F h dF = h_c F.$$

Таким образом, имеем

$$P = \rho g h_c F = p_{\text{изб.}C} F, \quad (1.9)$$

где $p_{\text{изб.}C}$ - гидростатическое давление в центре тяжести фигуры. Например, сила избыточного давления на прямоугольный щит шириной b , длиной l , установленный под углом α к поверхности жидкости, равна

$$P = \rho g h_c F = (\rho g b l^2 / 2) \sin \alpha = 0,5 \rho g b l^2 \sin \alpha.$$

Точка приложения равнодействующей силы давления, называемая *центром давления*, лежит ниже центра тяжести C на расстоянии $e = J_c / (F l_c)$, называемом *эксцентриситетом давления*. Например, для прямоугольного щита точка приложения равнодействующей сил давления на прямоугольную стенку лежит ниже ее центра тяжести на $l/6$.

Равнодействующая сил давления на криволинейную стенку может быть определена суммированием сил давления на элементарные площадки, которые можно считать плоскими. Обычно задача определения равнодействующей давления на криволинейную стенку сводится к нахождению ее составляющих по координатным осям.

Раздел 2. ГИДРАВЛИКА

2.1. Определения кинематики жидкости. Неразрывность

Задачей гидродинамики является определение скоростей и давлений жидкости в различных точках потока (координатах x, y, z) и в различные моменты времени τ . В общем случае вектор скорости w и давление p являются функциями четырех переменных:

$$w = w(x, y, z, \tau), \quad p = p(x, y, z, \tau).$$

Если скорость и давление в любой фиксированной точке потока остаются неизменными во времени (т.е. являются функциями только координат x, y, z), то течение называется *установившимся*. Пример установившегося течения – истечение жидкости из бака под постоянным напором. Если скорость и давление меняются со временем, то течение – *неустановившееся*. Например, если при истечении из бака убыль жидкости не восполняется, то напор, скорость и давление в любой точке постепенно уменьшаются, это течение – неустановившееся.

Мгновенную картину течения наглядно представляют *линии тока* (рис. 2.1а). В каждой точке линии тока вектор скорости направлен по касательной к ней. При установившемся течении линии тока совпадают с траекториями частиц, при неустановившемся течении они могут не совпадать. Если провести линии тока через все точки элементарно-малого контура, то образованная ими поверхность ограничит *элементарную струйку* (рис. 2.1б). В элементарной струйке жидкость течет, не смешиваясь с соседними объемами, так как, по определению, векторы скорости направлены по касательной к ее поверхности. Площадь сечения струйки dF выбирают достаточно малой, для того чтобы вектор скорости w оставался в этом сечении неизменным по величине.

Объем жидкости, протекающей через сечение струйки в единицу времени, называют *элементарным расходом* dQ . Он равен произведению вектора скорости на площадь сечения струйки:

$$dQ = w dF. \quad (2.1)$$

Размерность расхода – $\text{м}^3/\text{с}$.

Рассматривая поток жидкости, такой, например, как в трубе или канале, допустимо считать, что он состоит из большого числа элементарных струек. В этом случае сечение потока (в гидравлике его называют *живым сечением*) равно сумме сечений элементарных струек. Расход потока есть сумма расходов струек, в пределе – интеграл по площади сечения:

$$Q = \int_F dQ = \int_F w dF. \quad (2.2)$$

При известном расходе Q легко определить среднюю скорость потока $w_{\text{ср}}$ в данном сечении:

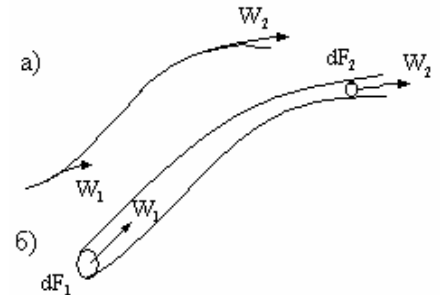


Рис. 2.1

$$w_{cp} = Q/F = (1/F) \int_F w dF. \quad (2.3)$$

Уравнение неразрывности для одномерного течения

Если в потоке между какими-нибудь двумя его сечениями количество жидкости не пополняется извне и не убывает (нет *источников* и *стоков*), то масса протекающей через эти два сечения жидкости сохраняется неизменной. Математически этот принцип выражается *уравнением неразрывности* (это название подчеркивает, что в рассматриваемых сечениях поток сплошной, не содержит полостей и разрывов).

Наиболее просто записывается уравнение неразрывности для установившегося одномерного течения, в котором скорость меняется только в направлении одной продольной координаты. Примерами одномерного течения являются элементарная струйка, движение в трубе и канале. Для элементарной струйки несжимаемой жидкости принцип сохранения массы выражается через постоянство объемного расхода (2.1) в струйке (рис. 2.1б):

$$dQ = w dF = \text{const}. \quad (2.4)$$

Очевидно, что для потока в трубе или канале необходимо постоянство расхода, вычисленного по средней скорости w_{cp} :

$$Q = w_{cp} F = \text{const}. \quad (2.4a)$$

В случае одномерного течения сжимаемой жидкости принцип неразрывности требует постоянства *массового* расхода G , который равен произведению объемного расхода на плотность ρ :

$$G = \rho Q = \rho w_{cp} F = \text{const}. \quad (2.46)$$

Одномерное течение несжимаемой жидкости является предметом изучения *гидравлики*. В отличие от нее *гидродинамика* рассматривает более сложные двух- и трехмерные потоки, в которых скорость может изменяться в направлении двух или трех координатных осей.

Уравнение неразрывности для трехмерного течения

Выберем в потоке фиксированный в пространстве элементарный объем несжимаемой жидкости в форме параллелепипеда с ребрами dx , dy , dz . Уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости в дифференциальной форме имеет вид (приводится без вывода):

$$(\partial w_x / \partial x) + (\partial w_y / \partial y) + (\partial w_z / \partial z) = 0. \quad (2.5)$$

2.2. Уравнения движения идеальной жидкости

Идеальной жидкости, лишенной свойства вязкости, в природе не существует. Опыт показывает, однако, что при обтекании некоторых тел маловязкой жидкостью (такой, как вода, воздух) торможение из-за вязкого трения охватывает лишь тонкий пристенный слой. За пределами этого слоя вязкость оказывает пренебрежимо малое влияние на распределение скоростей и давлений. Поэтому

для изучения внешнего потока можно использовать методы динамики идеальной жидкости, что существенно упрощает задачу по сравнению с динамикой вязкой жидкости. Пренебрежение вязкостью помогает также решать в первом приближении задачи одномерного течения.

Уравнения гидродинамики Эйлера выражают в применении к жидкой частице второй закон Ньютона: «Произведение массы частицы на ускорение равно действующей силе», т.е.

$$m \, d\mathbf{w} / d\tau = \sum \mathbf{f}. \quad (2.6)$$

Здесь $d\mathbf{w} / d\tau$ - производная вектора скорости по времени, или ускорение; $\sum \mathbf{f}$ - сумма сил, действующих на частицу массы m . На частицу действуют силы давления, а также внешние объемные силы (например, силы тяжести или инерции). Если проекцию ускорения, создаваемого внешними силами в направлении оси x , обозначить через X , м/с^2 (см. п. 1.2), то сила окажется равной произведению ускорения на массу частицы, т.е. $X\rho dx dy dz$, ньютонов. Пользуясь аналогичными рассуждениями для проекций ускорений и сил на координатные оси y и z , получим систему дифференциальных уравнений гидродинамики Эйлера:

$$\begin{aligned} dw_x/d\tau &= - (1/\rho) \partial p/\partial x + X, \\ dw_y/d\tau &= - (1/\rho) \partial p/\partial y + Y, \\ dw_z/d\tau &= - (1/\rho) \partial p/\partial z + Z. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Здесь Y, Z - проекции ускорения объемных сил на оси y, z .

Дифференциальные уравнения Эйлера показывают, что ускорение частиц (левые части записанных уравнений) обусловлено перепадом давления (первые члены правых частей) и действием внешних объемных сил. В реальной жидкости, если скорости распределены неравномерно, возникают еще касательные напряжения вследствие вязкости, которые мы не учитывали при выводе уравнений движения идеальной жидкости.

Уравнения Эйлера (2.7) совместно с уравнением неразрывности для несжимаемой жидкости (2.5) образуют систему четырех уравнений, содержащую четыре неизвестных: w_x, w_y, w_z, p . В случае сжимаемой жидкости (газа) к уравнениям Эйлера и неразрывности необходимо добавить еще уравнение, дающее связь между давлением и плотностью жидкости:

$$\rho = f(p).$$

Интегрируя полученную замкнутую систему уравнений при заданных граничных и начальных условиях, можно в принципе определить вектор скорости и давление в любой точке потока и в любой момент времени.

Граничные и начальные условия

Граничные условия при обтекании тела задают распределение скоростей вдали от тела, где не сказывается его искажающее влияние на поток, и на поверхности тела. Согласно принципу относительности движения, известному из механики, задача о движении тела в неподвижной жидкости (например, самолета, корабля) в динамическом отношении тождественна задаче об обтекании

неподвижного тела равномерным потоком. Поэтому гидромеханика широко использует принцип «обращения движения». Граничные условия для обращенной задачи о движении тела в неподвижной жидкости обычно задаются следующим образом:

1. *Условия «на бесконечности».* В удалении от обтекаемого тела задаются давление p_∞ , направление и скорость w_∞ обтекающего потока.

2. *Условие «непроницаемости».* Пусть n - нормаль к поверхности обтекаемого тела. Если жидкость через поверхность не протекает, то нормальная составляющая скорости равна нулю: $w_n = 0$ и скорость течения на поверхности тела может быть только касательной к ней.

Начальные условия характеризуют состояние потока в некоторый конкретный момент. При установившемся движении скорость и давление в данной точке не меняются во времени и начальные условия не задаются.

В общем случае пространственного (трехмерного) потока, когда скорость изменяется в направлении всех трех координатных осей, интегрирование системы уравнений движения и неразрывности встречает большие математические трудности. Поэтому задача решается при введении различных упрощающих предположений. Наиболее полно разработана теория одномерного движения. Для несжимаемой жидкости эта теория составляет основу гидравлики.

При решении задач одномерного течения в качестве граничных условий задают величины скорости и давления на сечениях, ограничивающих заданный участок струйки (потока).

2.3. Уравнение Бернулли

Пусть при установившемся движении идеальной жидкости из внешних сил на жидкость действует только сила тяжести. Такое движение описывается системой уравнений (2.7 а). Проинтегрируем эту систему для некоторой линии тока. Опуская промежуточные выкладки, получим *уравнение Бернулли*:

$$w^2/2 + p/\rho + gz = \text{const.} \quad (2.8)$$

Разделив члены уравнения (2.8) на g , получим другую, чаще применяемую форму записи уравнения Бернулли:

$$w^2/(2g) + p/(\rho g) + z = \text{const.} \quad (2.9)$$

Из уравнения Бернулли следует, что при возрастании скорости в струйке уменьшается давление, и наоборот.

Геометрический и энергетический смысл уравнения Бернулли

Члены уравнения (2.9) имеют размерность длины, что позволяет выяснить их геометрический смысл как некоторых высот.

Величины z_1 и z_2 есть *геометрические высоты* расположения сечений струйки (рис. 2.3) над некоторой фиксированной горизонтальной плоскостью сравнения $\theta - \theta$. Величины $p_1/(\rho g)$ и $p_2/(\rho g)$ согласно уравнению гидростатики (1.8) есть высоты столбов жидкости, создающих своим весом давления p_1 и p_2 . Они называются *пьезометрическими высотами*. Линия $P - P$, проведенная на высоте $z + p/(\rho g)$ над плоскостью сравнения, называется *пьезометрической лини-*

ей. Наконец, величины $w_1^2/(2g)$ и $w_2^2/(2g)$ называются *скоростными напорами*. При движении идеальной жидкости сумма геометрической, пьезометрической высот и скоростного напора остается, согласно уравнению Бернулли, постоянной величиной вдоль элементарной струйки. Поэтому *гидродинамическая линия* $E - E$, проведенная на высоте $w^2/(2g) + p/(\rho g) + z$ над плоскостью сравнения, расположена горизонтально.

Уравнение Бернулли можно вывести также из энергетических соотношений. Суммарная механическая энергия частицы жидкости с массой m равна

$$mw^2/2 + mgp/(\rho g) + mgz.$$

Удельная, т.е. отнесенная к частице единичного веса, механическая энергия может быть получена из последнего выражения делением на mg : $w^2/2 + p/\rho + gz$, джоулей на ньютон веса; при делении на g получаем метры.

При движении идеальной жидкости механическая энергия не теряется – вязкое трение, которое в реальной жидкости переводит механическую энергию в теплоту, отсутствует. Поэтому удельная механическая энергия остается постоянной вдоль элементарной струйки, что приводит снова к уравнению (2.9).

Рассмотренный вывод показывает, что уравнение Бернулли выражает собой закон сохранения и взаимного преобразования механической энергии при движении идеальной жидкости. В этом смысле оно имеет фундаментальное значение для гидромеханики.

Измерение полного напора. Трубка Пито

Скоростной напор измеряется с помощью трубки Пито (рис. 2.4а), которая представляет собой трубку D , изогнутую открытым концом навстречу потоку. У открытого конца трубки обтекающая его струйка раздваивается, скорость здесь равна нулю. Кинетическая энергия струйки в этом сечении полностью переходит в приращение потенциальной энергии давления. Применяя уравнение Бернулли (2.8) к двум сечениям струйки, одно из которых относится к невозмущенному потоку с параметрами w и p , а второе - к входу в трубку Пито, имеем

$$w^2/(2g) + p/(\rho g) = p_0/(\rho g),$$

отсюда разность высот столбов жидкости, уравновешивающая разность давлений p_0 и p , равна

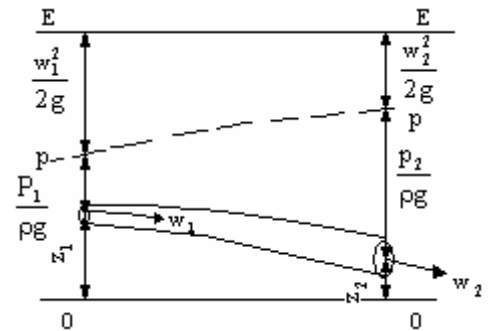


Рис. 2.3

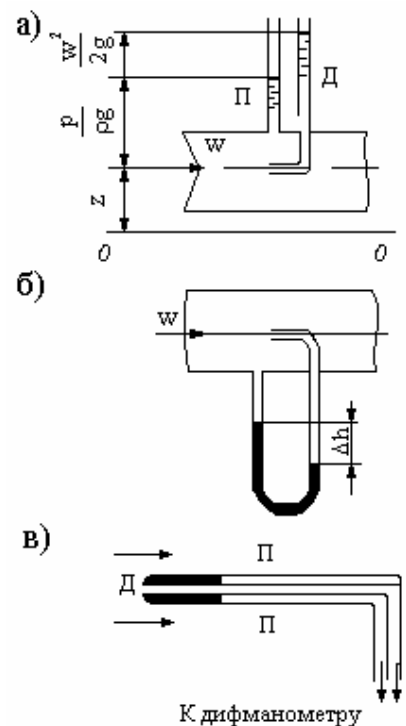


Рис. 2.4

$$(p_0 - p)/(\rho g) = w^2/(2g). \quad (2.10)$$

Превышение давления p_0 над *статическим* давлением p называется *динамическим давлением потока* p_d . Оно равно

$$p_d = p_0 - p = \rho w^2 / 2. \quad (2.10a)$$

Таким образом, скоростной напор равен разности высот жидкости в трубке Пито и пьезометре, установленными в одном и том же сечении (при этом предполагают, что возмущения, которые вносит в поток трубка Пито, оказывают пренебрежимо малое влияние на давление, измеряемое пьезометром $П$).

Трубка Пито широко применяется для измерения скоростей в потоке и, наоборот, для определения скорости тела (корабля, самолета) относительно неподвижной жидкости. Разность полного и статического давления измеряют обычно с помощью *дифференциального манометра*, присоединенного к трубке Пито и пьезометру и заполненного жидкостью большей плотности (рис.2.4б). Для измерения динамического давления, а следовательно и скорости потока часто используется трубка Пито-Прандтля (рис.2.4в), представляющая собой комбинацию датчиков полного давления (трубка $Д$) и статического давления (отверстия $П$).

Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости

Применяя уравнение Бернулли к струйке реальной жидкости, необходимо учесть, что полная механическая энергия не остается постоянной вдоль струйки: она постепенно переводится в теплоту процессами вязкого трения. Эту потерю механической энергии на участке струйки между двумя сечениями учитывают введением в правую часть уравнения (2.12б) слагаемого h_w - *потери напора* (потери удельной механической энергии). При наличии потерь гидродинамическая линия $E - E$ на диаграмме уравнения Бернулли (рис. 2.3) не горизонтальна: она понижается вниз по течению. Отношение потерь напора h_w к длине струйки l называется *гидравлическим уклоном* I , так что $I = h_w / l$.

Переходя к потоку жидкости (такому, как в трубе или канале), естественно для расчета скоростного напора использовать среднюю скорость w_{cp} . Для определения средней скорости по скоростям отдельных струек используется формула (2.3). Однако если скорости струек в сечении неодинаковы (например, замедляются у стенок трубы вследствие трения), то расчет кинетической энергии по средней скорости w_{cp} приведет к заниженным результатам по сравнению с расчетом суммарной кинетической энергии отдельных струек. (Это происходит потому, что скорость входит в член, учитывающий кинетическую энергию, в степени выше первой). Такое затруднение преодолевают введением в кинетическую энергию, вычисленную по средней скорости, поправочного коэффициента $\alpha > 1$. Очевидно, что *коэффициент неравномерности скорости* α численно равен отношению суммарной кинетической энергии струек к энергии, вычисленной по средней скорости потока. В итоге уравнение Бернулли для вязкой жидкости приобретает вид

$$\alpha w_{cp1}^2 / (2g) + p_1 / (\rho g) + z_1 = \alpha w_{cp2}^2 / (2g) + p_2 / (\rho g) + z_2 + h_w. \quad (2.11)$$

В дальнейшем среднюю скорость будем обозначать через w без индексов.

Величина коэффициента α возрастает с ростом поперечной неравномерности скоростей в сечении трубы. Для *ламинарного* (см. п. 2.3) течения в круглой трубе $\alpha = 2$. Для *турбулентного*, в котором скорость мало меняется по сечению трубы, по опытным данным, $\alpha = 1,05 \dots 1,1$.

Сечения, к которым можно применять уравнение Бернулли, нельзя выбирать в местах резкого поворота потока, так как из-за действия центробежной силы инерции в таком сечении давления распределены неравномерно; в пьезометре, присоединенном у вогнутой стенки поворота, высота столба жидкости окажется больше, чем у выпуклой стенки. Уравнение Бернулли можно применять только к тем сечениям потока, в которых давление подчиняется закону гидростатики (1.8).

Нельзя применять уравнение Бернулли и к сечениям, в которых резко возрастает поперечная неравномерность скоростей, например, в зонах расширения потока после диафрагмы (см. рис. 2.7з) или в месте соединения труб разных диаметров, где появляются противотоки и вихревые области. В таких сечениях невозможно достаточно точно определить коэффициент неравномерности скорости α .

2.4. Гидравлические сопротивления

Величина потерь напора h_w в уравнении Бернулли (2.11) не зависит от выбора плоскости сравнения (т.е. от абсолютной величины членов z). Давление, под которым находится несжимаемая жидкость, также практически не влияет на потери напора, так как вязкость при изменении давления почти не меняется. Поэтому абсолютная величина членов $p/(pg)$ несущественна для определения потерь h_w . Но скорость потока w имеет к потерям самое непосредственное отношение; возрастание скорости *всегда* приводит к росту потерь напора, так как при этом увеличиваются градиенты скорости и силы внутреннего трения у стенок.

Поэтому принято измерять потери напора в долях скоростного напора $w^2/(2g)$ по формуле Вейсбаха:

$$h_w = \zeta \frac{w^2}{2g}, \quad (2.12)$$

где ζ - безразмерный коэффициент сопротивления.

Для круглых труб с длиной l и диаметром D потери по длине h_l , связанные с трением о стенки трубы, определяют по формуле Дарси:

$$h_l = \lambda \frac{l}{D} \frac{w^2}{2g}, \quad (2.13)$$

где λ - безразмерный гидравлический коэффициент трения. Очевидно, что формула Дарси представляет собой детализацию формулы Вейсбаха; потери по длине предполагаются пропорциональными длине трубы и обратно пропорциональными диаметру.

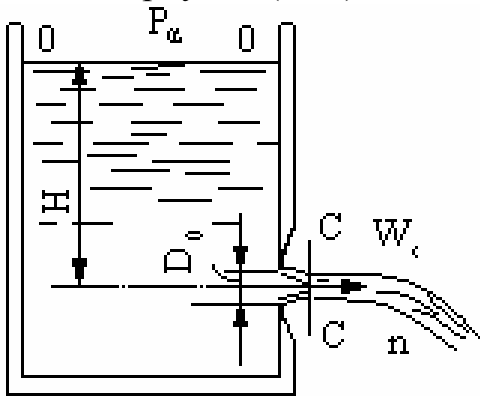
Истечение жидкости через отверстия и насадки

Рассмотрим истечение жидкости через небольшое отверстие с острыми кромками (рис. 2.5). Опыт показывает, что струя имеет меньший диаметр, чем

отверстие. Это сжатие струи происходит, главным образом, вследствие действия центробежных сил на частицы, движущиеся из бака к отверстию по криволинейным траекториям. На расстоянии от выходной кромки, равном примерно $D_0/2$, где D_0 - диаметр отверстия, сжатие прекращается и далее диаметр струи D_c можно считать неизменным. Отношение площадей сжатого сечения струи F_c и отверстия F_0 называют *коэффициентом сжатия струи* ε :

$$\varepsilon = F_{сж} / F_0 = D_{сж}^2 / D_0^2.$$

Определим скорость струи в сжатом сечении С - С. Для этого применим к струйке, начинающейся от поверхности жидкости в баке (сечение 0 - 0), уравнение Бернулли (2.11):



$$p_0 / (\rho g) + H = w_{сж}^2 / (2g) + p / (\rho g).$$

(Мы пренебрегли скоростным напором $w_0^2/(2g)$ ввиду малой скорости падения уровня в баке по сравнению со скоростью истечения; жидкость считаем идеальной). Если $p = p_0$, то $w_{сж}^2/(2g) = H$, откуда теоретическая скорость струи определяется *формулой Торичелли*:

$$w_T = \sqrt{2gH}. \quad (2.14)$$

Рис. 2.5

Как видим, скорость истечения идеальной жидкости равна скорости свободного падения тела в пустоте с высоты H .

Если давление над поверхностью в баке и в пространстве, в которое вытекает струя, неодинаково, то из уравнения (2.14) следует

$$w^2 / (2g) = [(p_0 + \rho gH) - p] / (\rho g) = \Delta p / (\rho g), \text{ откуда} \\ w_{ст} = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}, \quad (2.14a)$$

где Δp - разность давлений в баке и снаружи на уровне оси отверстия.

Из-за вязкого трения скорость струи оказывается несколько меньше теоретической. Влияние трения учитывают введением в формулу (2.14) *коэффициента скорости истечения* $\varphi < 1$, так что

$$w_c = \varphi \sqrt{2gH} = \varphi \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}. \quad (2.14б)$$

По опытным данным, в *автомодельной* области истечения $\varphi = 0,95$, т. е. вязкое трение снижает скорость истечения на 5 %.

При малых перепадах давления Δp (порядка нескольких процентов от исходного давления p_0) формулой (2.14б) допустимо пользоваться также для расчета скорости истечения газов. В этом случае неучет их сжимаемости не приводит к существенным ошибкам. При значительных перепадах давления скорость истечения определяется по формулам газодинамики (раздел 3).

Расход Q в струе равен

$Q = w_c F_c = \varepsilon \varphi F_o \sqrt{2gH}$. Произведение коэффициентов сжатия струи ε и скорости истечения φ называют *коэффициентом расхода* $\mu = \varepsilon \varphi$ (не путать с динамическим коэффициентом вязкости!), и расход струи определяется формулой

$$Q = \mu F_o \sqrt{2gH} = \mu F_o \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}. \quad (2.15)$$

В автомодельной области истечения коэффициент расхода круглого отверстия с острыми кромками $\mu \approx 0,61$.

Насадками называются короткие патрубки (длина от трех до пяти диаметров), присоединенные к отверстию (рис. 2.6). Жидкость вытекает через все выходное сечение насадка.

Рассмотрим истечение через *внешний цилиндрический насадок* (рис. 2.6а). У входа в насадок (сечение С-С) струя имеет меньший диаметр, чем на выходе, поэтому скорость w_c здесь больше, чем выходная скорость $w_{\text{вых}}$. В соответствии с уравнением Бернулли давление в сжатом сечении оказывается меньше, чем на выходе из насадка. Появление вакуума в сжатом сечении равносильно увеличению напора H , что приводит к увеличению расхода по сравнению с истечением через отверстие того же диаметра. По опытным данным, коэффициент расхода μ в формуле (2.15) для внешнего цилиндрического насадка равен примерно 0,82.

При истечении через *конический расходящийся насадок* (рис. 2.6б) особенно велика разность скоростей w_c и $w_{\text{вых}}$, поэтому вакуум в сжатом сечении оказывается более глубоким, чем в цилиндрическом насадке. Конические расходящиеся насадки используются для уменьшения скорости истечения.

Конический сходящийся (рис. 2.6в) и *коноидальный* (рис. 2.6г) насадки обеспечивают возрастание скорости истечения (коэффициент скорости коноидального насадка приближается к единице) и увеличивают компактность и дальнобойность струи.

Расходомер

Эффект уменьшения давления при возрастании скорости течения используется для измерения скорости и расхода потока. Рассмотрим *расходомер Вентури*, представляющий собой трубу с плавным сужением и последующим расширением (рис. 2.7а). Перед сужением (сечение 1-1) и в наименьшем сечении трубы 2-2 установлены пьезометры.

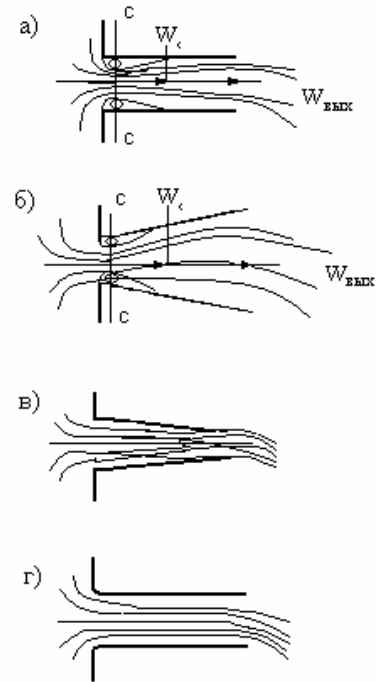


Рис. 2.6

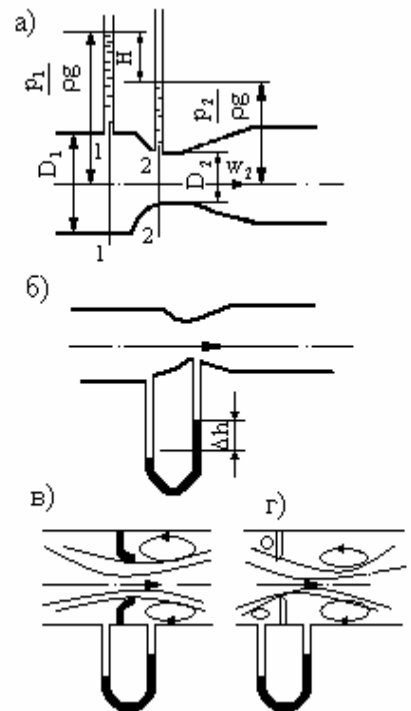


Рис. 2.7

Применим уравнение Бернулли (2.12в) к выбранным сечениям потока несжимаемой жидкости и пренебрежем поначалу потерями напора между ними. Имеем

$$\alpha w_1^2 / (2g) + p_1 / (\rho g) = \alpha w_2^2 / (2g) + p_2 / (\rho g).$$

Уравнение неразрывности $wF = \text{const}$ позволяет выразить w_1 через w_2 :

$$w_1 = w_2 F_2 / F_1 = w_2 D_2^2 / D_1^2.$$

Подставляя значения w в уравнение Бернулли, получаем

$$[\alpha w_2^2 / (2g)][1 - (F_2 / F_1)^2] = (p_1 - p_2) / (\rho g) = H,$$

где H - разность уровней жидкости в пьезометрах. Отсюда расход, вычисляемый по средней скорости в сжатом сечении, равен

$$Q = w_2 F_2 = F_2 \sqrt{\frac{2gH}{\alpha \left(1 - \frac{F_2^2}{F_1^2}\right)}}. \quad (2.16)$$

При практическом использовании расходомеров величину расхода определяют по упрощенной формуле

$$Q = w_2 F_2 = \mu F_2 \sqrt{2gH}, \quad (2.16a)$$

где μ - коэффициент расхода, мало отличающийся от единицы и учитывающий соотношение диаметров и потери напора от первого до второго сечений. Величину коэффициента μ определяют экспериментально в заводских условиях, его значения содержатся в паспорте прибора.

Разность давлений в сечениях расходомера Δp определяют обычно с помощью дифманометра (рис. 2.6б), при этом расход вычисляется по формуле

$$Q = \mu F_2 \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}. \quad (2.16б)$$

Аналогичен расходомеру Вентури принцип действия *расходомерное сопла* (рис. 2.7в) и *диафрагмы* (рис. 2.7г), где струя после сжатого сечения не имеет твердых границ. Расход определяется с помощью этих устройств также по формуле (2.16б), причем в качестве F_2 используют площадь проходного сечения сопла или диафрагмы. Из-за появления вихревых областей потери напора в них больше, чем в расходомере Вентури, соответственно отличаются и значения коэффициента μ .

Кавитация

При достаточно большой скорости течения падение давления в сжатом сечении расходомера может оказаться столь значительным, что давление здесь оказывается ниже давления паров, насыщающих пространство при данной температуре (некоторые данные для воды приведены в табл. 1.2). При этом начинается холодное кипение жидкости, или *кавитация* (от латинского слова *кавитас* – углубление, полость). В жидкости образуются пузырьки, заполнен-

ные парами. Перемещаясь вместе с потоком, пузырьки при его расширении попадают в область повышенного давления. Здесь заполняющий их пар конденсируется, пузырьки захлопываются - окружающая жидкость с большой скоростью их заполняет. В заключительной фазе захлопывания пузырька кинетическая энергия частиц жидкости переходит в потенциальную энергию давления, что приводит к значительному местному повышению давления. Анализ показывает, что при стягивании парового пузырька до микронных размеров фокусировка ударных волн приводит к местному повышению давления до сотен и даже тысяч МПа. Если пузырек захлопывается на твердой стенке трубы, такое повышение давления может вызвать эрозию материала стенки. Особенно сильно проявляется эрозия на жестких материалах (например, углеродистой стали), в меньшей степени на пластичных (сталь X18H10T).

Кавитация наблюдается также в проточных частях гидротурбин, центробежных насосов, на судовых гребных винтах. Возрастание скорости вращения, желательное для увеличения мощности машины, приводит к столь большим скоростям обтекания, что давление в отдельных местах потока падает ниже давления насыщения. Центробежные насосы испытываются в заводских условиях на возникновение кавитации, и в паспорте насоса указывается *кавитационный запас* - давление на всасе насоса, которое обеспечивает бескавитационный режим эксплуатации.

Кроме эрозии материала, кавитация порождает нежелательные вибрации, шум и падение мощности. В системах водяного охлаждения ДВС кавитация может начаться в результате вибрации двигателя, когда местные понижения давления охлаждающей жидкости до p_n возникают из-за вибрационных ускорений.

Уравнение количества движения

Если *энергетические* характеристики потока исследуются с помощью уравнения Бернулли, то для определения его *силовых* и *временных* характеристик используется уравнение количества движения. Оно выводится из теоремы механики об изменении количества движения, которая формулируется так: «При движении массы m изменение во времени ее количества движения $m\mathbf{w}$ равно результирующей \mathbf{f} внешних сил, действующих на эту массу»:

$$\Delta (m\mathbf{w})/\Delta\tau = \mathbf{f}. \quad (2.17)$$

Количество движения, или *импульс*, $m\mathbf{w}$ является вектором. При установившемся движении некоторой массы жидкости количество движения может изменяться из-за перемещения ее границ. Рассмотрим объем жидкости, заключенный между двумя сечениями струйки (рис. 2.8). Торцевые поверхности этого объема перемещаются вместе с жидкостью и через промежуток времени $\Delta\tau$ занимают положение, показанное на рис. 2.8 штриховыми линиями. За время $\Delta\tau$ внутрь выбранного

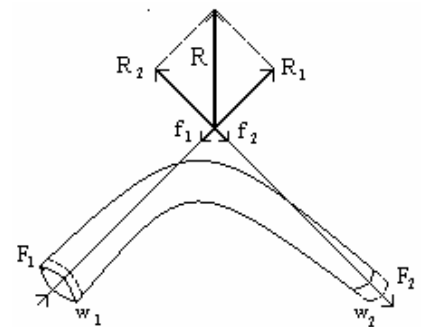


Рис. 2.8

объема втекает масса жидкости $\rho_1 F_1 w_1 \Delta \tau$ и из него вытекает масса $\rho_2 F_2 w_2 \Delta \tau$, соответственно поступающее количество движения $(mw)_1 = \rho_1 F_1 w_1 w_1 \Delta \tau$ и теряемое $(mw)_2 = \rho_2 F_2 w_2 w_2 \Delta \tau$. Согласно уравнению (2.21), векторное приращение этих количеств движения, отнесенное ко времени, равно результирующей внешних сил, действующих на выделенный объем:

$$\Delta (mw) / \Delta \tau = \rho_1 F_1 w_1 w_1 - \rho_2 F_2 w_2 w_2 = G (w_1 - w_2), \quad (2.18)$$

где $G = \rho w F$ – массовый расход жидкости в струйке.

Выражение (2.18) называется уравнением количества движения в гидродинамической форме; оно получено Эйлером. Поскольку внешние силы уравниваются реакцией потока, это уравнение позволяет определить усилие, с которым поток действует на ограничивающие его поверхности, если количество движения меняется только за счет скорости ($m = \text{const}$).

Давление струи на преграду

Рассмотрим задачу о натекании струи под углом α на плоскую стенку (рис. 2.9). Выберем сечения потока, показанные на рисунке штриховыми линиями. Разложим члены уравнения количества движения (2.18) на компоненты, касательные к поверхности (индекс t) и нормальные к ней (n):

$$G (w_{1t} - w_{2t}) = f_t, \quad G (w_{1n} - w_{2n}) = f_n.$$

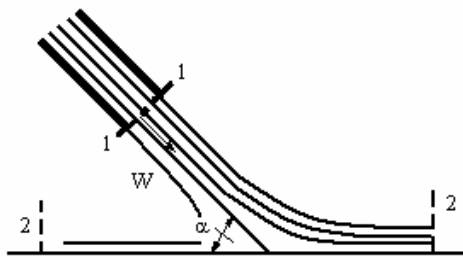


Рис. 2.9

Если пренебречь вязким трением, то в направлении касательной к поверхности действующая на струю сила равна нулю, т.е. $f_t = 0$. В направлении нормали сила воздействия стенки на струю (равная по величине и противоположная по направлению силе давления струи на стенку) равна

$$f_n = G (w_{1n} - w_{2n}) = \rho_1 F_1 w_1 (w_{1n} - 0) = \rho_1 F_1 w_1^2 \sin \alpha, \quad (2.19)$$

где F_1 – площадь исходного сечения струи 1-1.

Сила давления потока на стенки криволинейного канала

При движении по криволинейному каналу (рис. 2.8) на его стенки действуют со стороны жидкости силы давления на торцевые сечения F_1 и F_2 и сила инерции потока, определяемая по уравнению количества движения (2.18).

Изменение количества движения во входном сечении 1 равно $\rho_1 F_1 w_1^2$; оно уравнивается силой давления стенок канала на поток f_1 . В свою очередь, эта сила равна по величине и противоположна по направлению реакции потока, которая вместе с силой статического давления дает величину

$$R_1 = p_1 F_1 + \rho_1 F_1 w_1^2. \quad (2.20)$$

Изменение количества движения в выходном сечении уравнивается силой $f_2 = \rho_2 F_2 w_2^2$; сила реакции потока совместно с силой статического давления на сечение 2 составляет величину

$$R_2 = p_2 F_2 + \rho_2 F_2 w_2^2. \quad (2.20a)$$

Полная сила R_Σ воздействия потока на стенки канала равна геометрической сумме сил R_1 и R_2 :

$$R_\Sigma = R_1 + R_2. \quad (2.20б)$$

Приведенный вывод составляет основу раздела о силовом взаимодействии потока со стенками канала в теории турбомашин.

Уравнение моментов количества движения

Рассмотрим движение жидкости в рабочем колесе центробежного насоса (рис. 2.10). Пусть внутренний радиус колеса равен r_1 , внешний r_2 . Абсолютная скорость жидкости на входе в межлопаточный канал равна c_1 , на выходе c_2 . Окружные скорости колеса на входе u_1 и на выходе u_2 . Очевидно, что $u_1 = \omega r_1$, $u_2 = \omega r_2$, где ω - угловая скорость колеса. Скорость движения жидкости относительно колеса равна векторной разности абсолютной скорости c и окружной u ; обозначим ее на входе в колесо через w_1 и на выходе через w_2 . Угол, образованный векторами скоростей c_1 и w_1 на входе в колесо, обозначим через α_1 («угол входа»); между векторами c_2 и w_2 на выходе из колеса – через α_2 («угол выхода»).

Применим к частице с массой m , движущейся через колесо вдоль лопатки, теорему механики об изменении моментов количества движения: изменение во времени момента количества движения относительно оси вращения колеса $m\mathbf{c} \cdot \mathbf{r}$ равно результирующему моменту внешних сил M :

$$\Delta (m\mathbf{c} \cdot \mathbf{r}) / \Delta \tau = M. \quad (2.21)$$

На выходе из колеса момент количества движения равен произведению количества движения $m c_2$ на плечо, равное $r_2 \cos \alpha_2$, т. е. $m c_2 r_2 \cos \alpha_2$; на входе в колесо этот момент равен $m c_1 r_1 \cos \alpha_1$. Подставляя эти величины в уравнение (2.20б), получим *уравнение моментов количества движения Эйлера*:

$$[m (c_2 r_2 \cos \alpha_2 - c_1 r_1 \cos \alpha_1)] / \Delta \tau = M. \quad (2.22)$$

Уравнение (2.22) одинаково справедливо как для лопастного насоса, так и для гидравлической турбины. В последнем случае поток входит в рабочее колесо через сечение II и выходит через сечение I, изменяя свой момент количества движения и передавая крутящий момент M лопаткам колеса. Для турбины векторы скоростей c_2 и c_1 имеют противоположное направление по сравнению с рис. 2.10. Отношение $m/\Delta \tau$ в уравнении (2.22) представляет собой секундный массовый расход $G = \rho Q$ с размерностью кг/с.

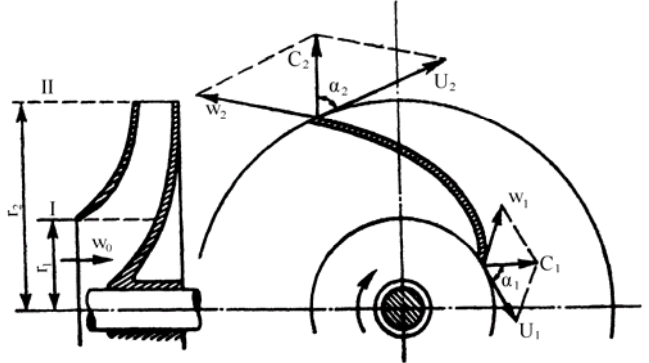


Рис. 2.10

Умножая уравнение (2.22) на угловую скорость колеса ω , получим в правой части полезную мощность насоса (или турбины):

$$\rho Q \omega (c_2 r_2 \cos \alpha_2 - c_1 r_1 \cos \alpha_1) = M \omega = N. \quad (2.23)$$

Очевидно, что мощность центробежного насоса или гидротурбины будет наибольшей при $\cos \alpha = 0$, т. е. при $\alpha = 90^\circ$ (для центробежного насоса это радиальный вход потока в рабочее колесо, для гидротурбины - радиальный выход). В этом случае

$$N = \rho Q c_2 u_2 \cos \alpha_2.$$

Число Рейнольдса. Потери напора по длине трубы

Опыт показывает, что при движении вязкой жидкости относительно твердой поверхности возможны две качественно различные формы течения. Условия их существования и взаимного перехода были исследованы Рейнольдсом.

В экспериментах Рейнольдса жидкость вытекала из бака по стеклянной трубе (рис. 2.11), скорость течения регулировалась краном. Чтобы наблюдать перемещение слоев, жидкости, в поток вводилась струйка красителя Kp .

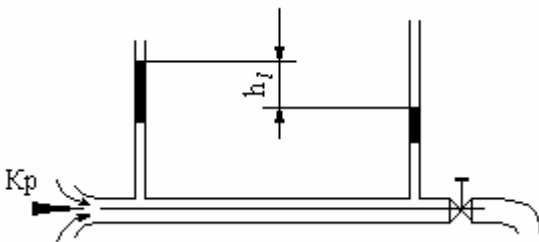


Рис. 2.11

Опыты показали, что при малых скоростях течения w струйка красителя распространяется вдоль трубы в виде нити, не перемешиваясь с соседними объемами. Жидкость движется слоями, скорость течения поперек трубы изменяется плавно. Сила трения между слоями определяется формулой Ньютона (1.4).

Такой режим течения был назван *ламинарным* (от латинского *ламينا* – слой, пластинка).

Если скорость течения делается больше некоторой *критической скорости* $w_{кр}$, окрашенная струйка начинает колебаться и размываться. В поперечной эпюре скоростей появляются разрывы, скорости отдельных частиц изменяются при их перемещении; в фиксированной точке потока появляются *пульсации* скорости w и давления p . Такое течение называется *турбулентным* (бурным, возмущенным). При турбулентном течении обмен количеством движения между слоями, движущимися друг относительно друга, происходит за счет взаимного перемещения уже не отдельных молекул, как при ламинарном течении, а значительно больших по сравнению с молекулой частиц. Рейнольдс показал, что режим движения в трубе определяется величиной безразмерного соотношения, названного впоследствии *числом Рейнольдса* Re :

$$Re = wD / \nu, \quad (2.24)$$

где D - диаметр трубы, ν - кинематический коэффициент вязкости жидкости. Согласно опытным данным, при $Re < 2300$ течение всегда ламинарное; в этом случае возмущения, вносимые в поток жидкости, затухают из-за действия вязкого трения. При больших значениях числа Рейнольдса вносимые в поток

возмущения приводят к потере устойчивости течения, начинается *турбулизация*. Значение $Re_{кр} = 2300$ называют поэтому *критическим* числом Рейнольдса для круглой трубы.

Величину Re можно трактовать как соотношение между силой инерции, опрокидывающей частицу, и силой вязкого трения, препятствующей такому опрокидыванию. Возрастание числа Рейнольдса влечет за собой уменьшение относительного влияния на поток стабилизирующей силы трения у стенки. С достижением $Re_{кр}$ нарушается устойчивость потока, появляются разрывы поперечной эпюры скорости, возникают пульсации.

Влияние различных факторов на потери напора в трубопроводах исследовались экспериментально. Было обнаружено, что при ламинарном режиме потери напора пропорциональны скорости в первой степени, а при турбулентном - в степени от 1,75 до 2. Для развитого турбулентного движения при больших скоростях потока характерен *квадратичный* закон сопротивления: $h \sim w^2$. Соответственно при различных режимах течения гидравлический коэффициент трения $\lambda_{тр}$ в формуле Дарси (2.13) зависит от разных факторов.

В опытах исследовалась зависимость $\lambda_{тр}$ от числа Рейнольдса Re и относительной шероховатости стенок трубы D/Δ (здесь D – внутренний диаметр трубы, Δ – средняя высота бугорков шероховатости). По измеренным в опытах $h_{дл}$ и w вычислялась величина $\lambda_{тр}$. Полученная в экспериментах на трубах с естественной шероховатостью зависимость

$$\lambda_{тр} = f(Re, D/\Delta)$$

представлена графически на рис. 2.12. Величина Re отложена по оси абсцисс в логарифмическом масштабе.

Анализ экспериментальных данных показывает, что при малых числах Рейнольдса ($Re < 2300$, ламинарный режим) коэффициент трения не зависит от размеров бугорков шероховатости. Это происходит потому, что при ламинарном течении скорость у стенки равна нулю, выступы шероховатости находятся в застойной зоне.

При турбулентном течении также есть область сопротивления, в которой трубы различной шероховатости имеют одинаковые коэффициенты $\lambda_{тр}$, это область *гидравлически гладких труб*. В этом случае между турбулентным ядром потока, занимающим большую часть сечения трубы, и стенкой лежит тонкий *ламинарный подслой*.

С возрастанием скорости (увеличением Re) ламинарный подслой утоняется, отдельные выступы шероховатости вторгаются в турбулентное ядро потока. При этом меняется сама природа сопротивления. Если при ламинарном течении и в области гладкого сопротивления потери напора были связаны с внутренним трением в жидкости, то при выдвигании бугорков шероховатости из ламинарного подслоя поток обтекает их с образованием за тыловым склоном вихревых областей.

Наконец, при дальнейшем увеличении Re ламинарный подслой полностью срывается, $\lambda_{тр}$ становится функцией только относительной высоты выступов шероховатости. Это - *область квадратичного сопротивления*. Переход от одной

области сопротивления к другой определяется величинами Re и D/Δ . На рис. 2.12 область квадратичного сопротивления лежит правее штриховой линии $Re_{кр}$. В технических условиях средняя высота выступов шероховатости Δ равна для цельнотянутых стальных труб 0,02...0,1 мм, для бывших в употреблении, незначительно корродированных 0,1...0,4 мм.

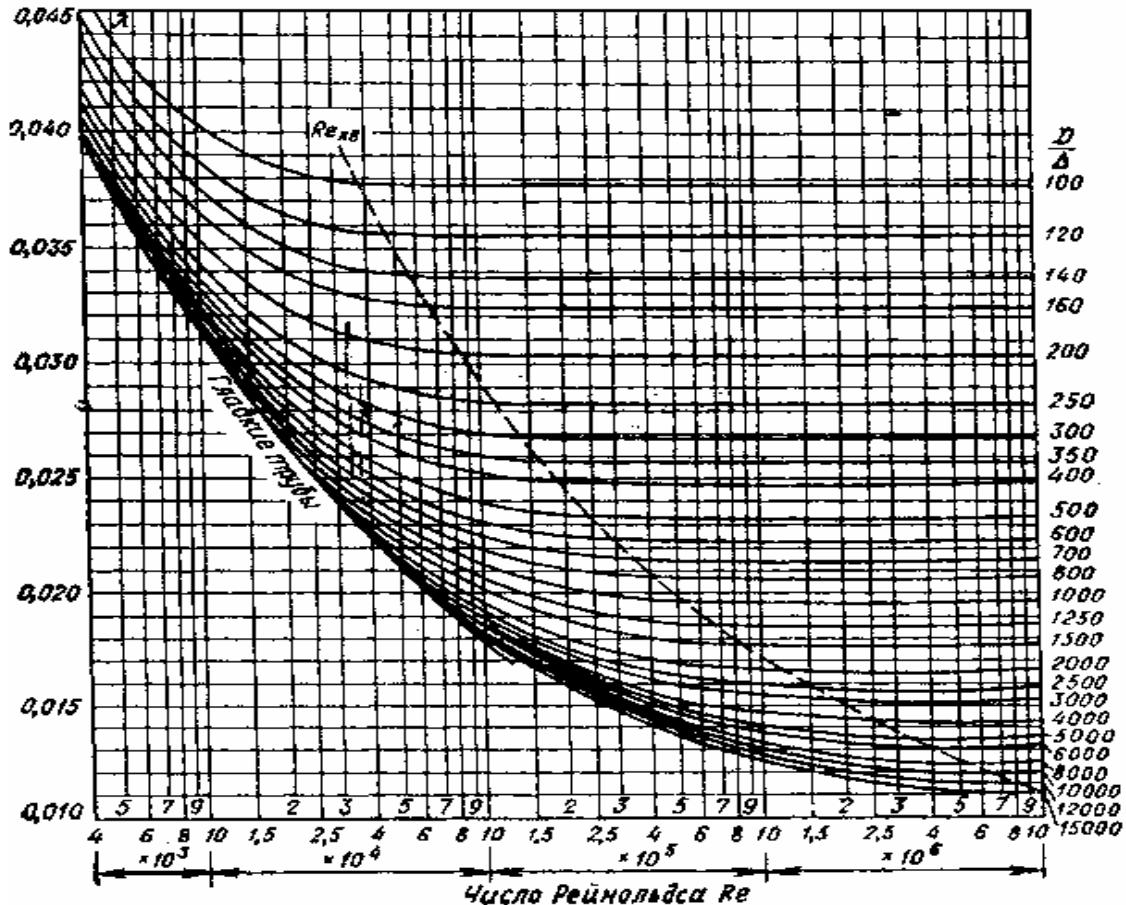


Рис. 2.12

Местные сопротивления

На участке резкого изменения геометрии потока, там, где он сжимается, расширяется, изменяет направление, обтекает препятствие, появляются обратные течения. Их появление приводит к резкому возрастанию градиентов скорости течения внутри вихревых образований, и в соответствии с законом Ньютона для вязкого трения к росту сил трения, более интенсивному превращению механической энергии потока в теплоту.

Потери энергии потока на поддержание движения в таких областях называются *местными потерями напора* h_m . Они сконцентрированы на небольших (в сравнении с длиной трубы l) участках. Местные потери определяются по формуле Вейсбаха:

$$h_m = \zeta_m w^2 / (2g), \quad (2.25)$$

где ζ_m — безразмерный коэффициент местного сопротивления.

Величины ζ_m для различных видов местных сопротивлений определены экспериментально. Сведения по коэффициентам местных сопротивлений содер-

жатыся в гидравлических справочниках и таблицах (например, в [4]). В том случае, когда поток, проходя через местные сопротивления, меняет сечение, ζ_m обычно определяют для скоростного напора в трубе после сопротивления. В частности, для резкого расширения:

$$h_{rp} = \zeta_{rp} w_2^2 / (2g), \text{ где } \zeta_{rp} = [(F_2 / F_1) - 1]^2.$$

Для резкого сжатия потока:

$$h_{pc} = \zeta_{pc} w_2^2 / (2g), \text{ где } \zeta_{pc} = 0,5 [1 - (F_2 / F_1)].$$

Коэффициент сопротивления при входе в трубу $\zeta_{вх} = 0,5$, при выходе из трубы в бак $\zeta_{вых} = 1$ (в последнем случае вся кинетическая энергия вытекающей струи гасится вихревыми течениями в баке).

2.5. Гидравлический расчет трубопроводов

При расчете трубопроводов решаются следующие основные задачи:

1. Определение напора H , необходимого для обеспечения заданного расхода Q в трубопроводе.
2. Определение расхода Q в данном трубопроводе при известном напоре H .
3. Определение диаметров труб, обеспечивающих заданный расход при известном напоре.

Трубопроводы делят на *гидравлически длинные*, в которых местные потери напора пренебрежимо малы по сравнению с потерями на длине, и *гидравлически короткие*, в которых эти виды потерь сравнимы по величине. Потери напора в последовательно размещенных на трубопроводе местных сопротивлениях и сопротивлениях по длине труб суммируются. Весь располагаемый напор равен сумме потерь (в случае истечения в атмосферу к ней добавляется еще скоростной напор вытекающей струи).

При решении задачи 1 (определение напора при заданном расходе) вычисляются скорости в трубах. По формуле Вейсбаха определяются местные потери. Вычисляются числа Рейнольдса, по Re и относительной шероховатости труб определяются области сопротивления, для которых находят гидравлические коэффициенты трения $\lambda_{тр}$. По формуле Дарси находят потери по длине и определяют полный напор:

$$H = \sum h_l + \sum h_m. \quad (2.26)$$

Решение задачи 2 (определение расхода при заданном напоре) осложняется неопределенностью выбора $\lambda_{тр}$. Если при квадратичном сопротивлении гидравлический коэффициент трения не зависит от скорости, то в остальных областях сопротивления $\lambda_{тр} = f(Re)$, т.е. зависит от искомой скорости течения. Поэтому приходится решать задачу способом последовательных приближений. Может использоваться, в частности, такой графоаналитический метод. Задаваясь различными значениями скорости, определяют соответствующие величины расхода (по сути дела, решая задачу 1) и строят график зависимости $H = f(Q)$.

По исходной величине H определяют из этого графика соответствующий расход Q .

При расчете гидравлически длинных трубопроводов, когда нет необходимости учитывать местные потери и есть уверенность, что числа Рейнольдса достаточно велики для обеспечения квадратичного сопротивления, решение существенно упрощается. Действительно, в этом случае $\lambda_{\text{тр}}$ зависит только от шероховатости трубы и является для данной трубы постоянной величиной. В этом случае расход определяют по формуле

$$Q = K\sqrt{I}, \quad (2.27)$$

где $I = h_l / l$ - гидравлический уклон (отношение потерь напора к длине трубы), K - модуль расхода, или *расходная характеристика* - величина с размерностью расхода. Значения K для труб по ГОСТу содержатся в гидравлических справочниках (например в [4]).

Уравнение (2.27) позволяет легко находить величину расхода при заданном падении напора в трубопроводе или, наоборот, напор, необходимый для обеспечения заданного расхода.

Гидравлический удар в трубах

При неустановившемся движении жидкости в трубах изменение скорости течения во времени приводит к колебаниям давления, которые называются *гидравлическим ударом*. Теория этого явления разработана Н.Е. Жуковским. Простейшим случаем гидравлического удара является *прямой удар*, наблюдаемый при мгновенном перекрытии трубы.

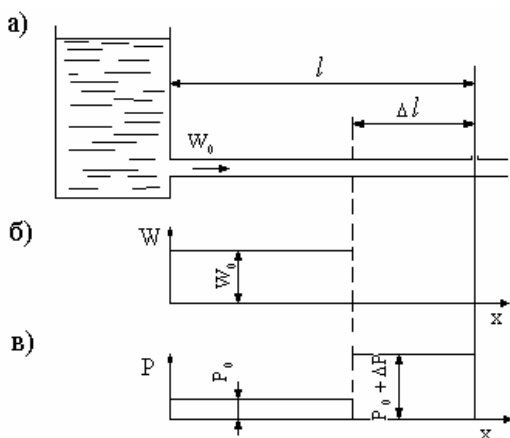


Рис. 2.13

Рассмотрим трубопровод с длиной l и сечением F , по которому со скоростью w течет жидкость, находящаяся под давлением p_0 (рис. 2.13а). При резком (мгновенном) закрытии запорного органа ближайшие в нему частицы жидкости останавливаются. Их кинетическая энергия переходит в работу сжатия жидкости и деформации стенок трубы. Граница разделы сжатого остановившегося объема жидкости - *ударная волна* - распространяется навстречу втекающей невозмущенной жидкости.

Пусть за время $\Delta\tau$ ударная волна проходит путь Δl . Скорость и давление по длине трубы в момент времени, отделенный интервалом $\Delta\tau$ от момента закрытия запорного органа, представлены графически на рис. 2.13б, в. Из рисунка ясно, что ударная волна является поверхностью разрыва для скорости и давления.

Определим величину *ударного давления* Δp , т. е. превышение давления в сжатом объеме над невозмущенным давлением p_0 . Для этого применим к объему остановленной жидкости теорему об изменении количества движения (2.17):

$$\Delta(mw) / \Delta\tau = f.$$

Вследствие малой сжимаемости капельных жидкостей и большой жесткости стенок трубы можно считать, что масса жидкости за время Δt внутри остановившегося объема не изменилась; она равна $m = \rho F \Delta l$. Изменение скорости равно $\Delta w = w_0 - 0 = w_0$. Сила f , вызванная изменением количества движения, есть разность сил давления на торцевых поверхностях выбранного объема:

$$f = (p_0 + \Delta p) F - p_0 F = \Delta p F.$$

Подставляя эти величины в уравнение количества движения, имеем

$$\Delta p = \rho w_0 \Delta l / \Delta t.$$

Учитывая, что $\Delta l / \Delta t = c$ есть *скорость распространения ударной волны*, получаем *формулу Жуковского*:

$$\Delta p = \rho w_0 c. \quad (2.28)$$

Отметим, что величина ударного давления при прямом ударе не зависит от длины трубы l .

Скорость ударной волны c в трубе с абсолютно жесткими стенками равна скорости звука a в данной жидкости и определяется выражением

$$a = (E_{\text{ж}} / \rho)^{0,5}, \quad (2.29)$$

где $E_{\text{ж}}$ - модуль Юнга жидкости (см. табл.1.1). Скорость звука в воде равна 1450 м/с, в минеральном масле примерно 1350 м/с, в бензине около 1200 м/с.

В реальной трубе из материала, имеющего модуль Юнга $E_{\text{ст}}$, скорость ударной волны несколько меньше из-за податливости трубы. Она определяется формулой

$$c = \frac{a}{\sqrt{1 + \frac{E_{\text{ж}}}{E_{\text{ст}}} \cdot \frac{D}{\delta}}}, \quad (2.30)$$

где D - диаметр трубы, δ - толщина стенки. В водопроводных трубах скорость ударной волны c составляет от 1000 до 1400 м/с (меньшие скорости в трубах большого диаметра, они более податливы на расширение).

Перемещаясь со скоростью c навстречу втекающей жидкости, волна повышения давления через промежуток времени l/c достигает входа в трубу. На этом завершается *первая фаза* удара - во всей трубе жидкость неподвижна и находится под давлением $p_0 + \Delta p$.

В баке, где жидкость имеет свободную поверхность, повышение давления невозможно: у входа в трубу оно остается равным p_0 . Поэтому *вторая фаза* удара начинается с *отражения* ударной волны. Жидкость начинает вытекать из трубы в бак со скоростью w_0 . Волна повышения давления, отделяющая неподвижную сжатую жидкость от вытекающей, отступает по трубе в сторону запорного органа со скоростью c . Через промежуток времени $\tau_{\text{вд}} = 2l/c$ после закрытия запорного органа ударная волна возвращается к нему. Жидкость по всей трубе имеет давление p_0 и течет в сторону бака.

Третья фаза удара начинается с резкого падения давления у запорного органа. Теоретически давление становится равным $p_0 - \Delta p$. Волна разрежения, которая отделяет неподвижную жидкость, находящуюся под пониженным давлением, от вытекающей из трубы жидкости, давление в которой равно p_0 , движется в сторону бака со скоростью c . По достижении входа в трубу она снова отражается.

В течение четвертой фазы волна разрежения отступает в сторону запорного органа. Жидкость втекает в трубу. К концу четвертой фазы восстанавливается картина течения, которая имела место до закрытия запорного органа: вся труба заполнена потоком со скоростью w_0 , давление равно p_0 . С этого момента снова начинается первая фаза удара.

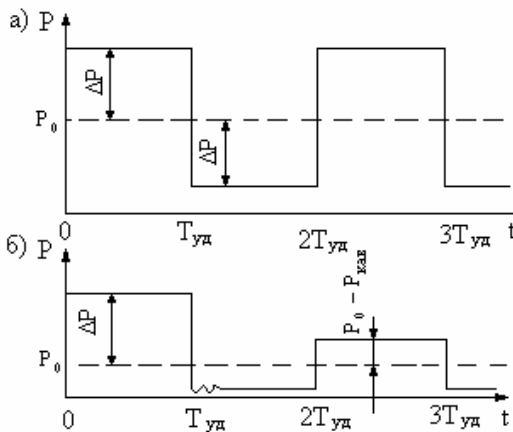


Рис. 2.14

Теоретическое изменение давления у запорного органа во времени при прямом гидроударе представлено графически на рис. 2.14а. В действительности, вследствие потерь энергии в гидравлических сопротивлениях и пластичности материала стенок трубы, колебательный процесс в трубе оказывается *затухающим*, давления и скорости со временем убывают.

Обычно ударное давление Δp превышает p_0 , поэтому в третьей фазе падение давления за волной разрежения, казалось бы, должно приводить к падению давления до нуля. Однако в действительности при разрежении до величин

давления парообразования начинается кавитация, которая рассеивает часть энергии удара. Начиная с третьей фазы, амплитуда колебаний давления уменьшается.

Непрямой удар

При *постепенном* изменении скорости течения (при плавном закрытии задвижки) возмущения давления, которые она вносит в поток, распространяются в трубе также со скоростью c . Давление и скорость в каждом сечении трубы изменяются плавно.

Если продолжительность закрытия задвижки $\tau_{закр}$ меньше времени, необходимого для пробега первых возмущений давления до входа в трубу и обратно, т. е. $\tau_{закр} \leq 2l / c$, то сумма возмущений давления приводит хотя и к плавному, но по величине к такому же повышению давления у задвижки, как и при ее мгновенном закрытии [формула Жуковского (2.28)].

Если $\tau_{закр} > \tau_{уд}$, то давление у задвижки непрерывно растет только до момента возвращения к ней первых волн повышения давления. Их переход в третью фазу приводит к появлению у задвижки возмущений разрежения, и дальнейший рост давления приостанавливается. Это – *непрямой гидравлический удар*. Если принять, что скорость течения у задвижки при ее закрытии меняется линейно, то ударное давление Δp , являющееся результатом сложения возмущений и определяется для непрямого удара приближенной формулой

$$\Delta p \approx \rho w_0 c \tau_{\text{уд}} / \tau_{\text{закр}}. \quad (2.31)$$

Увеличение времени закрытия задвижки - это простейший способ уменьшения величины ударного давления до безопасных для трубопроводов пределов.

2.6. Гидромашины

Насосы

В гидравлических машинах энергия переносится жидкостью. Различают разновидности гидромашин - насосы и гидродвигатели. Насосы преобразуют механическую энергию внешнего источника в энергию жидкости; в гидродвигателях, наоборот, происходит преобразование энергии потока жидкости в механическую энергию, передаваемую исполнительному механизму. Объемные машины работают по принципу вытеснения; в лопастных машинах процесс преобразования энергии происходит за счет динамического взаимодействия между потоком жидкости и лопастями рабочего колеса.

Производительность, или подача насоса, Q - это объемный расход жидкости, перекачиваемой насосом; измеряется в м³/с. Поршневые насосы имеют неравномерную подачу из-за неравномерной скорости возвратно-поступательного перемещения поршня. Лопастные и роторные объемные насосы (например, шестеренные, пластинчатые) имеют более равномерную подачу. Вследствие утечек в клапанах, зазорах, уплотнениях реальная подача насоса Q меньше теоретической $Q_{\text{т}}$. Уменьшение производительности учитывается объемным КПД насоса η_o , причем

$$\eta_o = Q / Q_{\text{т}}. \quad (2.32)$$

Значения η_o насосов разных конструкций лежат в пределах 80...98 %.

Напор насоса $H = H_{\text{н}} - H_{\text{вс}}$ - это разность полных (гидродинамических) напоров в напорной линии на выходе из насоса $H_{\text{н}}$ и всасывающей линии на входе в насос $H_{\text{вс}}$, причем $H_{\text{н}}$, $H_{\text{вс}}$ определяются суммой трех членов уравнения Бернулли (2.12а) (см. рис. 2.3). Таким образом, напор насоса - это удельная энергия, сообщаемая насосом единице массы жидкости.

Потери энергии (напора) ΔH в перекачиваемой жидкости, возникающие вследствие трения и местных сопротивлений внутри насоса, учитываются введением гидравлического КПД насоса

$$\eta_{\text{г}} = H / (H + \Delta H). \quad (2.33)$$

В насосах разных конструкций $\eta_{\text{г}}$ составляют 80...95 %.

Полезная мощность, развиваемая насосом, равна

$$N = \rho g Q H \quad (2.34)$$

и измеряется в ваттах. Внутренняя, или индикаторная, мощность насоса N_i превышает N вследствие гидравлических потерь и утечек и определяется формулой

$$N_i = \rho g Q H / (\eta_{\text{г}} \eta_o). \quad (2.35)$$

Эффективная мощность N_e , подводимая к валу насоса, больше внутренней мощности на величину механических потерь ΔN вследствие трения в подшипниках, уплотнениях и т. д. Механические потери учитываются механическим КПД η_m , причем

$$\eta_m = N_i / N_e. \quad (2.36)$$

Произведение трех частных коэффициентов называется полным КПД насоса η :

$$\eta = \eta_o \eta_\Gamma \eta_m. \quad (2.37)$$

Полный КПД насосов различных конструкций, применяемых в теплоэнергетике, имеет величину 60...92 %.

Высота всасывания и кавитация в насосах

Из открытого резервуара жидкость поднимается к насосу (рис. 2.15) за счет разности давлений: атмосферного p_a и давления на входе в насос $p_{вс}$. Этот перепад давления расходуется на создание скоростного напора $\alpha w^2/(2g)$ и преодоление гидравлических сопротивлений во всасывающей трубе $\Sigma h_{w_{вс}}$. Как следует из уравнения Бернулли (2.12в), высота всасывания $h_{вс}$ равна:

$$h_{вс} = \frac{p_a - p_{вс}}{\rho g} - \frac{w_{вс}^2}{2g} - \Sigma h_{w_{вс}}. \quad (2.38)$$

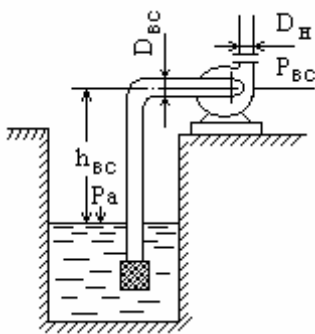


Рис. 2.15

Давление на входе в насос $p_{вс}$ должно быть всегда больше давления насыщения перекачиваемой жидкости при данной температуре (для воды – см. табл. 1.3). В противном случае на входе в насос начинается кавитация: образуются паровые пузыри, которые затем схлопываются в области повышенного давления в насосе. Вследствие местных гидравлических ударов в центре парового пузырька при схлопывании (конденсации пара), локальные повышения давления достигают тысяч МПа, что приводит к эрозионному износу проточной части насоса. В поршневых насосах в формулу (2.38) для расчета

предельной высоты всасывания приходится вводить поправку, учитывающую инерцию столба жидкости во всасывающей трубе вследствие того, что движение – неустановившееся; в центробежных насосах – поправку на местное увеличение скорости при входе в рабочее колесо насоса. Реальная высота всасывания воды из открытого бассейна составляет в поршневых насосах 6...7 метров, в центробежных 6...8 метров.

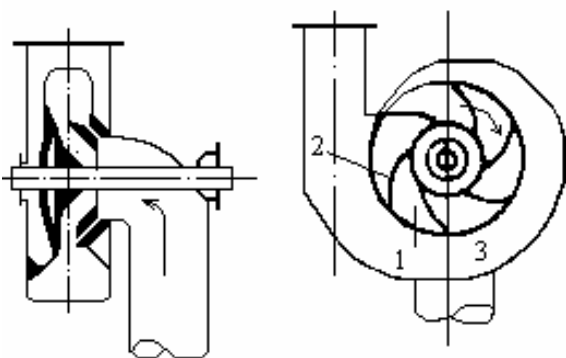


Рис. 2.16

На теплотехнических предприятиях наибольшее распространение имеют лопастные насосы. В лопастных насосах подведенная к валу механическая энергия

передается жидкости за счет силового взаимодействия с лопатками рабочего колеса. Так, в центробежном насосе (рис. 2.10, 2.16) при вращении рабочего колеса 1 жидкость, заключенная в каналах между лопатками 2, выбрасывается центробежными силами в спиральную камеру 3 и далее в напорную трубу. Приток жидкости к рабочему колесу осуществляется через всасывающую трубу.

Напор центробежного насоса H может быть определен из уравнения моментов количества движения (п. 2.5, рис. 2.10). Приравнявая выражения для мощности, развиваемой насосом, (2.24) и (2.35), имеем

$$H = \omega(c_2 r_2 \cos \alpha_2 - c_1 r_1 \cos \alpha_1) / g. \quad (2.39)$$

Таким образом, напор возрастает с увеличением угловой скорости рабочего колеса ω и скорости жидкости на выходе из межлопаточных каналов.

При изменении числа оборотов центробежного насоса изменяются его подача Q и напор H . При условии подобия режимов работы насоса (подобия треугольников скоростей (см. рис. 2.10) и постоянстве внутреннего КПД производительность насоса пропорциональна числу оборотов: $Q \sim c_2 r_2 n \cos \alpha_2$; напор пропорционален квадрату числа оборотов: $H \sim n^2$; мощность, развиваемая насосом, приблизительно пропорциональна кубу числа оборотов: $N \sim n^3$.

Все многообразие различных типов лопастных насосов можно разделить на несколько групп по величине *коэффициента быстроходности* n_s , который определяется по формуле

$$n_s = 3,65 n Q^{0,5} / H^{0,75}, \quad (2.40)$$

где Q - производительность, м³/с; H - напор, м; n - число оборотов, 1/мин. По численному значению n_s *центробежные* насосы делят на тихоходные ($n_s = 50 \dots 80$), средней быстроходности ($n_s = 80 \dots 150$) и быстроходные ($n_s = 150 \dots 300$). Тихоходные насосы создают высокие напоры, они имеют большой диаметр колеса (отношение радиусов наружного и внутреннего, см. рис. 2., составляет $r_2/r_1 \approx 2,5$). Быстроходные насосы имеют большую производительность при невысоком напоре, для них $r_2/r_1 = 1,8 \dots 1,4$. *Диагональные*, или *полуосевые*, насосы имеют $n_s = 300 \dots 500$, у них $r_2/r_1 = 1,2 \dots 1,1$. Наконец, *осевые* насосы имеют $r_2/r_1 = 1$, их коэффициент быстроходности $n_s = 500 \dots 1000$. Такие насосы применяются для перекачки больших расходов при малом напоре, например для подачи охлаждающей воды из водоема в конденсатор паротурбинной установки.

В отличие от объемных насосов подача лопастных насосов Q при постоянном числе оборотов n изменяется с изменением напора H . Кривая $Q = f(H)$ при $n = \text{const}$ называется *напорной характеристикой* насоса. Характеристика строится по данным испытаний насоса в заводских условиях. Вследствие изменения производительности при изменении напора меняются также потребляемая насосом мощность N_e и КПД η . Кривые $H = f(Q)$, $N_e = f(Q)$, $\eta = f(Q)$ строятся на одном графике, который прилагается к паспорту насоса. Подобный график представлен на рис. 2.17.

Мощность, потребляемая насосом, растет с увеличением производительности. Минимальную мощность лопастный насос потребляет при нулевой

подаче, т. е. при закрытой задвижке на напорной трубе. КПД насоса с ростом производительности сначала увеличивается, достигает максимума, а затем уменьшается. Максимум КПД соответствует оптимальным условиям работы насоса. Насос следует эксплуатировать в режимах, близких к максимальному значению КПД.

При работе центробежного насоса на сеть он должен создавать полезный напор $H_{\text{пол}}$, складывающийся из геометрической высоты подъема жидкости h и разности давлений в напорном и приемном резервуарах. Кроме того, напор затрачивается на преодоление гидравлических потерь

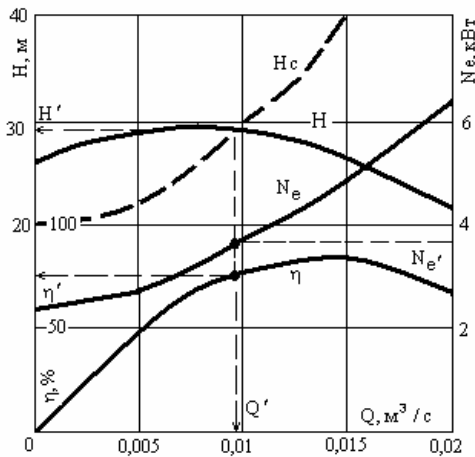


Рис. 2.17

в сети; в частности, при квадратичном сопротивлении труб потери напора $\Delta H \sim Q^2$. Кривая $H_c = H_{\text{пол}} + \Delta H$ называется *гидравлической характеристикой сети*; на рис. 2.17 она показана штриховой линией. Точка пересечения этой линии с напорной характеристикой насоса $H=f(Q)$ называется *рабочей точкой характеристики*; она позволяет определить напор H и расход жидкости Q при работе данного насоса на данную сеть. Соответственно определяются потребляемая мощность насоса N_e и его КПД η .

При регулировании насосов изменяются напор H и подача (производительность) Q , а также в той или иной степени мощность N и КПД η . Чаще всего регулирование лопастных насосов осуществляется дросселированием с помощью запорно-регулирующей арматуры на напорной линии. Этот способ — наиболее распространенный, но экономически наименее выгодный, так как по мере закрытия дросселя возрастают потери на местное сопротивление. Если расход регулируется задвижкой или вентилем, их уплотняющие элементы быстро изнашиваются кавитацией.

Изменение характеристики центробежного насоса может осуществляться изменением частоты вращения рабочего колеса. Для этого в теплоэнергетике применяются паровые турбины, гидромолы, электродвигатели постоянного тока. В системах циркуляционного водоснабжения для охлаждения конденсаторов турбин применяются поворотно-лопастные осевые насосы.

При последовательном включении лопастных насосов их напоры складываются и общая напорная характеристика строится суммированием характеристик отдельных насосов. При последовательном включении насосов нужно учитывать прочность их корпусов и надежность концевых уплотнений. Эффект суммирования напоров достигается и в многоступенчатых центробежных насосах, когда жидкость, выходя из рабочего колеса предыдущей ступени, направляется на всас следующего рабочего колеса. Так, питательный насос для АЭС ПЭА1650-75 имеет три ступени, перекачивает воду с температурой 170°C . Давление на входе в насос $0,9\text{ МПа}$, напор 830 м , частота вращения 3000 об/мин , потребляемая мощность 5000 кВт , масса $10,2\text{ т}$.

Параллельная работа однотипных насосов применяется для увеличения расхода перекачиваемой жидкости. Суммарная характеристика в этом случае

строится суммированием абсцисс характеристик отдельных насосов. Зачастую параллельное включение применяется для резерва на случай аварийного выхода из строя одного из насосов. Так, в каждую независимую циркуляционную петлю контура многократной принудительной циркуляции реактора РБМК-1000 включены 4 главных циркуляционных насоса (3 – в работе, 1 – в резерве).

Гидропневмопривод

Приводы, или передачи, служат для сообщения движения исполнительным органам машин или механизмов. В гидравлических приводах носитель энергии – рабочая жидкость. Достоинства гидропередач: бесступенчатое регулирование скорости перемещения исполнительного органа, малая инерционность и высокая чувствительность; при высоких давлениях системы гидропривода имеют малые габариты и массу. В то же время, недостатки гидропривода – относительно высокая стоимость, связанная с необходимостью высокой точности изготовления деталей для уменьшения утечек, и относительно невысокий КПД.

В пневмоприводах рабочей средой (носителем энергии) является сжатый газ (обычно воздух). По сравнению с гидроприводами они имеют низкую стоимость, так как не требуют высокой точности изготовления узлов, однако уступают им по массогабаритным показателям и не обеспечивают жесткости регулирования.

Раздел 3. ГАЗОДИНАМИКА

3.1. Исходные соотношения

Процессы в газовых потоках при больших скоростях течения, сравнимых со скоростью звука, приводят к изменению плотности газа. Движение газа с большими скоростями изучается газовой динамикой.

Как известно из курса термодинамики, основные параметры состояния идеального газа – давление p , плотность ρ и абсолютная температура T – связаны уравнением состояния

$$p/\rho = RT, \quad (3.1)$$

где R – газовая постоянная. Для воздуха $R = 287,1$ Дж/(кг·К).

В большинстве задач, рассматриваемых газодинамикой, процессы изменения состояния газа можно считать *адиабатными*; из-за их быстротечности они осуществляются без теплообмена с окружающими телами. При адиабатном процессе давление и плотность связаны соотношением

$$\frac{P}{\rho^k} = const, \text{ или } \frac{P}{P_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^k, \quad (3.2)$$

где $\kappa = c_p/c_v$ – показатель адиабаты; c_p и c_v – теплоемкости при постоянном давлении и постоянном объеме. Для воздуха и других двухатомных газов $\kappa = 1,4$, для перегретого водяного пара $\kappa = 1,33$.

Используя уравнение состояния (3.1), получим для адиабатного процесса формулы связи между давлением, плотностью и температурой:

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{k-1} = \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{(k-1)}{k}}; \quad \frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{1}{k-1}}; \quad \frac{p}{p_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{k}{(k-1)}}. \quad (3.3)$$

В задаче о движении газа в длинной трубе без теплоизоляции стенок процесс изменения состояния принимается *изотермическим* - длительный контакт со стенками трубы приводит к тому, что температура газа не отличается от температуры стенки. Для изотермического процесса

$$\frac{p}{\rho} = \text{const}. \quad (3.4)$$

Скорость звука. Число Маха (M)

В трубе с абсолютно жесткими стенками скорость волны давления равна скорости распространения упругих колебаний (звука). Ее величина составляет

$$a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}. \quad (3.5)$$

Как видим, скорость звука зависит от отношения возмущений давления и плотности. Она определяется физическими свойствами жидкости. Для воды, например, скорость звука равна примерно 1450 м/с, для нефти - около 1200 м/с. В случае трубы с деформируемыми стенками скорость ударной волны несколько меньше скорости звука. Она определяется формулой (2.30), применявшейся в подразделе «Гидравлический удар в трубах».

Процесс изменения параметров газа в звуковой волне, которая представляет собой распространяющиеся в газе слабые возмущения давления и плотности, является адиабатным. Из уравнения (5.2) имеем:

$$p = C\rho^k; \quad dp = kC\rho^{k-1}d\rho; \quad \frac{dp}{d\rho} = kC\rho^{k-1} = k\left(\frac{p}{\rho}\right).$$

Подставляя последнее равенство в формулу (3.5), получим скорость звука для газа:

$$a = \sqrt{k \frac{p}{\rho}}. \quad (3.6)$$

Используя уравнение состояния (5.1), введем в формулу для a температуру T :

$$a = \sqrt{kRT}. \quad (3.7)$$

В частности, для воздуха, подставляя величины k и R , имеем $a = 20,1\sqrt{T}$. При температуре 15°C последняя формула дает $a = 340$ м/с.

Скорость звука a - одна из важнейших механических характеристик газа. Законы его движения резко отличаются в зависимости от соотношения скорости газа w и скорости звука a . Отношение

$$M = \frac{w}{a} \quad (3.8)$$

называется *числом Маха*. Течения, в которых $w < a$ и $M < 1$, называются *дозвуковыми*. Если $w > a$ и $M > 1$, течение *сверхзвуковое*.

3.2. Уравнение энергии. Критическая и максимальная скорости газа

Рассмотрим установившееся одномерное движение газа. Считаем, что газ не обменивается теплотой и работой с окружающими телами, трение отсутствует. В струйке одномерного течения (рис. 3.1) скорость w и параметры газа p , ρ , T могут меняться по ее длине, оставаясь неизменными по сечению F . Вследствие малой плотности газа допустимо пренебречь изменением высоты струйки над плоскостью сравнения, так как для частицы газа влияние силы тяжести пренебрежимо мало по сравнению с силами инерции и давления. Тогда ускорение элементарной частицы с объемом $dV = Fdx$ и массой $dM = \rho Fdx$ будет создаваться продольным градиентом давления $\frac{dp}{dx}$. Опуская промежуточные выкладки, запишем

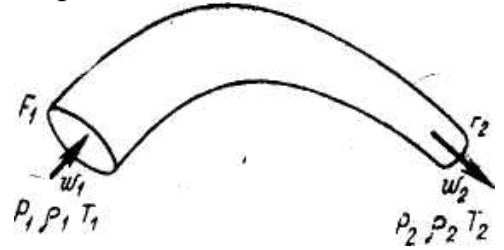


Рис. 3.1

уравнение энергии для одномерного течения газа в дифференциальной форме:

$$d\left(\frac{w^2}{2}\right) + \frac{dp}{\rho} = 0. \quad (3.9)$$

Считая течение адиабатным, выразим в последнем уравнении дифференциал давления через изменение плотности с помощью уравнения адиабаты (3.2):

$$dp = kC\rho^{k-1}d\rho; \quad \frac{dp}{\rho} = kC\rho^{k-2}d\rho. \text{ Подставляя это выражение в уравнение (3.9) и}$$

интегрируя вдоль струйки, получим уравнение энергии в интегральной форме, или уравнение Бернулли - Сен-Венана :

$$\frac{w^2}{2} + \frac{kp}{\rho(k-1)} = const. \quad (3.10)$$

Последнее уравнение можно представить также по-иному. Разделив его члены на g , получим

$$\frac{w^2}{2g} + \frac{kp}{\gamma(k-1)} = const. \quad (3.10a)$$

Сравнивая выражение (3.10a) с уравнением Бернулли для идеальной несжимаемой жидкости (2.12a), видим, что отличие состоит в множителе $\frac{k}{k-1}$

при пьезометрической высоте $\frac{p}{\gamma}$. Появление этого множителя, для воздуха

равного $\frac{k}{k-1} = \frac{1.4}{1.4-1} = 3.5$, связано с тем, что в потенциальную энергию газа

входит еще и его внутренняя энергия. Иногда говорят, что в случае газа к пьезометрическому напору добавляется «температурный напор».

Выражая в уравнении энергии (13) отношение $\frac{p}{\rho}$ через уравнение состояния (3.1), получим

$$\frac{w^2}{2} + \frac{kRT}{k-1} = const. \quad (3.10б)$$

Последнее равенство показывает, что при отсутствии теплообмена с внешней средой увеличение скорости вдоль струйки приводит к падению температуры газа, и наоборот. Температура максимальна в покоящемся газе (при $w = 0$); ее называют *температурой торможения* T^* . Подставляя температуру торможения в уравнение (3.10б), получаем:

$$\frac{w^2}{2} + \frac{kRT}{k-1} = \frac{kRT^*}{k-1}. \quad (3.10в)$$

Используя формулу для скорости звука (3.7), уравнение энергии (5.10) можно также представить в виде

$$\frac{w^2}{2} + \frac{a^2}{k-1} = const, \quad (3.10г)$$

откуда ясно, что скорость движения газа и скорость звука взаимосвязаны: увеличение скорости течения приводит к уменьшению скорости звука. Вследствие адиабатного охлаждения она меньше скорости звука, соответствующей начальному состоянию газа, когда скорость равна нулю и температура наибольшая.

Выражение (3.10г) позволяет выяснить смысл постоянной в правой части уравнения энергии. Действительно, в покоящемся газе $w = 0$ и скорость звука достигает здесь своей наибольшей величины a_0 . Следовательно, $const = \frac{a_0^2}{k-1}$, и

уравнение энергии может быть представлено в виде

$$\frac{w^2}{2} + \frac{a^2}{k-1} = \frac{a_0^2}{k-1}. \quad (3.10д)$$

При ускорении газового потока и одновременном уменьшении скорости звука a наступает момент, когда они сравниваются; при этом достигается *критическая скорость* $a_{кр}$, величину которой можно выразить, подставляя в уравнение (3.10д) $w = a = a_{кр}$:

$$a_{кр} = a_0 \sqrt{\frac{2}{k+1}} = \sqrt{\frac{2kRT^*}{k+1}}. \quad (3.11)$$

С достижением критической скорости дозвуковой поток переходит в сверхзвуковой. Критическая скорость $a_{кр}$ в отличие от локальной скорости звука a остается постоянной вдоль струйки. Поэтому удобно измерять скорость течения в долях этой величины; так вводится безразмерная скорость газа

$$\lambda = \frac{w}{a_{кр}}, \quad (3.12)$$

иногда называемая также *коэффициентом скорости*.

Знаменатель формулы для безразмерной скорости (3.12) $a_{кр}$ – величина постоянная вдоль струйки, тогда как в выражении для числа Маха знаменатель – переменный. При $w = a_{кр}$ имеем $\lambda = M = 1$.

При истечении газа в пустоту, когда $p \rightarrow 0$, его потенциальная энергия полностью переходит в кинетическую. В этом случае $T \rightarrow 0$, скорость становится максимальной. Ее величину можно определить из выражения (3.10в) при $T = 0$:

$$w_{max} = \sqrt{\frac{2kRT}{k-1}} = a_0 \sqrt{\frac{2}{k-1}}. \quad (3.13)$$

В частности, если в пустоту вытекает воздух при температуре 15°C, то $w_{max} = 760$ м/с. При истечении в пустоту из ракетного двигателя продуктов сгорания, имеющих в камере сгорания температуру $T^* = 3000$ и тазовую постоянную $R = 330$ Дж/(кгК), получаем $w_{max} = 2640$ м/с. Повышение T^* в камере сгорания приводит к росту скорости истечения газов и увеличению тяги двигателя.

Наконец, если использовать понятие *энтальпии*, или теплосодержания газа h , рассматриваемое в термодинамике как $h = c_p T = \frac{kRT}{k-1}$, где c_p – теплоемкость газа при постоянном давлении, то уравнение энергии (3.10б) приобретает вид, известный из курса термодинамики:

$$\frac{w^2}{2} + h = const = h^*$$

(здесь h^* – энтальпия газа при $w = 0$).

Таким образом, потенциальная энергия газа выражается различными формами в уравнениях энергии (3.10) – (3.10д) с помощью различных взаимосвязанных параметров – давления, температуры, скорости звука, энтальпии.

Связь скорости газа с сечением потока. Сопло Лаваля

Выясним зависимость скорости течения от площади F поперечного сечения потока. Для газа уравнение неразрывности, или уравнение постоянства массового расхода при установившемся течении, имеет вид: $\rho w F = const$.

Логарифмируя и дифференцируя это равенство, получим

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dw}{w} + \frac{dF}{F} = 0. \quad (3.14)$$

Опуская некоторые промежуточные выкладки, из этого уравнения следует

$$\frac{dF}{F} = \frac{dw}{w} \left(\frac{w^2}{a^2} - 1 \right) = \frac{dw}{w} (M^2 - 1). \quad (3.15)$$

Из уравнения (3.15) ясно, что изменение скорости при изменении сечения dF происходит по-разному для дозвукового и сверхзвукового течения. В дозвуковом потоке ($w < a$, $M < 1$, рис. 3.2а) знаки dw и dF в (3.15) противоположны: уменьшение сечения в сужающемся канале приводит к возрастанию скорости. Наоборот, в расширяющемся канале скорость вниз по потоку уменьшается. При сверхзвуковом течении ($w > a$, $M > 1$, рис. 3.2б) в сужающемся канале поток замедляется, в расширяющемся – ускоряется.

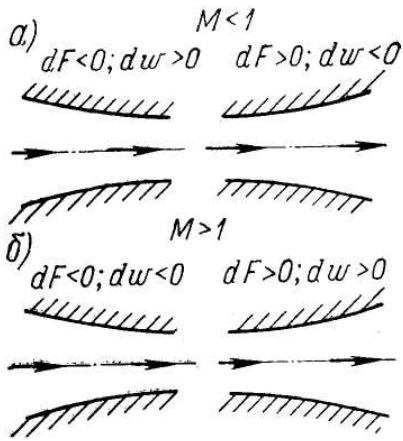


Рис. 3.2

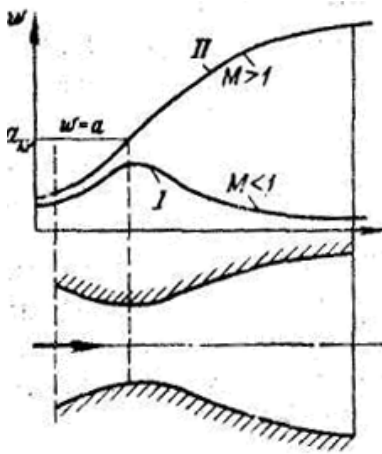


Рис. 3.3

Знаки $d\rho$ и dw всегда противоположны: рост скорости приводит к уменьшению плотности. Но при дозвуковом течении, когда $M^2 < 1$, скорость изменяется более быстро, чем плотность: $\frac{dw}{w} > \frac{d\rho}{\rho}$. При сверхзвуковом течении, наоборот, быстрее уменьшается плотность.

Для получения сверхзвуковых скоростей газа в технике используется *сопло Лаваля*, принцип действия которого ясен из приведенных рассуждений. В дозвуковом потоке, поступающем в сужающуюся часть сопла Лаваля, скорость увеличивается. Если в наименьшем сечении сопла не достигается скорость, равная скорости звука, то в расширяющейся части происходит ее уменьшение; скорость по длине сопла изменяется по кривой I на рис. 3.3. Если перепад давления достаточно велик, чтобы в наименьшем сечении скорость течения сравнялась со скоростью звука, то при дальнейшем расширении поток переходит в сверхзвуковой, скорость его изменяется по кривой II.

Сопло Лаваля имеет широкое применение, являясь составной частью реактивных двигателей, сопловых аппаратов некоторых турбин (в которых рабочие лопатки обтекаются сверхзвуковым потоком), сверхзвуковых аэродинамических труб и т.д. Более полная теория сопла учитывает влияние трения на стенках и волновых явлений на выходе потока.

3.3. Параметры изэнтропического торможения газа. Газодинамические функции

При торможении газа его кинетическая энергия переходит в потенциальную, при этом давление, плотность и температура возрастают. В случае полного торможения (остановки) потока, например в точке раздвоения струйки на передней поверхности обтекаемого тела, параметры p , ρ , T достигают максимальных для данного потока величин - *параметров торможения* p^* , ρ^* , T^* . Эти величины для адиабатного изэнтропического процесса торможения, при котором давление и плотность газа связаны соотношением (3.2).

Применяя уравнение энергии (3.12) к сечениям струйки «на бесконечности», т.е. там, где на поток не оказывает искажающего влияния обтекаемое тело, и в точке торможения, получим:

$$\frac{T^*}{T_\infty} = \frac{1 + (k-1)M_\infty^2}{2}, \quad \frac{p^*}{p_\infty} = \left[\frac{1 + (k-1)M_\infty^2}{2} \right]^{\frac{k}{k-1}}, \quad \frac{\rho^*}{\rho_\infty} = \left[\frac{1 + (k-1)M_\infty^2}{2} \right]^{\frac{1}{k-1}} \quad (3.16)$$

Повышение температуры газа у поверхности тела, обтекаемого при больших числах Маха, называется *аэродинамическим нагревом*. Отметим, что неподвижный термометр, помещенный в поток газа, показывает температуру, близкую к температуре торможения.

Зависимость температуры, давления и плотности торможения от числа M_∞ для воздуха представлена графически на рис. 3.4.

Расчет по формулам (3.16) показывает, что при $M = 0,2$ (для воздуха при 15°C это соответствует скорости 68 м/с) сжимаемость газа приводит к поправкам в плотности и давлении торможения примерно на 2%, в температуре - около 1%. Ввиду малости этих поправок ими пренебрегают, считая газ при малых скоростях несжимаемой жидкостью. В задачах, не требующих высокой точности решения, можно считать газ несжимаемым и при еще больших числах M (до 0,3). В частности, при расчете систем вентиляции допустимо использовать соотношения гидравлики для несжимаемой жидкости.

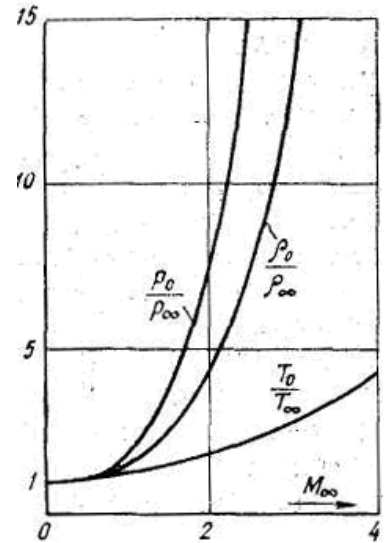


Рис. 3.4

Выражения (3.16) являются по сути еще одной формой записи уравнения энергии (3.10). Переходя в формулах для параметров торможения газа (3.16) от числа M к λ , получим соотношения:

$$\tau(\lambda) = \frac{T}{T^*} = \frac{1 - \lambda^2(k-1)}{k+1}; \quad \pi(\lambda) = \frac{p}{p^*} = \left[1 - \frac{\lambda^2(k-1)}{k+1}\right]^{\frac{k}{k-1}}; \quad \varepsilon(\lambda) = \frac{\rho}{\rho^*} = \left[1 - \frac{\lambda^2(k-1)}{k+1}\right]^{(k-1)}.$$

Эти формулы дают изменение параметров газа вдоль струйки в зависимости от скорости. Они носят название *газодинамических функций*. Их численные значения для различных k и λ (или M) сведены в таблицы и графики. В частности, в источнике [1] приведена таблица газодинамических функций для воздуха.

Истечение газа

Исследуем истечение газа через сужающееся сопло из бака, где он находился под давлением p^* , в среду с противодавлением $p < p^*$ (рис. 3.5). Применяя к сечениям струйки газа в баке, где $w=0$, и в сжатом сечении уравнение энергии в форме (3.10), имеем

$$\frac{w^2}{2} + \frac{kp}{(k-1)\rho} = \frac{kp^*}{(k-1)\rho^*}.$$

Выражая отношение плотностей ρ/ρ^* через отношение давлений p/p^* с помощью уравнения адиабаты (3.2) получим формулу *Сен-Венана* и *Ванцеля* для скорости адиабатного истечения газа:

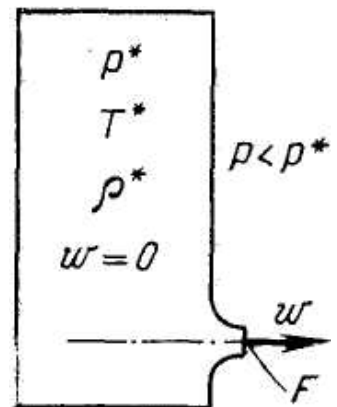


Рис. 3.5

$$w = \sqrt{\frac{2kRT^*}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p}{p^*} \right)^{\frac{k-1}{2}} \right]}. \quad (3.17)$$

При постепенном уменьшении давления в среде, в которую вытекает газ, начиная от $p = p^*$, согласно формуле (3.17), растет скорость истечения (рис. 3.6). Возрастание скорости в соответствии с уравнением энергии в форме (3.10₂) приводит к уменьшению местной скорости звука a . Наконец, при достаточно малом давлении среды

$$p = p_{кр} = p^* \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}, \quad (3.18)$$

называемом *критическим давлением*, скорость истечения достигает максимума, она сравнивается с местной скоростью звука; устанавливается *критическая скорость* потока $a_{кр}$, величина которой определяется соотношением (3.14). Для воздуха $\pi_{кр} = (p/p^*)_{кр} = 0,528$. Плотность и температура газа при этом также достигают критических значений, определяемых формулами

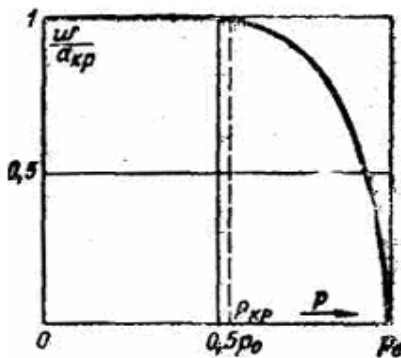


Рис. 3.5

$$\rho_{кр} = \rho^* \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}}; \quad T_{кр} = \frac{2T^*}{k+1}. \quad (3.18a)$$

Величина критической скорости определяется внутренней энергией газа, т.е. температурой в баке T^* . В частности, для воздуха, имеющего температуру 15°C , $a_{кр} = 0,91a_0 = 310$ м/с. При дальнейшем уменьшении противодавления p скорость истечения на срезе сопла остается неизменной и равной $a_{кр}$ (рис. 3.5).

Постоянство скорости (и расхода) при $p \leq p_{кр}$ можно объяснить следующим образом. Представим себе, что газ вытекает из резервуара I в вакуумную камеру через трубу, давление в которой регулируется краном, установленным в конце трубы. При $p > p_{кр}$ скорость $w < a_{кр}$ и при открытии крана волны разрежения от него, распространяясь навстречу струе, соответственно увеличивают скорость истечения. Если достигнута звуковая скорость истечения, то волны разрежения от крана уже не могут распространяться навстречу струе и понижение давления p не меняет скорость истечения $w = a_{кр}$.

Таким образом, при противодавлении $p > p_{кр}$ скорость истечения – дозвуковая ($w < a_{кр}$). Такое истечение называется *докритическим*. При $p \leq p_{кр}$ наблюдается критическое истечение, скорость на срезе сопла – критическая.

Вследствие потерь энергии на трение реальная скорость истечения газа немного меньше (на 1...3%), чем теоретическая. Массовый расход газа через сопло определяется соотношением

$$G = \mu \rho w F, \quad (3.19)$$

где μ – коэффициент расхода. Для сужающегося сопла $\mu = 0,92...0,98$. С использованием газодинамических функций формула (3.19) приводится к виду:

$$G = \frac{mp^* Fq(\lambda)}{T^{*0.5}},$$

где для воздуха $m = 0,0405$ (если величины выражены в системе СИ). Газодинамическая функция $q(\lambda)$ называется приведенной плотностью тока. Для воздуха ее значения даны в таблицах газодинамических функций. При критическом истечении через сужающееся сопло принимают $q = 1$, при докритическом выбирают по значению $\pi = p/p^*$.

В случае расчетного истечения через сопло Лавалья, когда на срезе расширяющейся части сопла давление вытекающей струи равно противодавлению среды p , скорость и параметры газа в струе определяют по значению $\pi = p/p^*$ из таблиц газодинамических функций. Расход газа через сопло Лавалья равен расходу через сужающееся сопло с выходным сечением, равным критическому сечению $F_{кр}$ сопла Лавалья.

3.4. Одномерное течение газа с трением и энергообменом

Изотермическое течение в трубах

Этот вопрос важен для расчета длинных газопроводов, в которых температура перекачиваемого газа близка к температуре окружающей среды. Вдоль трубопровода давление и плотность уменьшаются, скорость возрастает.

Будем учитывать потери давления на трение вдоль трубы по формуле Дарси (2.16), тогда потери на участке трубы длиной dx составят

$$dp = \lambda_{mp} \frac{dx}{D} \frac{\rho w^2}{2},$$

где $\lambda_{тр}$ - гидравлический коэффициент трения. Используя уравнение энергии в дифференциальной форме (3.12), составим дифференциальное уравнение баланса кинетической и потенциальной энергии с учетом потерь на участке dx :

$$d\left(\frac{w^2}{2}\right) + \frac{dp}{\rho} + \lambda_{TP} \frac{dx}{D} \frac{w^2}{2} = 0. \quad (3.20)$$

Из этого уравнения вытекает формула для *массового расхода газа при изотермическом течении* (вывод опущен):

$$G = F \sqrt{\frac{p_1^2 - p_2^2}{RT \frac{\lambda_{тр} l}{D} + 2 \ln \frac{p_1}{p_2}}}. \quad (3.21)$$

Анализ показывает, что если во входном сечении трубы скорость газа дозвуковая ($M_1 < 1$), то в выходном сечении число M_2 возрастает и может достигнуть единицы. Если длина трубы равна критической, то при понижении давления в конце трубы расход не увеличивается.

Гидравлический коэффициент трения $\lambda_{тр}$, вообще говоря, является функцией чисел Re , M и относительной шероховатости трубы. Но число Рейнольдса при изотермическом течении вдоль трубы не меняется; действительно, если

представить его в виде $Re = \frac{wD}{\nu} = \frac{\rho w D}{\mu}$, где μ - динамический коэффициент вяз-

кости, то видно, что и числитель, и знаменатель - постоянные величины ($\rho w =$

const по уравнению неразрывности; μ газов зависит только от температуры; при постоянной температуре изотермического течения $\mu = \text{const}$). Как показали опыты Фресселя, гидравлический коэффициент трения $\lambda_{\text{тр}}$ для газов при небольших числах Маха практически не зависит от M . Поэтому для изотермического течения газов $\lambda_{\text{тр}}$ не меняется по длине трубы и может определяться по формулам гидравлики.

Адиабатное течение в трубах

В случае короткого трубопровода, когда газ не успевает обмениваться теплотой со стенками, или при наличии тепловой изоляции полная энергия газа по длине трубы остается постоянной; работа, расходуемая на трение, полностью переходит в теплоту, идущую на нагрев газа. Здесь удобно применить уравнение энергии в форме (3.1). Принимая во внимание, что энтальпия $h = c_p T$, запишем его в виде:

$$\frac{w^2}{2} + c_p T = \text{const}.$$

Как показывает это равенство, понижение температуры по сравнению с начальным сечением зависит только от скорости в данном сечении, и не зависит от сопротивления. Температура торможения вдоль трубы не меняется: $T^* = \text{const}$.

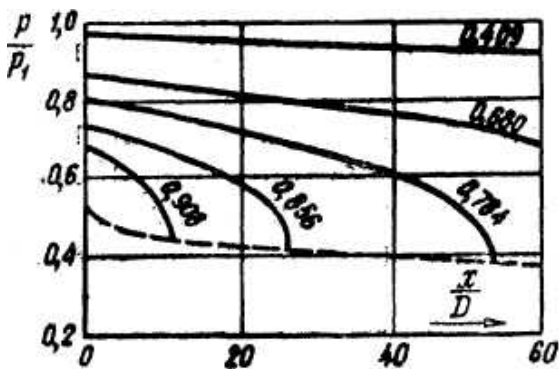


Рис. 3.7

В дозвуковом потоке нагревание газа вследствие трения приводит к уменьшению плотности; из-за постоянства массового расхода скорость при этом возрастает. Это возрастание возможно вплоть до величины скорости звука $a_{\text{кр}}$, которая может иметь место в выходном сечении трубы при достаточно большой начальной скорости w_1 и достаточно малой длине трубы l . При этом в конце трубы наблюдается резкое падение давления. На рис. 3.7 показаны кривые изменения давления в зависимости от длины

трубы, полученные Фресселем экспериментально. Длина трубы отложена на оси абсцисс в долях x/D (в «калибрах»). Числа, проставленные у кривых, показывают расход в долях максимального расхода, который можно получить при том же перепаде давления в случае истечения через короткий насадок с диаметром, равным диаметру трубы.

Течение газа с энергообменом

Во многих случаях течение газа сопровождается обменом механической энергией и теплотой с окружающими телами. Например, при подаче воздуха в газотурбинный двигатель к нему подводится техническая работа сжатия l_k в компрессоре и теплота сгорания топлива q в камере сгорания. Кроме того, выделяется теплота трения $l_{\text{тр}}$. При энергообмене газа уравнение энергии (3.20), выведенное для энергетически изолированного течения, необходимо дополнить соответствующими членами.

При подводе теплоты к дозвуковому потоку газа в трубе его скорость увеличивается вплоть до $M = 1$. Дальнейшее увеличение скорости за счет подвода теплоты невозможно. Однако сверхзвуковой поток ускоряется за счет отвода теплоты. Поэтому если в трубе за критическим сечением, где скорость течения звуковая, организовать отвод теплоты, то можно получить сверхзвуковую скорость. На этом принципе основано устройство «теплового сопла».

Дозвуковой поток ускоряется при совершении газом работы (например, на рабочем колесе турбины). При $M > 1$ скорость возрастает, если газ получает механическую энергию извне, например от компрессора. На этом принципе работает механическое сопло, в котором до критического сечения работа отводится от газа, а ниже критического сечения подводится к нему.

Возможно также получение сверхзвуковых скоростей в комбинированных соплах. Например, в полутепловом сопле дозвуковым участком газ разгоняется за счет подвода теплоты, а ниже критического сечения - за счет геометрического расширения канала.

3.5. Волны давления в газовом потоке

Волны разрежения

В неподвижном газе малые возмущения давления распространяются со скоростью звука. В потоке скорость возмущения давления *относительно жидкости* также равна скорости звука. Сферические волны давления сносятся потоком от источника возмущений. Относительно неподвижного обтекаемого тела возмущения распространяются вниз по потоку со скоростью $a + w$, а вверх - со скоростью $a - w$.

Рассмотрим распространение в потоке возмущений от точечного источника A (например, от небольшого обтекаемого тела). При дозвуковой скорости потока $w < a$ (рис. 3.8а) возмущения от препятствия распространяются во все стороны, в том числе и вверх по потоку. Волны давления, идущие вверх по течению, несут потоку информацию об источнике возмущений, «подготавливают» его к предстоящей встрече с препятствием. Линии тока в дозвуковом течении отклоняются еще до встречи с обтекаемым телом.

В сверхзвуковом потоке ($w > a$, рис. 3.8б) возмущения давления вверх по течению не распространяются. Последовательные возмущения от источника A сносятся вниз по потоку; сферические волны возмущений заполняют конус с вершиной в точке A , расходящийся вниз по течению. До встречи с этим конусом возмущений поток не получает информации о препятствии, линии тока не искривлены. Угол α при вершине конуса, называемый *углом возмущений* или *углом Маха*, можно определить из треугольника ABC . Если сферическая волна возмущений пробегает за время Δt путь CB , равный $a\Delta t$, то ее центр сносится потоком на расстояние AC (равное $w\Delta t$), откуда

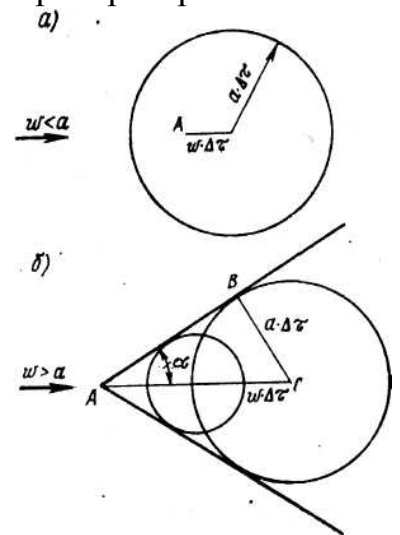


Рис. 3.8

$$\sin \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{\omega} = \frac{1}{M}, \quad (3.22)$$

где $M = w/a$ - число Маха.

При сверхзвуковом течении газа вдоль стенки бугорки и впадины шероховатости являются источниками волн давления, которые сносятся вниз по течению под углом Маха. При изменении плотности газа в волнах давления меняется его коэффициент преломления для световых лучей. На этом основано применение оптических методов для исследования сверхзвуковых потоков. С их помощью удастся сделать видимой картину волн давления у обтекаемого тела.

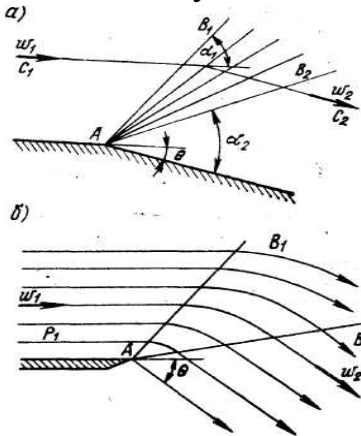


Рис. 3.9

Слабые волны возмущения называют *характеристиками сверхзвукового потока*. В равномерном потоке характеристики прямолинейны, угол их наклона тем меньше, чем больше скорость; его величина определяется по формуле (3.22). Если в потоке имеется поперечная неравномерность скоростей, то характеристики искривляются. Возрастание скорости приводит к увеличению угла Маха и наклона характеристики.

Рассмотрим сверхзвуковое обтекание плоской стенки с внешним тупым углом (рис. 3.9а). У точки A поток расширяется, поворачиваясь на угол Θ . В соответствии с выводами п. 3.4 скорость его увеличивается, давление, плотность, температура падают. Линия возмущения (характеристика) AB для набегающего потока расположена под углом α_1 , причем в соответствии с формулой (3.22) $\sin \alpha_1 = \frac{1}{M_1}$. Для ускоренного и повернутого на угол Θ потока линия возмущения от вершины угла A - это характеристика AB_2 , причем $\sin \alpha_2 = \frac{1}{M_2}$.

Внутри угла B_1AB_2 расположена волна разрежения, в которой линия тока C_1C_2 плавно поворачивает на угол Θ . Параметры потока непрерывно изменяются внутри волны разрежения. Вдоль любой характеристики AB в пучке, размещенном между линиями AB_1 и AB_2 , параметры газа остаются постоянными, независимыми от расстояния до вершины угла A . На характеристике одинаковы также величина и направление скорости. Составляющая скорости, нормальная к характеристике, равна скорости звука, соответствующей состоянию газа в этом месте.

Подобная волна разрежения образуется и при сверхзвуковом истечении газа в среду с пониженным давлением $p_2 < p_1$. В этом случае поток внутри волны разрежения также отклоняется на угол Θ . При истечении в пустоту поток воздуха нормальных параметров может отклониться на максимально возможный угол, равный 129° ; при этом достигается максимальная скорость w_{\max} , определяемая формулой (3.13).

Процесс расширения газа в волне разрежения является изэнтропическим, механическая энергия потока не теряется, поэтому давление торможения p_2^* за

волной равно исходному p_1^* . Изменение параметров потока после волны разрежения зависит от величин M_1 и Θ ; для практических расчетов используются графики и таблицы (содержащиеся, в частности, в [5]).

Скачки уплотнения

При достаточно сильном (конечном) повышении давления в газовом потоке возникают прерывистые волны давления, называемые скачками уплотнения или ударными волнами, в которых параметры газа меняются очень быстро на расстоянии порядка длины свободного пробега молекулы, т. е. при нормальных условиях - порядка микрометра. Ударная волна движется в газе со скоростью, превышающей скорость звука a .

Прерывное изменение параметров газа и скорости течения наблюдается также и при обтекании неподвижного тела сверхзвуковым потоком. Если, например, обтекаемое тело имеет спереди затупленную форму, то торможение газа в лобовой части приводит к появлению здесь области дозвуковых скоростей. Волны повышения давления от тела распространяются в этой области дозвуковых скоростей навстречу потоку, но на сравнительно небольшое расстояние - до скачка уплотнения, расположенного перед телом. В скачке уплотнения сверхзвуковая скорость потока прерывно переводится в дозвуковую. Прерывное уплотнение сжатия, которое расположено по нормали к вектору скорости, называется прямым скачком уплотнения. В прямом скачке уплотнения сверхзвуковой поток ($M > 1$) всегда переходит в дозвуковой ($M < 1$).

Как известно из термодинамики, при теплообмене между телами, составляющими термодинамическую систему, энтропия системы возрастает. При течении газа без скачков теплообмен между частицами пренебрежимо мал, движение изоэнтропическое. В то же время процесс сжатия газа в скачке уплотнения - не *изоэнтропический*, энтропия в скачке нарастает. Это происходит вследствие передачи теплоты от уплотненного и нагретого объема газа к невозмущенному газу процессами теплопроводности; температура в скачке резко меняется на очень малом расстоянии (порядка микронов). Часть кинетической энергии газа переходит в тепловую энергию.

Параметры газа за прямым скачком приводятся в таблицах прямых скачков. Такие таблицы даны, например, в [5].

Исследуем теперь обтекание сверхзвуковым потоком ($w_1 > a$, $M_1 > 1$) острого клина. При малом угле раствора клина Θ (рис. 3.9a) возмущение уплотнения, вносимое клином в поток, также невелико. В этом случае линия возмущения AB совпадает с характеристикой сверхзвукового потока, угол α

может быть определен по формуле $\sin \alpha = \frac{1}{M_1}$.

При обтекании клина с конечной величиной угла раствора Θ (рис. 3.9б) возмущение сжатия, которое он вносит в поток, также имеет конечную величину. Волна уплотнения располагается по линии AB и носит название *косого скачка уплотнения*. При переходе через косой скачок возрастают давление, плотность и температура газа и уменьшается скорость течения ($w_2 < w_1$). Угол косого скачка β больше угла слабой волны возмущения, наблюдаемой

при той же величине числа Маха набегающего потока M_1 . При возрастании скорости набегающего потока w_1 (или, что то же, числа M_1) угол β уменьшается, при увеличении угла поворота Θ он, наоборот, растет.

Кроме случая обтекания клина, косой скачок уплотнения наблюдается также при обтекании внутреннего тупого угла (рис. 3.9в), когда сверхзвуковой поток, текущий вдоль плоской стенки, поворачивает вместе с ней на угол Θ . Наконец, косой скачок появляется при сверхзвуковом истечении газа в среду с более высоким давлением (рис. 3.9г). В этом случае угол отклонения потока Θ определяется соотношением давлений $\frac{p_2}{p_1}$. Параметр

газа на косом скачке, как и в случае прямого скачка уплотнения, меняются скачкообразно. Отличие от прямого скачка уплотнения состоит в том, что на косом скачке вектор скорости изменяется не только по величине, но и по направлению.

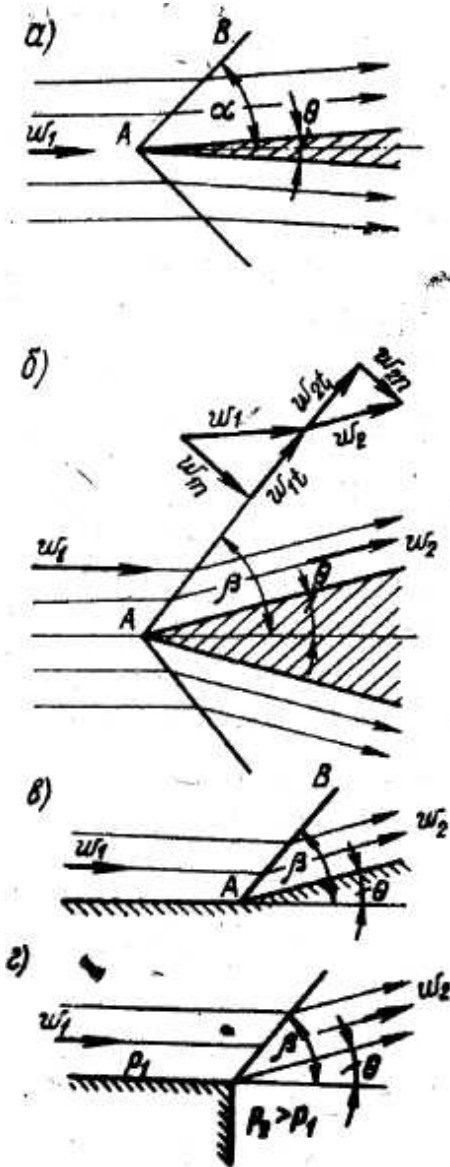
Обозначим нормальные к плоскости скачка составляющие скорости потока индексом n и касательные - индексом t (рис. 3.9б). Касательная составляющая скорости не претерпевает разрыва при переходе через косой скачок. Изменение скорости и параметров газа в косых скачках рассчитывают с использованием номограмм и таблиц косых скачков, приведенных, в частности, в [5].

Как и в случае прямого скачка, в косом скачке происходит возрастание энтропии, механическая энергия претерпевает необратимые потери. При

Рис. 3.9

этом коэффициент восстановления давления зависит только от параметра $M_1 \sin \beta$, где β - угол скачка (см.

рис. 5.9б). С возрастанием $M_1 \sin \beta$ коэффициент σ убывает и соответственно возрастают потери механической энергии. Наибольшей величины они достигают при $\beta = 90^\circ$, т. е. в прямом скачке. Поэтому для уменьшения потерь всегда стремятся заменить прямые скачки косыми. Например, крылья сверхзвуковых самолетов делают тонкими и заостренными спереди. Входные кромки турбинных лопаток, обтекаемых сверхзвуковым потоком, также



заостряют. В этом случае прямые скачки заменяются косыми и потери энергии уменьшаются.

Рассмотрим сверхзвуковое обтекание простейшего тела - тонкой пластинки, установленной в потоке под углом атаки α (рис. 3.10). «Углом атаки» в данном случае называют угол, образованный пластинкой с направлением набегающего невозмущенного потока. У входной кромки на нижней поверхности пластинки образуется косой скачок уплотнения AB , при переходе через который давление повышается до величины $p_n > p_1$. На верхней поверхности появляется волна разрежения B_1AB_2 , в которой давление понижается до величины $p_B < p_1$.

За выходной кромкой пластинки давление выравнивается; на верхней поверхности образуется косой скачок уплотнения ab , на нижней - волна разрежения b_1ab_2 . Потери механической энергии в скачках уплотнения AB и ab приводят к тому, что скорость потока за пластинкой не восстанавливается до величины w_1 - за обтекаемым телом наблюдается *спутный поток*. Температура газа здесь выше, чем в набегающем потоке.

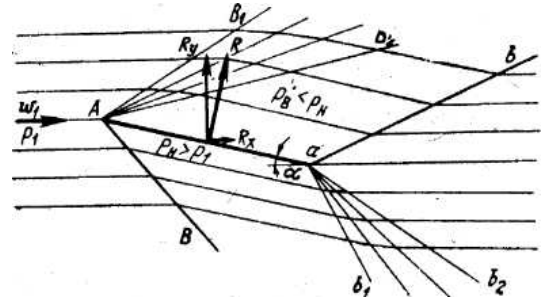


Рис. 3.10

Из-за разности давлений на нижней и верхней сторонах пластинки на нее действует сила R , которая может быть разложена на *подъемную силу* R_y и *силу лобового сопротивления* R_x . Лобовое сопротивление R_x , появляющееся из-за потерь механической энергии в скачках уплотнения, носит название *волнового сопротивления*. Работа силы R_x на некотором пути приводит к приращению энтропии газа на этом пути. При сверхзвуковом обтекании других тел, имеющих заостренную переднюю кромку, поле течения также включает косые скачки уплотнения и волны разрежения.

Раздел 4. ДИНАМИКА ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

4.1. Кинематический анализ движения жидкой частицы

Кинематика жидкой среды существенно отличается от кинематики системы материальных точек или кинематики твердого тела. Движение твердого тела в общем случае складывается из поступательного перемещения вместе с полюсом (мгновенным центром вращения) и вращения относительно мгновенной оси, проходящей через полюс. Движение жидкости значительно сложнее, поскольку частица кроме указанных перемещений может деформироваться. Перемещение частицы складывается из следующих составляющих: а) перемещение полюса; б) вращение около полюса; в) деформация частицы.

Скорость поступательного движения полюса, как и в случае движения твердого тела, определяется компонентами вектора скорости w_x, w_y .

Вращательное движение жидкой частицы существенно отличается от вращения твердого тела. За угловую скорость жидкой частицы принимается средняя алгебраическая величина из угловых скоростей сторон прямоугольника:

$$\omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{dw_y}{dx} - \frac{dw_x}{dy} \right); \quad (4.1)$$

индекс z в выражении (4.1) показывает, что определяется составляющая вектора угловой скорости относительно оси z , нормальной к плоскости xu . Угловая скорость считается положительной, если вращение происходит против часовой стрелки. Скорость жидкой частицы складывается из скорости полюса, скорости вращательного движения около оси, проходящей через полюс, и скорости деформационного движения, состоящего, в свою очередь, из линейной деформации растяжения-сжатия и угловой деформации скашивания ребер частицы.

Если при движении жидкости ее частицы вращаются и составляющие угловой скорости ω_x , ω_y , ω_z не равны нулю, движение называется *вихревым*. Наличие вращательных движений в двухмерном потоке может быть установлено таким простейшим экспериментом: в поток вводят поплавков со стрелкой-индикатором, причем его размер мал по сравнению с радиусом кривизны линий тока. Если при движении поплавок стрелка-индикатор не остается параллельной самой себе, а изменяет свое направление с некоторой угловой скоростью ω , то движение - вихревое и угловая скорость поплавок совпадает с угловой скоростью жидкой частицы.

Необходимо отметить, что вихревым может быть течение и при прямолинейных траекториях частиц. Течение вязкой жидкости в трубах постоянного сечения - вихревое, причем угловая скорость вращения частиц нарастает с приближением к стенке трубы.

При обтекании тела с плавными обводами вращение частиц наблюдается только в тонкой пристенной области и за кормой. Во всем остальном потоке движение осуществляется практически без вращения частиц. Поэтому безвихревое движение имеет особое значение для теории удобообтекаемых тел (таких, как современные самолеты, ракеты, корабли, проточные части турбомашин). Особенно большое значение имеет теория безвихревого движения для решения задачи о распределении давлений на поверхности обтекаемого тела.

Безвихревое циркуляционное течение

Практически важным примером безвихревого движения является круговое течение, в котором скорость обратно пропорциональна расстоянию от оси вращения частиц (рис. 4.1):

$$w = \frac{const}{r}. \quad (4.2)$$

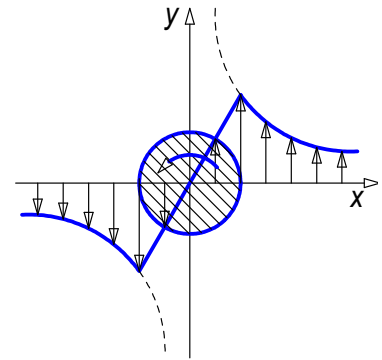
Хотя линии тока этого течения криволинейны, но поток является безвихревым - частицы деформируются, но не вращаются, и, следовательно, $\omega = 0$, т.е. течение - безвихревое. Течение, в котором скорость подчиняется закону (4.2), называют *безвихревым циркуляционным* потоком (иногда - менее точно - плоским вихрем).

Рассмотрим безвихревое циркуляционное течение с непрерывно убывающим радиусом. Скорость течения и ее градиент вблизи оси вращения должны непрерывно нарастать и в пределе стать бесконечно большими. В реальной жидкости это невозможно из-за действия вязкости; опыт показывает, что

центральная область вихря приходит во вращение и вращается как твердое тело с угловой скоростью ω (рис. 4.1). За пределами этого *ядра вихря* скорость изменяется по закону (4.2). Примерами подобных потоков являются круговые течения у отверстия стока воды в ванне, атмосферные смерчи и т. д. Возрастание скорости с приближением к оси потока приводит к понижению давления, поэтому

Рис. 4.1

свободная поверхность жидкости принимает воронкообразную форму. В свою очередь, местное понижение давления в жидкости приводит через некоторое время к формированию такого поля скоростей, которое приближается к безвихревому циркуляционному течению.



Важным примером использования в технике безвихревого циркуляционного течения является движение газов в спиральной камере с тангенциальным подводом газа (рис. 4.2). Газовый поток вращается в камере; выход газов осуществляется через окна, прорезанные в торцевых стенках камеры вблизи от ее оси. Хотя линии тока являются спиралями, но радиусы их кривизны приближенно можно считать равными радиусу соответствующей окружности r , проведенной из оси камеры. Распределение скоростей оказывается близким к заданному формулой (4.2). Скорость сильно возрастает с приближением к оси камеры.

Возрастание скорости с приближением к оси спиральной камеры позволяет использовать ее в качестве *циклонной установки* для сепарации твердых частиц из газового потока. Центробежные силы, действующие на частицы при движении с большой скоростью по криволинейным траекториям, отбрасывают их к стенкам камеры. Другое применение спиральной камеры - так называемые рециркуляционные печи, используемые при термической обработке крупных поковок или отливок. Обработываемое изделие (садка) размещается у оси камеры. За счет большой скорости газов, обтекающих поверхность садки, происходит интенсивный теплообмен между потоком и поверхностью, что позволяет сократить длительность термообработки.

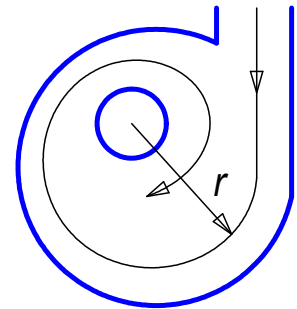


Рис. 4.2

4.4. Функция тока и потенциал скорости

Рассмотрим двухмерное (плоское) течение, линия тока которого S показана на рис. 4.3. Введем такую *функцию тока* ψ , производные которой по координатным осям определяются зависимостями

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = w_y, \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = -w_x. \quad (4.3)$$

Функция тока ψ сохраняет вдоль линии тока S постоянное значение. Полный дифференциал функции тока ψ имеет вид

$$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy.$$

Пусть, например, составляющие скорости течения заданы уравнениями

$$w_x = kx, \quad w_y = -ky.$$

Определим вид линий тока. Подставляя значения w_x, w_y в дифференциальное уравнение линии тока, имеем $kydx + kxdy = 0$, или после деления переменных и сокращения $\frac{dx}{x} + \frac{dy}{y} = 0$. Интегрируя последнее равенство, имеем

$\ln x + \ln y = \text{const}$, или $xy = C$. Последнее уравнение представляет семейство гипербол с асимптотами - осями координат (сплошные линии на рис. 4.3). Подобную картину имеют линии тока при натекании равномерного потока на поперечную плоскую преграду.

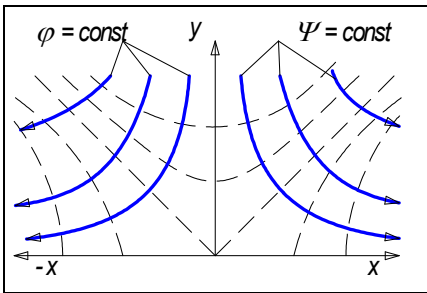


Рис. 4.3

Контур поверхности тела, обтекаемого потоком идеальной жидкости, сам является линией тока: в некоторой «критической» точке набегающий поток раздваивается и огибает тело. Следовательно, на обтекаемой поверхности функция тока постоянна. Но можно, наоборот, рассматривать любую линию тока как контур сечения твердого тела. Действительно, если заменить область, ограниченную линией тока, твердым телом, то остальные линии тока не изменятся (так как

жидкость мы считаем идеальной, трение отсутствует). Они дают картину обтекания такого тела. В этом состоит принцип *отвердения* линий тока, широко применяемый в гидродинамике идеальной жидкости. Если, например, считать отвердевшими линии тока, проходящие на рис. 4.3 по координатным осям x, y , то получится картина течения внутри прямого угла.

Потенциал скорости

Функцией скоростного потенциала или - сокращенно - *потенциалом скорости* $\phi(x, y, z)$ называется такая функция, частные производные которой равны составляющим вектора скорости по соответствующим координатным осям:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = w_x, \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = w_y, \quad \frac{\partial \phi}{\partial z} = w_z.$$

Полный дифференциал функции ϕ равен $d\phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} dx + \frac{\partial \phi}{\partial y} dy + \frac{\partial \phi}{\partial z} dz$, или

$$d\phi = w_x dx + w_y dy + w_z dz. \quad (4.5)$$

Сама функция скоростного потенциала определяется интегрированием выражения (4.5).

Введение потенциала скорости позволяет заменить *векторное* поле скорости течения, для изучения которого нужно знать *три* компоненты по координатным осям, распределением в пространстве *одной скалярной* функции ϕ , что

значительно упрощает исследование. В механике твердого тела вводится аналогичное понятие «потенциала силы»; это скалярная функция, производные от которой равны составляющим силы по координатным осям. Такую же природу имеет в электротехнике понятие потенциала электрического поля: вместо задания в пространстве векторной величины напряженности поля вводится скалярная функция потенциала V , производные от которой по координатным осям равны соответствующим компонентам вектора напряженности.

Придавая функции φ определенные значения, получаем уравнения поверхностей равного потенциала, или *экипотенциальных поверхностей* (в случае двумерного течения - линий равного потенциала, или экvipотенциалей).

Определим, например, какой вид имеют линии равного потенциала для рассмотренного выше течения ($w_x = kx$, $w_y = -ky$). Дифференциальное уравнение функции потенциала имеет в этом случае вид

$$d\varphi = w_x dx + w_y dy = kx dx - ky dy.$$

На линиях равного потенциала $d\varphi = k(xdx - ydy) = 0$. Интегрируя, получаем

$$\varphi = x^2 - y^2 = \text{const}.$$

Это - уравнение семейства гипербол с асимптотами, наклонёнными под углом 45° к координатным осям (штриховые линии на рис. 4.3).

Функция тока ψ и потенциал скорости φ *взаимно ортогональны*; линии тока и экvipотенциали пересекаются всегда под прямым углом. Это позволяет по известным экvipотенциалам строить линии тока и наоборот. Семейства линий $\psi(x, y) = \text{const}$ и $\varphi(x, y) = \text{const}$, нанесенные на один чертеж, называются *гидродинамической сеткой течения*. Пример такой сетки приведен на рис. 4.4. Для исследования функций ψ и φ применяется математический аппарат теории функций комплексной переменной.

Потенциальное течение - безвихревое, т. е. вращение частиц в нем отсутствует. Как будет показано в дальнейшем, у твердых поверхностей, ограничивающих поток, вследствие вязкости всегда формируются зоны вращательных движений, поэтому вблизи стенок теория потенциального обтекания неприменима. Однако для изучения внешнего потока теория потенциала используется с успехом.

Для решения конкретной задачи по исследованию потенциального течения должны быть заданы дополнительные (граничные) условия. К таким условиям относятся задание скорости в удалении от обтекаемого тела w_∞ и условие равенства нулю на поверхности тела нормальной составляющей скорости. При этом предполагается, что жидкость обтекает тело без отрывов. У поверхности тела скорость направлена по касательной (имеет место «скольжение» жидкости).

Моделирование потенциальных течений

Исследование обтекания реальных тел аналитическими методами представляет в общем случае большую математическую сложность. Отыскание функции скоростного потенциала или функции тока, например, для турбинных лопаток наперед заданной формы оказывается весьма трудным. Эта задача существенно упрощается с использованием метода аналогий. Наибольшее развитие к настоящему времени получило исследование потенциальных потоков методом электрогидродинамической аналогии (ЭГДА). Он базируется на том, что электрический потенциал V аналогичен потенциалу скорости φ , удельная плотность электрического тока $\frac{i}{C}$ аналогична скорости течения w . Поэтому,

если область распространения электрического тока геометрически подобна области течения жидкости, а граничные условия для V и φ аналогичны, решения уравнений для поля скоростей и электрического поля будут отличаться лишь произвольными постоянными. Эквипотенциальные поверхности в электрическом поле $V(x, y, z) = \text{const}$ в этом случае соответствуют эквипотенциальным поверхностям в потоке жидкости $\varphi(x, y, z) = \text{const}$, а силовые линии в электрическом поле соответствуют линиям тока в жидкости. Практическое использование этой аналогии состоит в том, что уравнение Лапласа решается на установке ЭГДА, а результаты решения переносятся на поток жидкости.

Для решения задач плоского потенциального обтекания используются модели, в которых в качестве электропроводного материала применяется бумага с графитовым покрытием. Для измерения потенциалов в различных точках модели измерительная цепь собирается по мостовой схеме (рис. 4.4). Постоянный или переменный ток от источника тока подводится к шинам $Ш1$ и $Ш2$. Параллельно шинам подключен потенциометр R , на скользящем контакте K которого можно задавать любые промежуточные значения электрического потенциала между потенциалами шин $Ш1$ и $Ш2$. Указателем равновесия моста является гальванометр G , включенный в цепь щупа $Щ$. Прикасаясь щупом $Щ$ к какой-либо точке граффитированной бумаги, мы подаем на щуп электрический потенциал данной точки.

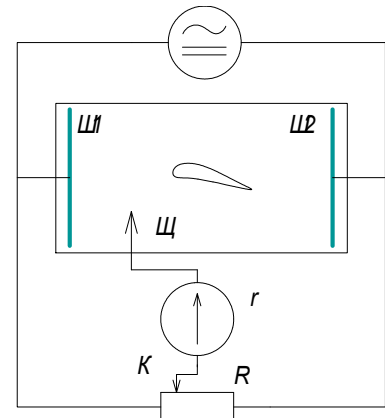


Рис. 4.4

Граничные условия в моделируемом потоке жидкости таковы:

1. Вдали от обтекаемого тела на линиях, перпендикулярных вектору скорости (им соответствуют линии установки шин на модели, рис. 4.4), потенциал скорости φ сохраняет постоянное значение: $\varphi = \text{const}$.
2. На поверхности обтекаемого тела (ей соответствует вырезанный участок на электропроводной бумаге) $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$.

Задавая на потенциометре различные значения электрического потенциала V , с помощью щупа находят на модели точки, принадлежащие линиям равного

потенциала. В этих точках ток в цепи щупа равен нулю, стрелка гальванометра не отклоняется. В этом состоит «аналогия А», позволяющая построить эквипотенциали плоского потока.

В силу взаимной ортогональности функций скоростного потенциала φ и тока ψ , на установке ЭГДА можно также смоделировать течение таким образом, чтобы линии равного потенциала электрического поля соответствовали линиям тока в жидкости, силовые линии - эквипотенциалам в потоке жидкости. В этом случае на участок модели, соответствующий обтекаемому телу, наклеивается электропроводным клеем модель сечения тела, вырезанная из материала, электропроводность которого во много раз превосходит электропроводность бумаги (например из фольги). Шины размещаются по сторонам модели вдоль потока. Построив с помощью щупа эквипотенциали электрического поля, мы получим картину линий тока в потоке жидкости. Этот способ получил название «аналогии В».

Построение гидродинамической сетки течения методом ЭГДА осуществляется быстро, не требует высокой квалификации исполнителей или сложного оборудования и в то же время обеспечивает высокую точность решения. Этим объясняется его широкое применение.

4.4. Вихревое движение жидкости

Как показано в подразделе 4.1, угловая скорость вращения жидкого элемента выражается через производные скорости течения формулами (7.2). Угловой скорости ω при этом приписывается векторный смысл: это - вектор, нормальный к плоскости вращения частицы и ориентированный таким образом, что из его конца вращение кажется происходящим против часовой стрелки. Как и всякий вектор, вектор угловой скорости имеет некоторое распределение в пространстве - «вихревое поле».

Точно так же, как была определена линия тока, можно ввести понятие *вихревой линии* - это такая линия, в каждой точке которой вектор угловой скорости направлен по касательной к ней. Очевидно, вихревая линия представляет собой мгновенную ось вращения частиц жидкости, располагающихся на ней.

Вихревые линии, проведенные через все точки замкнутого элементарного контура, взятого в потоке (рис. 4.5), образуют *вихревую трубку* (аналог элементарной струйки, поверхность которой составлена из линий тока). Обозначим площадь нормального сечения вихревой трубки через dF и будем считать угловую скорость вращения ω постоянной по ее сечению.

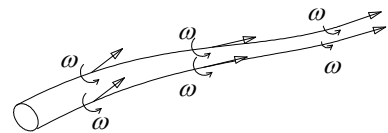


Рис. 4.5

Интенсивностью dJ элементарной вихревой трубки называется удвоенное произведение угловой скорости вращения на площадь сечения:

$$dJ = 2\omega dF. \quad (4.6)$$

Интенсивность вихревой трубки конечных размеров, для которой нельзя пренебрегать изменением угловой скорости по сечению, равна

$$J = \int_F dJ = 2 \int_F \omega dF = 2\omega_{cp} F,$$

где ω_{cp} - средняя угловая скорость по сечению F вихревой трубки.

Циркуляция скорости

Выделим в движущейся жидкости произвольный контур l , в некоторой точке которого вектор скорости равен \mathbf{w} , а его проекция на касательную к контуру равна w_l . Произведение этой проекции на длину элемента контура называется *элементарной циркуляцией* $d\Gamma$:

$$d\Gamma = w_l dl = w \cos(w, l) \cdot dl.$$

Циркуляцией Γ по всему контуру l называется интеграл

$$\Gamma = \oint_l d\Gamma = \oint_l w_l dl. \quad (4.7)$$

Знак циркуляции, вычисленной по замкнутому контуру, зависит от направления его обхода. Положительным направлением обхода контура считают такое, когда ограниченная им область остается слева. Размерность циркуляции - $\text{м}^2/\text{с}$.

Понятие циркуляции в гидромеханике аналогично понятию работы в механике, только вместо вектора скорости в работу входит вектор силы. Действительно, работа силы f на элементарном пути dl равна произведению касательной составляющей силы на путь: $f_l dl$. Работа на некотором конечном пути получается интегрированием, как и для формулы (4.7). В безвихревом (потенциальном) течении циркуляция скорости по любому контуру равна нулю. Только при появлении вращательного движения в жидкости циркуляция становится отличной от нуля.

В ряде применений гидромеханики приходится сталкиваться с задачей определения скоростей движения жидкости, вызванного заданной системой вихрей. Величину циркуляции Γ в плоском циркуляционном течении (или около одиночной вихревой трубки) можно определить, если задана скорость w_l на одной из концентрических линий тока:

$$\Gamma = \oint w_l dl = w_l \oint dl = 2\pi r w_l.$$

Распределение давления по поверхности обтекаемого тела

Исследуем обтекание тела произвольной формы равномерным потоком идеальной несжимаемой жидкости. Пусть вдали от тела, где поток можно считать невозмущенным, скорость течения равна w_∞ , давление p_∞ . Будем рассматривать плоский горизонтальный поток (в плоскости x - y). Применим уравнение Бернулли к струйке, проходящей по поверхности обтекаемого тела (рис. 4.6). Выберем сечения этой струйки «на бесконечности», где не сказывается искажающее влияние на поток обтекаемого тела, и в некоторой точке на поверх-

ности тела, где скорость равна w , давление p : $\frac{\rho w_\infty^2}{2} + p_\infty = \frac{\rho w^2}{2} + p$. Из уравнения Бернулли непосредственно следует

$$p - p_\infty = \frac{\rho w_\infty^2}{2} \left(1 - \frac{w^2}{w_\infty^2} \right). \quad (4.7)$$

Величина $\frac{\rho w_\infty^2}{2}$ называется *динамическим давлением* потока. Мы встречались с ним в разделе 2, рассматривая принцип действия трубки Пито (формулы 2.13 и 2.13а). Безразмерное отношение

$$\bar{p} = \frac{p - p_\infty}{\frac{\rho w_\infty^2}{2}} = 1 - \frac{w^2}{w_\infty^2}$$

носит название *коэффициента давления*.

На поверхности обтекаемого тела величина коэффициента давления определяется скоростью течения в данной точке, т.е. тем возмущающим действием, которое оказывает на поток помещенное в него твердое тело (рис.4.6). В передней «критической» точке A , где раздваивается набегающий поток, скорость равна нулю и вся кинетическая энергия потока идет на повышение давления.

Давление здесь превышает p_∞ на величину динамического давления $\frac{\rho w_\infty^2}{2}$.

В области утолщения обтекаемого тела (у «миделя»), где скорость вследствие поджатия потока превышает w_∞ , коэффициент давления отрицателен и $p < p_\infty$. В случае особенно резкого падения давления в точке B могут даже возникнуть разрывы потока. В несжимаемой жидкости при падении p до давления парообразования может начаться процесс кавитации.

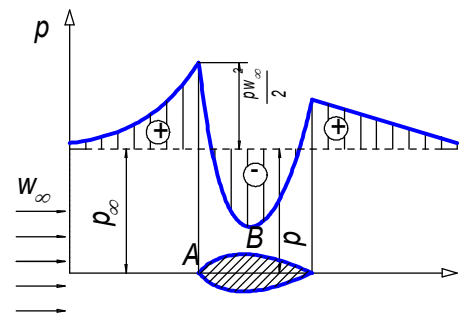


Рис. 4.6

Возрастание давления в кормовой области, связанное с уменьшением скорости течения, полностью компенсирует избыток давления в носовой части. Поэтому при обтекании тела *идеальной* жидкостью равнодействующая сил давления в направлении потока равна нулю (парадокс Даламбера). В вязкой жидкости имеет место сила сопротивления, обусловленная касательными напряжениями по поверхности обтекаемого тела и недостаточным возрастанием давления в кормовой области вследствие образования там вихревой зоны.

При обтекании тела *идеальной* жидкостью сила сопротивления, направленная по потоку, равна нулю. Однако в этом случае возможно существование сил, перпендикулярных направлению течения. Н.Е. Жуковский показал, что при

циркуляционном обтекании тела слоем жидкости единичной толщины сила, действующая на тело, будет равна

$$R_y = \rho w_\infty \Gamma \quad (4.8)$$

Теорема Н.Е. Жуковского формулируется так: поперечная сила, действующая на тело, пропорциональна плотности, скорости набегающего потока и циркуляции по контуру, охватывающему тело. Формула (4.8) выведена для слоя единичной толщины и определяет силу, действующую на элемент для обтекаемого тела, поперечный размер которого равен единице длины. В случае обтекания тела заданной длины величина этой силы (в ньютонах) определяется выражением

$$R_y = \rho w_\infty \Gamma l, \quad (4.9)$$

где l - размер тела в направлении, перпендикулярном плоскости контура (в случае обтекания крыла это длина крыла).

Теорема Н.Е. Жуковского имеет основополагающее значение для теории крыла. Отметим, что крылом в гидромеханике называют не только несущую плоскость самолета или судна на подводных крыльях, но и лопасть пропеллера или судового винта, лопатку турбины, компрессора или насоса и вообще тело с плавными обводами и заостренной задней кромкой, обтекаемое продольно или под небольшими «углами атаки». При обтекании крыла с заостренной задней кромкой форма его сечения такова, что необходимый для появления циркуляции вихрь возникает здесь самопроизвольно. В этом состоит суть *постулата*, сформулированного С.А. Чаплыгиным и Н.Е. Жуковским: при безотрывном обтекании крыла около него формируется такая циркуляция Γ , которая обеспечивает сход струек с задней кромки вдоль средней линии крыла.

Циркуляционное обтекание крыла может исследоваться на электрических моделях. Такие исследования позволяют построить линии тока $\psi = const$ и линии равного потенциала $\varphi = const$ и определить циркуляцию Γ у крыла при различных углах атаки, определить скорость и давление в любой точке на поверхности крыла.

Раздел 5. ДИНАМИКА ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Исходные уравнения и граничные условия

При обтекании тела реальной (вязкой) жидкостью на его поверхности появляются касательные напряжения, связанные с действием вязкости. Такие же напряжения имеют место и при относительном движении слоев жидкости. По закону Ньютона для вязкого трения, касательная сила f , действующая между слоями жидкости при их относительном движении, определяется формулой (1.4)

$$f = -\mu F \frac{dw}{dn}.$$

Действие вязкости учитывается введением в дифференциальные уравнения движения членов, описывающих внутреннее трение. В итоге уравнения оказы-

ваются более сложными, чем уравнения гидродинамики идеальной жидкости Эйлера (2.9). Это - дифференциальные уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости (*уравнения Навье – Стокса*).

Граничные условия для решения уравнений Навье - Стокса отличаются от условий для идеальной жидкости. В динамике идеальной жидкости допускается, что жидкость скользит по поверхности обтекаемого тела с конечной скоростью. При обтекании тела вязкой жидкостью, как показывают опытные данные, частицы жидкости *прилипают* к поверхности тела. Следовательно, здесь оказываются равными нулю не только *нормальные* w_n , но и *касательные* w_t составляющие скорости течения. Последнее граничное условие ($w_t = 0$) весьма усложняет решение задач, относящихся к движению вязкой жидкости. Вследствие математических трудностей, связанных с интегрированием нелинейных уравнений Навье - Стокса при этих граничных условиях, до сих пор получено очень мало точных решений. Поэтому для решения конкретных задач прибегают к упрощению уравнений Навье - Стокса, чтобы сделать возможным их интегрирование.

Один из способов такого упрощения состоит в пренебрежении инерционными (конвективными) членами в уравнениях движения. Это приближение оправдано только в случае доминирующего влияния вязкости или при очень малых числах Рейнольдса $Re = \frac{wL}{\nu}$ (здесь L - характерный линейный размер

для рассматриваемой задачи, например диаметр трубы или поперечный размер обтекаемого тела). Другой способ упрощения уравнений Навье - Стокса, предложенный Прандтлем, основывается на предположении, что при движении маловязкой жидкости вдоль поверхности обтекаемого тела частицы затормаживаются только в тонком пристенном слое, где велики поперечные градиенты скорости и пропорциональные им силы вязкого трения. Пределы применимости этих способов упрощения уравнений движения могут быть установлены только экспериментально. Более сложные задачи (например, определение силового взаимодействия потока с телом произвольной формы) приходится решать опытным путем.

5.2. Моделирование в гидрогазодинамике

Принципы динамического подобия

Натурные объекты, с которыми имеют дело гидромеханика и газодинамика, - гидромашины, корабли, гидротехнические сооружения для несжимаемой жидкости, а также паровые и газовые турбины, компрессоры, самолеты, ракеты - слишком велики по размерам, сложны и дороги, чтобы их можно было испытывать только в натуральных условиях. Модели различных вариантов этих объектов испытываются обычно в стадии их проектирования и расчета. Поэтому большое значение приобрела *теория моделирования*, разрабатывающая правила и условия проведения экспериментов и переноса результатов эксперимента с модели на натуру.

Движением жидкости управляют силы тяжести, инерции, давления и трения. Они различны по своему происхождению и природе, и каждая из них изменяется при изменении скоростей, размеров потока и других условий по

своим особым законам. Однако во многих задачах приходится рассматривать совместное действие этих сил и определять величину отношения одной из них к другой. Исследованием этих вопросов занимается *теория подобия* потоков.

При моделировании в гидромеханике и газодинамике недостаточно добиться геометрического подобия модели и природы, т. е. пропорциональности их сходственных размеров. Должно быть обеспечено еще динамическое подобие. Основные требования *динамического* подобия таковы:

1. В натурном и модельном потоках должны действовать силы одинаковой физической природы.

2. В сходственных точках натурального и модельного потока действующие силы должны находиться в постоянном соотношении. Так, если на некоторой поверхности натурального объекта действует сила давления P и сила трения T , а на модели эти же силы равны соответственно P_m и T_m , то условие динамического подобия для этих сил записывается в виде

$$\frac{P}{T} = \frac{P_m}{T_m} \quad \text{или} \quad \frac{P}{P_m} = \frac{T}{T_m} = \text{const}.$$

3. Граничные и начальные условия для натурального и модельного потоков должны совпадать.

Подобие называется *полным*, если в натурном и модельном потоках одинаковы отношения любых действующих сил, например: силы трения к силе инерции, силы давления к силе инерции, силы тяжести к силе инерции. Вследствие разной природы этих сил они по-разному зависят от скорости и размеров потока, поэтому на уменьшенной модели часто не удается добиться полного динамического подобия. В этом случае довольствуются соблюдением *частичного* подобия, т. е. тождественности для природы и модели лишь отношения каких-то двух сил, которые предполагаются определяющими для данного потока. По остальным силам в этом случае подобие не соблюдается, и поэтому данные модельного эксперимента при частичном подобии не могут в точности соответствовать натуре. Но в ряде случаев действие этих сил пренебрежимо мало либо может быть рассчитано теоретически; поэтому моделирование при частичном подобии получило широкое распространение.

Ньютоном выведен закон динамического подобия, который может быть представлен уравнением

$$\frac{f}{\rho l^2 w^2} = \frac{f_m}{\rho_m l_m^2 w_m^2} = Ne = \text{const}, \quad (5.1)$$

где f – сила взаимодействия потока с обтекаемым телом, ρ – плотность жидкости, l – характерный размер обтекаемого тела, w – скорость обтекания. Индексом m обозначены параметры, относящиеся к модели.

Если в результате аэродинамического эксперимента (например, при продувке модели в аэродинамической трубе) определена некоторая сила f_m (например, сила лобового сопротивления), то при известных параметрах модели ρ_m , l_m ,

w_m легко вычислить число Ньютона: $Ne = \frac{f_m}{\rho_m l_m^2 w_m^2}$. Если эксперимент выполнен

с соблюдением полного динамического подобия, то натурная аэродинамическая сила f может быть определена из выражения (5.1): $f = Ne\rho l^2 w^2$. Обозначая $l^2 = F$, где F - «характерная площадь» потока, и принимая во внимание, что $\frac{\rho w^2}{2}$ - динамическое давление потока, приведем последнее равенство к виду:

$$f = 2NeF \frac{\rho w^2}{2}, \text{ или, обозначив } 2Ne = C, \text{ получим}$$

$$f = CF \frac{\rho w^2}{2}. \quad (5.2)$$

Здесь C – это *аэродинамический коэффициент* для данного потока:

$$C = 2Ne = \frac{2R_m}{\rho_m F_m w_m^2}.$$

В частности, при определении подъемной силы крыла R_y аэродинамический коэффициент обозначают через C_y , в качестве характерной площади F берут площадь наибольшей проекции крыла. При определении силы лобового сопротивления некоторого тела R_x аэродинамический коэффициент обозначают через C_x , в качестве характерной площади берут площадь миделевого (наибольшего поперечного) сечения тела.

Общий закон динамического подобия Ньютона позволяет на основании экспериментов, поставленных на динамически подобной модели, определить параметры натурального потока. Но он не дает указаний: как поставить эксперимент, чтобы модель была динамически подобна натуре. Ответ на этот вопрос получают, рассматривая различные случаи частичного подобия.

Экспериментальные установки в гидрогазодинамике

Исследование движения тела относительно покоящейся жидкости возможно двумя способами:

- 1) протаскиванием модели в неподвижной жидкости;
- 2) обтеканием неподвижной модели равномерным потоком жидкости.

Первый способ применяется, главным образом, при испытании моделей судов в специальных бассейнах. Модель судна, выполненная в некотором масштабе геометрически подобной натурному судну, протаскивается специальным устройством с определенной скоростью вдоль канала, причем динамометры («гидродинамические весы») измеряют силу сопротивления. Присоединяя датчики давления к дренажным отверстиям, выполненным заподлицо с поверхностью модели, можно выявить также распределение давления по обтекаемому днищу и бортам.

В аэродинамических исследованиях применяется преимущественно второй способ: модель обтекается потоком воздуха в *аэродинамической трубе*. Поток воздуха, циркулирующий в трубе, получает энергию от вентилятора. Сужение потока в конфузорном коллекторе позволяет получить в рабочей части трубы, где устанавливаются модели исследуемых тел, более высокую скорость и большую равномерность потока, чем в остальных участках. Пройдя рабочую

часть трубы, воздух возвращается к конфузору по обратному каналу. Аэродинамические силы при продувке определяются с помощью аэродинамических весов, распределение давления по поверхности тел - с помощью пьезометров или микроманометров, присоединяемых к дренажным отверстиям. В газодинамических трубах, применяемых для исследования обтекания при числах Маха больше единицы, сверхзвуковой поток получают с помощью сопла Лавалля. В этих опытах широко применяются оптические методы исследования, позволяющие сделать видимой систему скачков и волн разрежения у тела.

В таких задачах, как, например, исследование особенностей потоков в рабочем пространстве металлургических или технологических печей, течения в гидроузлах, искомым является не силовое взаимодействие потока с телом, а его скоростное поле - величины и градиенты скорости, расположение вихревых и застойных зон и т. д. Подобные случаи исследуются преимущественно на гидравлических моделях, позволяющих наиболее просто выявить кинематические особенности течения.

6.3. Подобие потоков при действии различных сил

Гравитационное подобие

Пусть в потоке основной действующей силой является сила тяжести G . Ее можно представить для частицы массы m как $G = mg = \rho l^3 g$, где g - ускорение силы тяжести; l - характерный размер объема. Согласно закону динамического подобия Ньютона отношение сил тяжести, действующих на сходственные частицы натуры и модели, подчиняется равенству (5.1):

$$\frac{G}{G_m} = \frac{\rho l^3 g}{\rho_m l_m^3 g_m} = \frac{\rho l^2 w^2}{\rho_m l_m^2 w_m^2}, \quad \text{или} \quad \frac{w^2}{lg} = \frac{w_m^2}{l_m g_m} = Fr = const. \quad (5.2)$$

Безразмерное число $\frac{w^2}{lg} = Fr$ носит название *числа Фруда*. Таким обра-

зом, если в рассматриваемом потоке определяющей является сила тяжести, то на динамически подобной модели и в натуре числа Фруда должны быть тождественными. Соблюдение постоянства числа Fr отвечает частичному подобию по действию силы тяжести.

Гравитационное моделирование широко применяется для исследования явлений, связанных с движением несжимаемых жидкостей под действием силы тяжести. В частности, при движении судна на поверхности воды образуются волны, давление которых составляет значительную часть лобового сопротивления. Эксперименты по определению силы сопротивления судна проводятся в специальных бассейнах. Поскольку в лабораторных условиях обычно $g = g_m$, то

из уравнения (5.2) следует, что $w_m = w \sqrt{\frac{l_m}{l}}$, т. е. при гравитационном подобии

масштаб скоростей пропорционален квадратному корню из масштаба длин. Например, если модель судна выполнена в масштабе 1/16 натуральной величины, то скорость ее протаскивания в бассейне должна составлять 1/4 скорости

натурного судна. В опытах на моделях насосов, гидротурбин, плотин гидроузлов также должны быть одинаковыми числа Фруда.

Вязкостное подобие

Пусть в потоке основную роль играют силы вязкого трения T . Это справедливо для тех случаев, когда относительная роль силы веса мала по сравнению с силами вязкого трения, например при оседании мелких частиц в вязкой жидкости или при всплывании капель нефтепродуктов в воде. Силы вязкого трения определяются формулой Ньютона (1.4). Выражая площадь соприкосновения слоев F через квадрат характерного размера частицы l , а градиент скорости $\frac{dw}{dn}$ через отношение характерной скорости к характерному размеру w/l , запишем выражение (1.4) в виде: $T = \mu l w$. С использованием закона динамического подобия Ньютона (5.1) получаем

$$\frac{T}{T_m} = \frac{\mu l g}{\mu_m l_m g_m} = \frac{\rho l^2 w^2}{\rho_m l_m^2 w_m^2}, \quad \text{или} \quad \frac{\rho l w}{\mu} = \frac{\rho_m l_m w_m}{\mu_m} = Re = const.$$

Так как $\frac{\mu}{\rho} = \nu$, где ν - кинематический коэффициент вязкости, имеем

$$\frac{wl}{\nu} = \frac{w_m l_m}{\nu_m} = Re = const; \quad (5.3)$$

отношение $\frac{wl}{\nu} = Re$, это *число Рейнольдса*.

Таким образом, если в рассматриваемом потоке определяющая сила - это вязкое трение, то модель будет динамически подобна натуре, если вычисленные для них числа Рейнольдса одинаковы. Соблюдение постоянства числа Re отвечает частичному подобию по действию силы вязкого трения.

Вязкостное моделирование применяется главным образом при определении сопротивления жидкости. В частности, из гидравлики известно влияние числа $Re = \frac{wD}{\nu}$ на гидравлическое сопротивление трубы при ламинарном и турбулентном режимах (в этом случае в качестве характерного размера потока использовался диаметр трубы D). В качестве другого примера на рис. 5.1 представлена полученная в опытах зависимость коэффициента лобового сопротивления шара от числа $Re = \frac{wd}{\nu}$ (здесь d - диаметр шара).

Как показано в разделе 2, число Рейнольдса выражает в безразмерном виде соотношение между силами инерции и вязкости. Если Re мало, то в потоке преобладают силы вязкого трения. Если Re велико, то главную роль играют силы инерции. Для этих двух случаев законы сопротивления очень сильно отличаются друг от друга, в чем мы уже убедились при рассмотрении потерь напора по длине трубы. Масштаб скоростей при вязкостном подобию может быть определен из уравнения (5.3):

$$w_m = w \frac{l}{l_m} \frac{v_m}{v}, \quad (5.4)$$

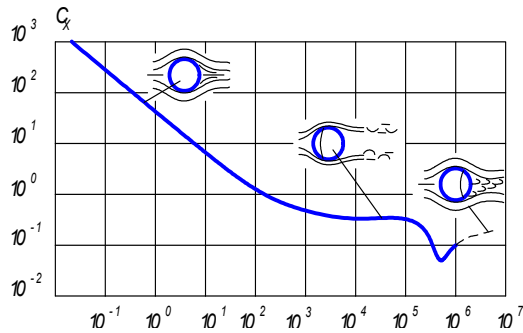


Рис. 5.1

т.е. отношение скоростей обратно пропорционально масштабу длин и пропорционально масштабу коэффициентов вязкости. Если опыты (например, в аэродинамической трубе) проводятся с той же средой (воздухом), что и для натурного объекта, то согласно формуле (5.4) уменьшение масштаба модели l_m / l должно вызывать пропорциональное увеличение скорости продувки модели. Если натур-

ные скорости достаточно велики, то соответствующие модельные будут, во-первых, труднодостижимы, а во-вторых, их осуществление привело бы в область сжимаемых потоков, в которых критерий подобия совсем иной. Поэтому при продувках в аэродинамической трубе часто приходится мириться с несоблюдением точного подобия сил трения.

Подобие движения сжимаемых сред

При движении сжимаемых жидкостей (газов) в области малых скоростей их можно рассматривать как несжимаемые. По мере возрастания скорости потока влияние сил упругости все возрастает и при скоростях, близких к скорости звука и превышающих скорость звука, становится преобладающим по сравнению с влиянием вязкости и весомости. В этом случае на модели и в натуре должны быть одинаковыми *числа Маха*

$$\frac{w}{a} = \frac{w_m}{a_m} = M = const. \quad (5.5)$$

Подобие колебательных движений в жидкости

При экспериментальном исследовании периодически повторяющихся процессов, таких, как срыв вихрей, колебания лопатки или крыла, на модели и в натуре должны обеспечиваться одинаковые значения *числа Струхала* Sh :

$$wT / L = w_m T_m / L_m = Sh, \quad (5.6)$$

где w - скорость обтекающего потока, L - размер обтекаемого тела, T - период колебаний.

Полное и частичное подобие

Изложенные условия динамического подобия являются основой для правильной постановки модельного эксперимента. Однако в натуре обычно силы действуют не порознь, а совместно. Поэтому основные характеристики потока оказываются зависящими не от какого-либо одного критерия подобия - Fr , Re , M или Sh , а от их сочетания. В частности, коэффициент лобового сопротивления обтекаемого тела есть функция нескольких переменных:

$$C_x = f(Fr, Re, M, Sh),$$

и к тому же он зависит от формы и расположения тела в потоке, степени турбулентности потока и, возможно, других факторов.

Осуществить полное подобие всех действующих сил на модели обычно не удается. Поэтому в ряде случаев целесообразно стремиться к постановке *натурного эксперимента*, т.е. к проведению опыта в условиях натурального объекта (турбины, самолета и др.).

5.4. Пограничный слой

Понятие пограничного слоя

При движении с большой скоростью в маловязких жидкостях или газах удобообтекаемых тел действие вязкости сосредоточено в тонком пристенном слое - *пограничном слое*. Опыт показывает, что толщина пограничного слоя весьма мала по сравнению с размерами обтекаемого тела. Так, например, при продольном обтекании пластинки потоком воздуха со скоростью 100 м/с на расстоянии 1 м от входной кромки скорость на поверхности пластинки равна нулю, а на расстоянии 15 мм от поверхности она практически равна 100 м/с и не изменяется при дальнейшем удалении. Из-за малых градиентов скорости во внешнем потоке силы вязкости там пренебрежимо малы; движение в этой области подчиняется законам динамики идеальной жидкости.

Исходя из этих соображений, при обтекании тел маловязкой жидкостью и при большой скорости потока w пространство, занятое потоком, можно условно разбить на три области, которые мы рассмотрим применительно к обтеканию крыла (рис. 5.2).

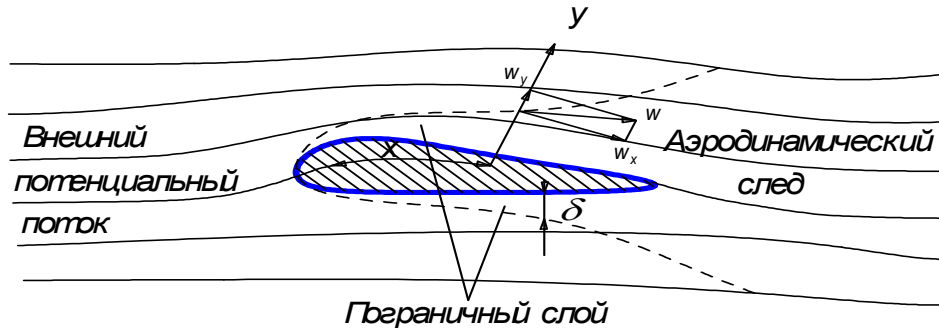


Рис. 5.2

Первую область занимает пограничный слой, в котором скорость течения меняется от нуля на поверхности тела до скорости невозмущенного потока на границе слоя. Для наглядности на рис. 5.2 масштаб для поперечных размеров выбран более крупным, чем для продольных; в действительности пограничный слой имеет меньшую толщину. Вторая область - аэродинамический след, или спутная струя, - содержит частицы пограничного слоя, унесенные потоком. Третья область - это остальное пространство, занятое потоком, в котором жидкость можно считать идеальной, а движение - происходящим без вращения частиц, т.е. потенциальным.

В силу малой толщины пограничного слоя δ по сравнению с размерами обтекаемого тела можно пренебречь кривизной поверхности и рассматривать выбранную систему координат как обычную декартову. В этом случае система уравнений Навье - Стокса (6.1) существенно упрощается. Давление внешнего

потока передается через пограничный слой без изменений. При установившемся движении система уравнений в пограничном слое может быть представлена в виде *системы уравнений Прандтля*

$$\begin{aligned} w_x \frac{dw_x}{dx} + w_y \frac{dw_x}{dy} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2}; \\ \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Продольное изменение давления (член $-\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx}$) в уравнениях Прандтля может быть выражено через распределение скоростей во внешнем неискаженном потоке, которое можно получить в результате решения задачи об обтекании тела потоком идеальной жидкости, например методом ЭГДА. Таким образом осуществляется «стыковка» двух основных теоретических разделов гидроаэромеханики - динамики идеальной и вязкой жидкости.

Граничные условия

Одно из граничных условий решения системы (5.7) требует равенства нулю вектора скорости на поверхности обтекаемого тела

$$w_x|_{y=0} = w_y|_{y=0} = 0. \quad (5.8)$$

Второе условие предусматривает отсутствие торможения на внешней границе пограничного слоя. Принимают, что полное изменение скорости происходит на расстоянии конечной толщины пограничного слоя δ , от нуля на стенке до скорости невозмущенного потока на внешней границе, т. е. второе граничное условие имеет вид:

$$w_x|_{y=\delta} = U, \quad \frac{\partial w_x}{\partial y}|_{y=\delta} = 0. \quad (5.9)$$

Турбулизация пограничного слоя

Опыт показывает, что слоистое, *ламинарное* течение жидкости в пограничном слое наблюдается лишь на начальном участке обтекаемой поверхности. При достаточно больших размерах обтекаемого тела на некотором расстоянии от передней критической точки наблюдается перестроение ламинарного течения в *турбулентное*, в котором движение носит неустановившийся пульсационный характер. Критическая точка на поверхности тела, где начинается переход ламинарного течения внутри пограничного слоя в турбулентное, называется *точкой перехода*. Схема обтекания крыла с двумя видами пограничного слоя на нем представлена на рис. 5.3. Область 1 соответствует ламинарному пограничному слою, область 2 - турбулентному; точки T_v и T_n соответствуют началу перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный на верхней и нижней поверхностях крыла, в точке S происходит отрыв пограничного слоя. Область 3 - аэродинамический след за телом, область 4 - внешний невозмущенный поток.

Обычно предполагают, что в непосредственной близости от обтекаемой поверхности пульсации скорости сдерживаются этой поверхностью и движение

здесь ламинарное. Это - так называемый ламинарный подслой, аналогичный подслою при движении жидкости в трубах в области гидравлически гладкого сопротивления (раздел 2). Но толщина этого подслоя настолько мала, что на рис. 5.3 он не показан. В случае достаточно крупных выступов шероховатости на обтекаемой поверхности ламинарный подслой вообще разрушается.

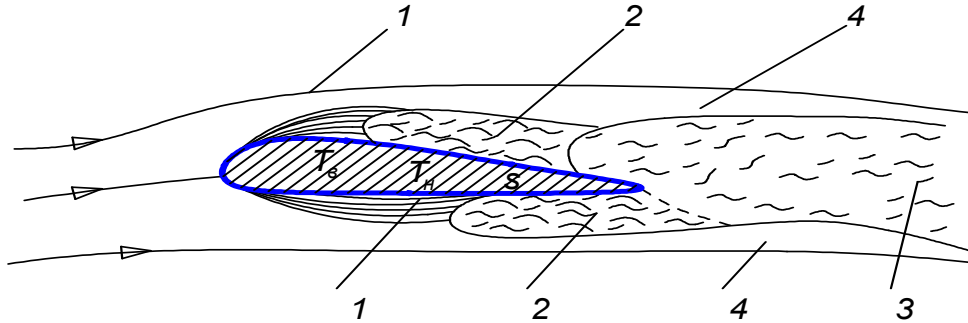


Рис. 5.3

Перестроение режима течения в пограничном слое зависит от величины местного числа Рейнольдса $Re_x = \frac{wx}{\nu}$, где x - расстояние от передней критической точки. В частности, согласно экспериментальным данным при продольном обтекании пластинки точка перехода лежит при значениях $x_{кр}$, соответствующих критическому числу Рейнольдса $Re_{x_{кр}} = \frac{w_{\infty} x_{кр}}{\nu} \approx 5 \cdot 10^5$. При турбулентном течении обмен количеством движения между слоями происходит за счет взаимного проникновения вихревых частиц, размеры которых намного превышают размеры молекул. Поэтому обмен количеством движения резко возрастает и соответственно увеличивается сила трения. Механизм трения в турбулентном пограничном слое, как и в случае гидравлического сопротивления труб, зависит от величины числа Рейнольдса и шероховатости поверхности.

Расчет пограничного слоя

При расчете предполагается известным распределение скоростей во внешнем потоке, которые могут быть определены методами гидродинамики идеальной жидкости или опытным путем в результате измерения распределения давления на поверхности обтекаемого тела. Неизвестные величины - это w_x , δ и сила трения τ , а в случае сжимаемой жидкости еще и ρ .

При продольном обтекании тонкой плоской пластинки скорость внешнего потока не меняется по длине x ; члены $U \frac{dU}{dx}$ в уравнениях Прандтля (5.7) равны нулю. Поэтому основные параметры пограничного слоя на плоской пластинке определяются наиболее просто. Результаты этого расчета часто используются для приблизительного определения параметров пограничного слоя различных удобообтекаемых тел - тонких крыльев и др. Решения для ламинарного пограничного слоя имеют вид:

$$\delta = \frac{4.90x}{\sqrt{Re_x}}; \tau = \frac{0.332}{\sqrt{Re_x}} \rho w_\infty^2, \quad (5.10)$$

где $Re_x = \frac{w_\infty x}{\nu}$ - местное число Рейнольдса.

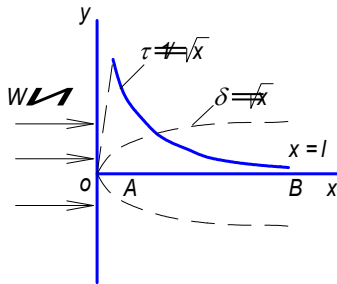
Решение для пластинки показывает, что в ламинарном пограничном слое его толщина δ нарастает по длине пластинки по параболическому закону, а напряжение трения обратно пропорционально \sqrt{x} (рис. 5.4). Этот закон при $x = 0$ дает $\tau = \infty$. В действительности напряжение трения у входной кромки не может возрасти безгранично, так как у реальной пластинки (а не бесконечно тонкой) происходит торможение у входной кромки из-за ее конечной толщины и $w_x|_{x=0} = 0$. Следовательно, в передней критической точке и $\tau|_{x=0} = 0$. Поэтому действительное распределение касательных напряжений на поверхности пластинки будет таким, как показано на рис. 5.4 штриховой линией. Величина участка, к которому неприменима формула (9.10), зависит от степени заостренности входной кромки пластинки.

Полная сила трения на поверхности пластинки длиной l и шириной b при ламинарном обтекании на одной из сторон пластинки равна:

$$R_{mp} = b \int_0^l \tau dx = 0.332b \sqrt{\mu \rho w_\infty^3} \int_0^l \frac{dx}{\sqrt{x}} = 0.664b \sqrt{\mu \rho w_\infty^3 l}.$$

Общая формула для гидродинамических сил записывается в виде

$$R_{mp} = \frac{1.328}{\sqrt{Re_l}} bl \frac{\rho w_\infty^2}{2},$$



где $Re_x = \frac{w_\infty x}{\nu}$ - местное число Рейнольдса для $x = l$.

Следовательно, коэффициент сопротивления $C_{тр}$ для ламинарного пограничного слоя на пластинке может определяться по формуле

$$C_{тр.л} = \frac{1.328}{\sqrt{Re_l}}. \quad (5.11)$$

Рис. 5.4

Для турбулентного пограничного слоя на плоской пластинке толщина слоя и касательное напряжение трения τ определяются формулами

$$\delta = \frac{0.37x}{\sqrt[5]{Re_x}}, \quad \tau = \frac{0.0578}{\sqrt[5]{Re_x}} \cdot \frac{\rho w_\infty^2}{2}. \quad (5.12)$$

Выражение (5.12) показывает, что в турбулентном слое τ убывает с удалением от входной кромки пропорционально $x^{-\frac{1}{5}}$, т.е. менее интенсивно, чем в случае ламинарного слоя, где $\tau \sim x^{-\frac{1}{2}}$. Распределение касательных напряжений

по длине пластинки, на которой ламинарный пограничный слой переходит в турбулентный при $x = x_{кр}$, представлено на рис. 5.5.

Определим полную силу трения для пластинки длиной l и шириной b . Коэффициент C для определения силы трения на одной стороне пластинки равен

$$C_{тр.м} = \frac{0.072}{\sqrt[5]{Re_l}}. \quad (5.13)$$

Для пластинки длиной l и шириной b полная сила трения на одной стороне пластинки равна

$$R_{тр} = C_{тр} F \rho w^2 / 2, \quad (5.14)$$

где $F = bl$ – площадь пластинки, b – ее ширина, l – длина, $\rho w^2 / 2$ – динамическое давление потока.

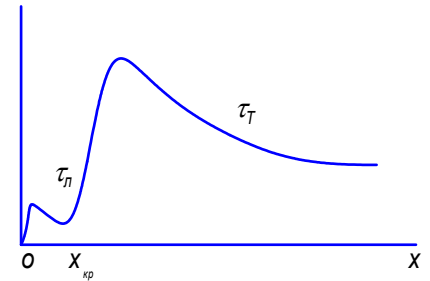


Рис 5.5

Факторы, влияющие на турбулизацию пограничного слоя

Рассмотрим явление турбулизации пограничного слоя в аналогии с переходом течения в трубе из ламинарного в турбулентное. При равномерном течении в трубе в ее поперечном сечении, как и в пограничном слое, происходит нарастание скорости от стенки к оси. Поэтому толщину пограничного слоя можно считать аналогичной радиусу трубы $r = \frac{D}{2}$ и можно вычислять число

Рейнольдса по толщине пограничного слоя $Re_\delta = \frac{w_\infty \delta}{\nu}$. Опыт показывает, что критическое число Рейнольдса $Re_{\delta_{кр}}$ на пластинке оказывается в среднем близким к $Re_{кр} = \frac{wr}{\nu}$ для трубы. Это обстоятельство говорит о том, что потеря внутренней устойчивости ламинарного движения в трубе и в пограничном слое имеет одинаковую природу.

Имеются, однако, и существенные различия между этими явлениями.

В трубе величина $Re_{кр}$ практически не зависит от начальных возмущений, вносимых в поток на входном участке трубы; эти возмущения затухают в ламинарном течении, и только потеря внутренней устойчивости при $Re > Re_{кр}$ приводит к появлению пульсаций. В пограничном слое, наоборот, положение точки перехода существенно зависит от интенсивности турбулентных пульсаций в набегающем потоке. Это связано с тем, что через внешнюю границу пограничного слоя в него непрерывно поступают возмущения из внешнего потока. При повышении степени возмущенности этого потока величина критического числа Рейнольдса уменьшается, точка перехода смещается навстречу течению. Таким образом, увеличение интенсивности пульсаций во внешнем потоке способствует ранней турбулизации пограничного слоя.

В трубе величина $Re_{кр}$ практически не зависит от степени шероховатости стенок: при ламинарном течении скорость вблизи стенки равна нулю, и выступы

шероховатости лежат в застойной области. В случае пограничного слоя у входной кромки пограничный слой только начинает развиваться ($\delta|_{x=0} = 0$), и бугорки шероховатости высовываются из пограничного слоя, внося в него возмущения. Поэтому повышение степени шероховатости способствует ранней турбулизации пограничного слоя и увеличению сопротивления трения. Это явление особенно сильно сказывается при больших скоростях обтекания, поэтому увеличение скоростей (в авиации, турбиностроении и т.д.) предъявляет повышенные требования к чистоте обработки обтекаемой поверхности, особенно вблизи входной кромки.

Величина критического числа Рейнольдса и связанная с ней координата точки перехода $x_{кр}$ зависит также от того, является ли течение конфузурным. Повышение скорости вниз по течению в конфузурном канале угнетает развитие пограничного слоя и способствует его ламинизации, величина критического числа Рейнольдса возрастает. Наоборот, переход к диффузурному течению способствует ранней турбулизации пограничного слоя. Например, на спинке крыла самолета или лопатки турбомшины имеется входной конфузурный участок, где скорость возрастает с координатой x ; здесь пограничный слой, как правило, ламинарный. В задней части крыла поток диффузурный и пограничный слой турбулентен. Точка перехода обычно близка к сечению, в котором $\frac{dU}{dx} = 0$.

6.6. Отрыв пограничного слоя и сопротивление при отрывном обтекании

Рассмотрим обтекание выпуклой поверхности потоком вязкой жидкости (рис. 9.7). За точкой минимума давления в кормовой части обтекаемого тела скорость вниз по течению падает, давление нарастает ($\frac{dp}{dx} > 0$). Жидкость в этой

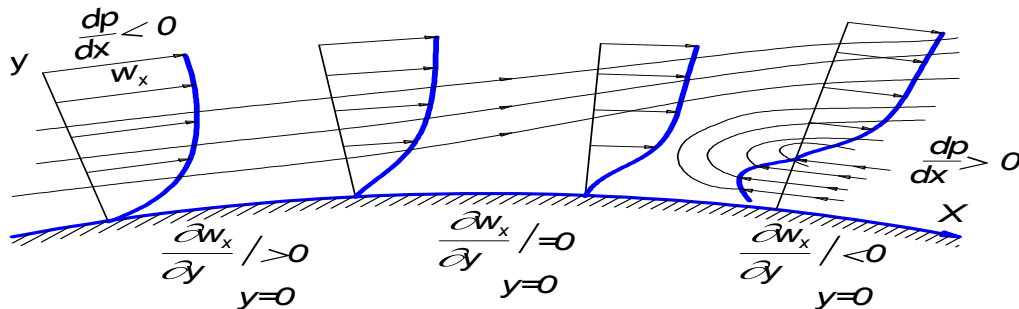


Рис. 5.6

области движется против подтормаживающего действия перепада давления. Если бы она была идеальной, то запаса ее кинетической энергии, накопленного в результате возрастания скорости у выпуклой стенки (участок $\frac{dp}{dx} < 0$ на рис.

5.6), хватило для преодоления этого торможения и поток сомкнулся бы у задней критической точки. В случае, когда жидкость вязкая, она теряет в пограничном слое свою механическую энергию на трение. Поэтому встречный перепад давления вызывает сначала остановку, а затем и *попятное* движение жидкости в

пограничном слое (пограничный слой как бы выдавливается навстречу основному потоку). При встрече прямого и попятного течения (точка S на рис. 5.6) линии тока оттесняются от поверхности тела, толщина пограничного слоя резко увеличивается, а затем происходит его *отрыв* от поверхности тела.

Из приведенных соображений ясно, что основная причина отрыва пограничного слоя - возрастание давления вниз по течению. Появление отрыва резко меняет картину обтекания тела по сравнению с обтеканием идеальной жидкостью. За точкой отрыва линии тока как в пограничном слое, так и во внешнем потоке уже не следуют вдоль контура обтекаемого тела. Частицы пограничного слоя в результате отрыва и закручивания значительными градиентами скорости, свойственными течению в пограничном слое, образуют вихри, которые поочередно отходят от поверхности тела и уносятся потоком, формируя за телом *аэродинамический*, или *кильватерный*, след (область 3 на рис. 5.6). Если в лобовой части обтекаемого тела распределение скоростей и давлений во внешнем потоке очень близко к соответствующему распределению при обтекании тела идеальной жидкостью, то в кормовой части вследствие отрыва пограничного слоя и образования вихревого следа картина течения оказывается совершенно отличной от движения идеальной жидкости. В частности, картина течения при поперечном обтекании кругового цилиндра представлена на фотографиях различных последовательных стадий обтекания (рис. 5.7).

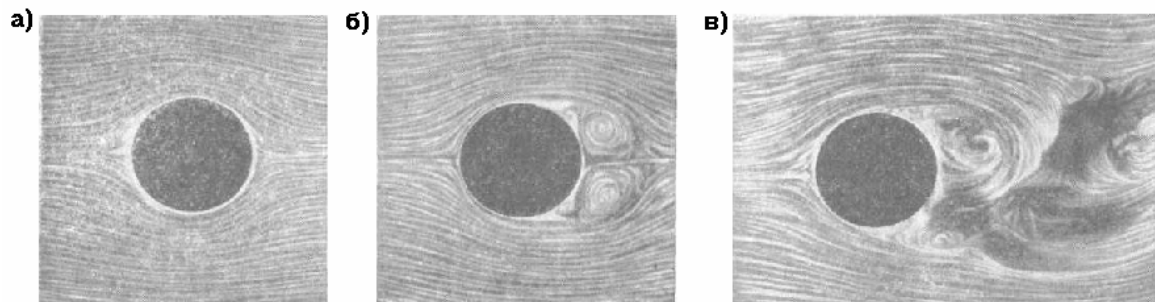


Рис. 5.7

На рис. 5.7а, соответствующем начальному моменту движения, пограничный слой еще не успел образоваться и линии тока такие же, как при потенциальном обтекании цилиндра (идеальная жидкость). На рис. 5.7б пограничный слой, образовавшийся у поверхности цилиндра, отрывается и начинается вихреобразование. Рис. 5.7в демонстрирует окончательную стадию образования вихревого следа за цилиндром, симметрия вихрей нарушена, вихри поочередно отходят от поверхности цилиндра и сносятся потоком, вызывая пульсации скорости и давления в аэродинамическом следе.

Отрыв пограничного слоя и образование зоны пониженного давления в вихревом следе за кормовой частью приводит к появлению силы лобового сопротивления, величина которой определяется шириной аэродинамического следа и степенью понижения давления в нем. Эти факторы существенно зависят от формы обтекаемого тела, поэтому сопротивление от разности давлений иногда называют *сопротивлением формы*. Для плохо обтекаемых тел (таких, как

шар, цилиндр, пластинка, поставленная поперечно к потоку) сопротивление от разности давления обычно намного превышает силу сопротивления, обусловленную трением в пограничном слое. Сопротивление формы R_x вычисляют по общей формуле для определения аэродинамических сил

$$R_x = C_x F \frac{\rho w_\infty^2}{2},$$

где в качестве характерной площади F принимают площадь миделевого сечения тела. Коэффициент сопротивления C_x , показывающий, какую долю динамического давления потока $\frac{\rho w_\infty^2}{2}$ составляет разность давлений на площадь миделя F , определяется опытным путем, продувкой моделей тел в аэродинамических трубах. Зависимость C_x шара от числа Рейнольдса $Re = \frac{wD}{\nu}$, полученная на ос-

новании многочисленных опытных продувок, представлена на рис. 5.1. При очень малых значениях Re (примерно до $Re = 10$) сопротивление обусловлено влиянием вязкости. Пограничного слоя в обычном понимании этого явления на шаре нет. Скорость медленно нарастает с удалением от поверхности; обтекание безотрывное. В этих условиях коэффициент сопротивления убывает с ростом Re .

При достаточно больших значениях числа Рейнольдса (порядка $Re = 10^3$) у поверхности шара развивается ламинарный пограничный слой, в области встречного перепада давления наблюдается отрыв слоя, за кормовой частью формируется вихревой след. Сопротивление от разности давлений преобладает над силой вязкого трения. Дальнейшее увеличение Re приводит к тому, что сопротивление трения становится исчезающе малым по сравнению с сопротивлением формы; этот участок зависимости $C_x = f(Re)$, вплоть до $Re \approx 5 \cdot 10^5$, называют *областью автомоделного сопротивления* (здесь $C_x \approx 0,45$ и не меняется с изменением Re).

При возрастании числа Рейнольдса до величины примерно $5 \cdot 10^5$ наблюдается резкое падение коэффициента сопротивления; это явление получило название *кризиса сопротивления*. Оно объясняется тем, что при достаточно больших значениях Re ламинарный пограничный слой на поверхности шара переходит в турбулентный. Появление турбулентных пульсаций в слое приводит к резкому увеличению обмена количеством движения между внешним потоком и пограничным слоем, в итоге внешний поток сжимает аэродинамический след, сечение отрыва смещается вниз по потоку; шар становится «лучше обтекаемым».

Влияние различных факторов на явление отрыва. Управление пограничным слоем

Силы, приложенные к поверхности обтекаемого тела, можно разложить на касательные и нормальные. Проекция главного вектора касательных сил на направление невозмущенного потока называется *сопротивлением трения*; она

определяется характеристиками пограничного слоя. Соответствующая проекция главного вектора сил давления называется *сопротивлением давления*.

Как показано выше, сопротивление давления из-за разности давлений в лобовой и кормовой частях появляется вследствие отрыва, т. е. опять-таки определяется характеристиками пограничного слоя. Поэтому проблема *управления пограничным слоем* (УПС) является одной из основных проблем в теории силового взаимодействия потока с обтекаемым телом. Наиболее перспективный путь решения задачи уменьшения полного лобового сопротивления - это уменьшение сопротивления давления. Задача решается приданием телу *удобо-обтекаемой* формы, при которой отрыва пограничного слоя нет или в крайнем случае сечение отрыва смещено по возможности ниже по потоку.

Основной фактор, способствующий предотвращению отрыва в широком диапазоне чисел Рейнольдса, - это уменьшение встречного перепада давления. Известно, что продольное обтекание тонкой пластинки равномерным потоком, когда $\frac{dp}{dx} = 0$, осуществляется без отрыва. Эксперимент показывает, что безотрывно могут обтекаться также тела сигарообразной формы с заостренной кормовой частью или крылья малой толщины при незначительной величине продольного градиента давления $\frac{dp}{dx}$ у их задней кромки.

В случаях значительных продольных перепадов давления в диффузорной части потока за миделем обтекаемого тела сечение отрыва может быть смещено вниз по потоку, если понижать давление у стенки за счет отсоса некоторого количества жидкости внутрь обтекаемого тела.

Возможно управление пограничным слоем и другим способом. Так как причина отрыва - нарастание давления вниз по потоку, для преодоления которого недостает кинетической энергии заторможенных частиц пограничного слоя, то искусственное увеличение скорости (т.е. увеличение кинетической энергии частиц) приведет к смещению сечения отрыва вниз по потоку.

Раздел 6. СПЕЦИАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ГИДРОГАЗОДИНАМИКИ

6.1. Крыло и лопаточная решетка в газовом потоке

Геометрические параметры крыла

Тела достаточно большого удлинения с заостренной задней кромкой, обтекаемые продольно или под небольшими углами атаки, называются в гидрогазодинамике *крыльями*.

Крыло характеризуется *профилем* и *формой* в плане. Профилем крыла называется его поперечное сечение плоскостью, параллельной направлению набегающего потока. В зависимости от назначения крыла форма профиля может быть различной. На рис. 6.1 показаны типичные профили: для крыла и пропеллера дозвукового самолета, а также для компрессорной лопатки (а), для крыла сверхзвукового самолета (б), для реактивной лопатки паровой турбины (в), для активной лопатки (г).

Хордой профиля b (рис.10 д) называют отрезок, соединяющий две наиболее удаленные точки. Толщина профиля c - это длина отрезка, перпендикулярного к хорде, между верхним и нижним контурами профиля. Пунктиром показана средняя линия профиля, представляющая собой геометрическое

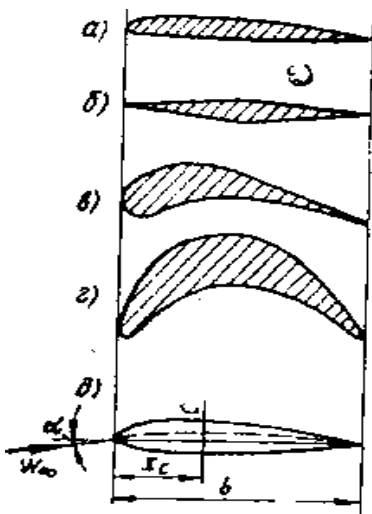


Рис. 6.1

место точек, равноудаленных от верхнего и нижнего Контуров; x_c - расстояние от передней кромки до сечения максимальной толщины; α - угол атаки. В теории крыла «бесконечного размаха» не принимаются во внимание искажения картины течения у концов крыла. Эффекты, связанные с влиянием концов крыла на поток, учитываются теорией крыла *конечного размаха*.

Аэродинамические характеристики крыла

Поперечная сила, действующая на крыло, согласно теории идеальной жидкости, определяется формулой Жуковского: $R_y = \rho w_\infty \Gamma l$. Входящая в нее циркуляция Γ может быть определена для идеальной жидкости с использованием постулата Чаплыгина-Жуковского аналитическими ме-

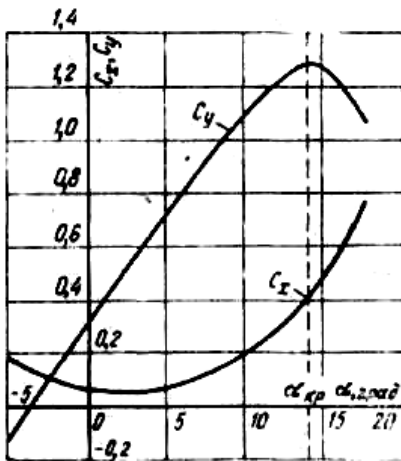
тодами или экспериментально (методом ЭГДА). В случае реальной жидкости потенциальный поток испытывает обратное влияние пограничного слоя (в частности, отеснение линий тока за счет торможения в пограничном слое). Это влияние может быть учтено расчетом толщины вытеснения δ^* и соответствующим увеличением толщины профиля. Теория пограничного слоя позволяет также определить силу трения на поверхности крыла, увлекающую его в направлении потока.

Такой расчет достаточно сложен и трудоемок; в то же время, при отрыве струй от крыла он не позволяет с требуемой точностью учесть искажение внешнего потока. В случае отрывного обтекания невозможно определить изменение циркуляции и величины давления на поверхности крыла за точкой отрыва, которые обуславливают величину подъемной силы и лобового сопротивления. Поэтому практические расчеты подъемной силы R_y и силы лобового сопротивления R_x крыла обычно ведут с использованием общих формул (6.1) для определения силового взаимодействия потока с обтекаемым телом:

$$R_y = C_y F \rho w^2 / 2, \quad R_x = C_x F \rho w^2 / 2, \quad (6.1)$$

где F - площадь наибольшей проекции крыла, называемая *площадью крыла*. Для прямоугольного крыла $F = bl$. Коэффициенты подъемной силы C_y и лобового сопротивления C_x определяются опытным путем в результате измерения подъемной силы и силы лобового сопротивления при продувке моделей крыльев в аэродинамических трубах.

Аэродинамические коэффициенты C_y и C_x зависят от формы и толщины профиля и в очень значительной степени от угла атаки α . Кривые зависимостей $C_y(\alpha)$ и $C_x(\alpha)$ для крыла данной формы и толщины называются *характеристиками* крыла. Типичные характеристики тонкого малоизогнутого крыла представлены на рис. 6.2.



Такой вид характеристик объясняется явлени-

Рис. 6.2

Анализ кривых $C_y(\alpha)$ и $C_x(\alpha)$ показывает, что с увеличением угла атаки коэффициент подъемной силы C_y (а следовательно, при постоянной скорости потока и подъемная сила данного крыла R_y) сначала нарастает почти по линейному закону и при некотором значении $\alpha = \alpha_{кр}$ C_y достигает максимума. Дальнейшее увеличение α приводит к резкому уменьшению коэффициента подъемной силы. Коэффициент лобового сопротивления C_x сначала медленно увеличивается с ростом α и при $\alpha > \alpha_{кр}$ резко возрастает.

ями в пограничном слое крыла. При критическом угле атаки, когда диффузорность потока у спинки создает достаточно большой встречный перепад давления, в задней части спинки крыла поток отрывается, что сразу приводит к возрастанию лобового сопротивления и уменьшению подъемной силы. Опыт показывает, что при отсосе или сдуве пограничного слоя $\alpha_{кр}$ увеличивается.

При малой скорости газового потока (числа $M < 0,3$) сжимаемость газа не оказывает заметного влияния на распределение давлений по поверхности крыла, на величину подъемной силы и сопротивления. В этой области чисел Маха газ можно считать несжимаемой жидкостью.

При увеличении скорости газа начинает сказываться влияние сжимаемости. Ввиду сложности происходящих при этом явлений, их точный анализ встречает непреодолимые математические трудности. Поэтому получили развитие приближенные способы решения проблемы, развитые в работах Прандтля, С.А. Чаплыгина, С.А. Христиановича. При малых числах M_∞ поправки на сжимаемость близки к нулю.

При движении газа вдоль поверхности обтекаемого тела скорость изменяется. В местах поджатия потока скорость газа достигает максимума, а местная скорость звука в соответствии с уравнением энергии газового потока - минимума. С увеличением скорости набегающего потока при некотором значении $M_\infty = M_{кр}$ на поверхности крыла достигается скорость, равная местной скорости звука, т.е. критическая скорость $a_{кр}$. Величина $M_{кр}$ называется *критическим числом Маха*; она меньше единицы и зависит от толщины обтекаемого тела и угла атаки. При дальнейшем увеличении w_∞ , когда $M_{кр} < M_\infty < 1$, у поверхности крыла образуются области сверхзвукового движения. Так происходит переход дозвукового течения в сверхзвуковое. Обратный переход сверхзвукового течения в дозвуковое в хвостовой части крыла осуществляется через прямой скачок уплотнения.

Появление скачков уплотнения при $M_{кр} < M_\infty < 1$ очень усложняет анализ течения. Распределение давления на поверхности крыла и подъемная сила становятся совсем другими, чем при докритическом обтекании. Сила лобового

сопротивления крыла увеличивается за счет волновых потерь в скачках уплотнения. Кроме того, взаимодействие скачков с пограничным слоем может приводить к отрывам и вихреобразованию. С приближением числа M_∞ к единице сверхзвуковые области расширяются, скачки уплотнения сдвигаются к задней кромке. Сопротивление круто растет.

При $M_\infty > 1$ имеем сверхзвуковое обтекание крыла. Для уменьшения потерь сверхзвуковые крылья изготавливают с острой передней кромкой. Основной вклад в силу сопротивления при сверхзвуковом обтекании крыла вносят волновые потери.

6.2. Лопаточная решетка

Геометрические параметры лопаточных решеток

В турбомашине преобразование энергии движущегося газа происходит в результате силового взаимодействия потока с неподвижными лопатками направляющего аппарата и вращающимися лопатками ротора. Решетка турбомшины - это система лопаток одинаковой формы, равномерно размещенных по некоторой поверхности вращения (рис. 6.3а). В случае, если длина лопатки l мала по сравнению с диаметром d , можно пренебречь веерностью решетки и рассматривать лопаточный венец, или прямую решетку лопаток (рис. 6.3б). Профиль лопатки по длине может быть переменным; при большой длине лопатки l применяется ее «закрутка».

Сечение прямой решетки лопаток плоскостью, нормальной к образующей лопатки, дает *плоскую решетку профилей*. Таким образом, плоской решеткой профилей называется бесконечный ряд одинаковых профилей, расположенных на равных расстояниях друг от друга и образующих одинаковые углы с прямой линией, соединяющей сходственные точки профилей. Эта линия называется *фронтом* решетки (ось u на рис. 6.3в), а перпендикулярная к ней прямая есть *ось* решетки (ось a на рис. 6.3в).

Важнейшими параметрами решетки являются: длина лопатки l ; шаг решетки t , характеризующий ее густоту; хорда профиля b ; установочный угол β_v , входной и выходной углы лопатки $\beta_{1л}$ и $\beta_{2л}$. Смысл этих величин ясен из рис. 6.3. Относительным шагом решетки $t = t/b$ называется отношение шага к хорде лопатки. Угол, образованный касательными к осевой линии профиля у его входной и выходной кромок, называется углом изгиба профиля.

Углы входа и выхода потока могут, вообще говоря, не совпадать с соответствующими углами входной и выходной кромок профиля. Если поток входит в межлопаточный канал по касательной к средней линии лопатки ($\beta_1 = \beta_{1л}$), то такой вход называется безударным. При безударном входе потока входные потери энергии сводятся к минимуму. В случае $\beta_1 \neq \beta_{1л}$ имеем вход под «углом атаки» $i = \beta_{1л} - \beta_1$. Этот угол считают положительным, если поток на входе в решетку направлен на вогнутую часть лопатки, и отрицательным - в противном случае.

По влиянию на поток решетки делят на конфузорные, активные и диффузорные.

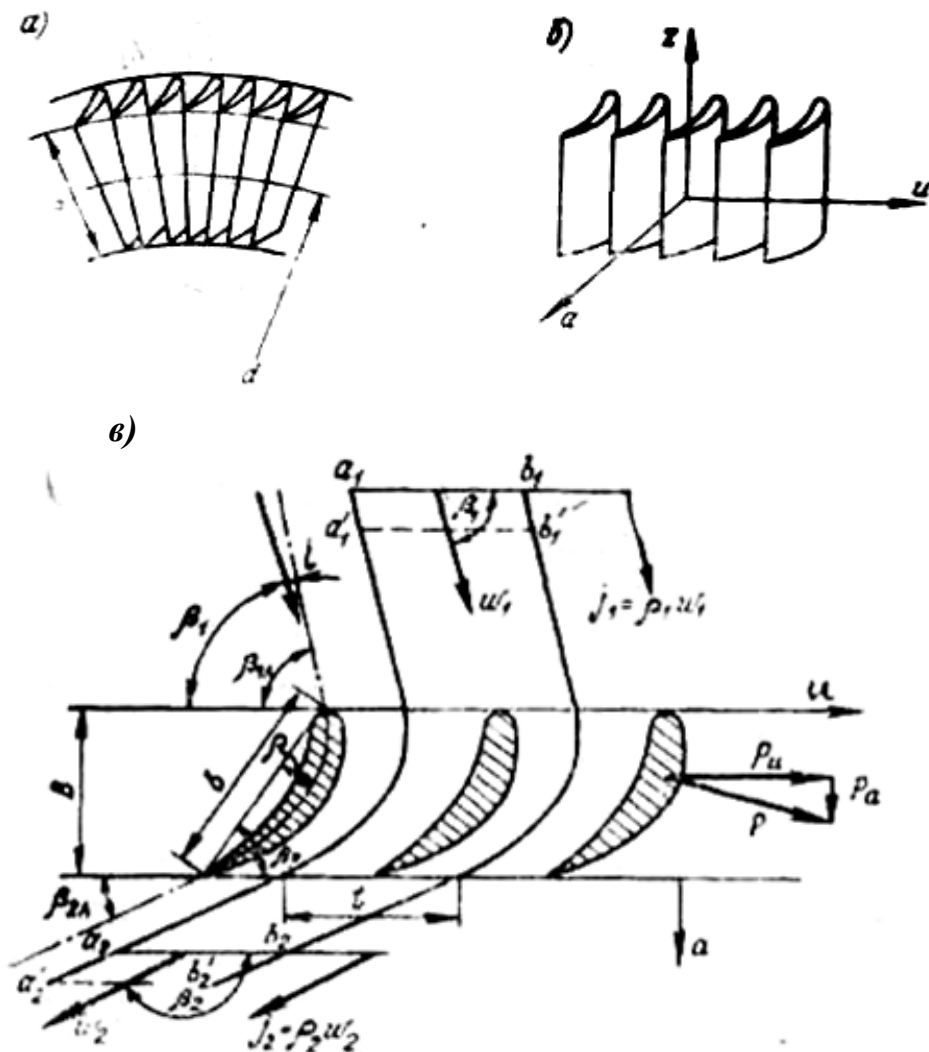


Рис. 6.3

В *конфузорной* решетке скорость потока на выходе больше, чем на входе: статическое давление в ней уменьшается. Конфузорные решетки используются как сопловые в направляющем аппарате турбины.

В *активной* решетке изменяется только направление скорости, а ее величина остается неизменной. Статическое давление потока в активной решетке не меняется. Активные решетки применяются в первых ступенях ротора турбины. На выпуклой поверхности лопатки скорость газа в среднем больше, чем на вогнутой. Поэтому результирующая сила давления на лопатку направлена в сторону спинки лопатки. Эта сила и создает полезный момент, вращающий ротор.

В *диффузорной* решетке происходит торможение потока, статическое давление растет. Диффузорные решетки используются в компрессорах.

Совокупность сопловой и рабочей решеток называется *ступенью турбомашин*. Ступень турбины называют активной, если расширение потока происходит только в сопловых неподвижных решетках, а на рабочих лопатках давление остается постоянным. В реактивной ступени пар расширяется не только в сопловой, но также и в рабочей решетке.

Силовое взаимодействие потока с одиночной лопаткой решетки.
Формулы Эйлера

При обтекании решетки вектор скорости меняется как по величине, так и по направлению. Поэтому силовое взаимодействие потока с решеткой имеет специфические особенности.

Пусть β_1 и β_2 - углы, составляемые направлением входной и выходной скоростей потока с направлением фронта решетки (рис. 6.3в). Выделим в потоке область, включающую одну из лопаток решетки. Боковые контуры этой области возьмем в виде линий тока a_1a_2 и b_1b_2 , расположенных друг от друга на расстоянии, равном шагу решетки. Фронтальные границы области выберем на достаточном удалении от решетки, где скорость течения и давление можно считать неизменными по шагу. Так как во всех каналах решетки течение одинаковое, то скорость и давление в точках линий a_1a_2 и b_1b_2 , лежащих на одинаковом расстоянии от оси решетки u , также одинаковы. Пусть скорость течения на входе в выбранную область равна w_1 , на выходе w_2 . Параметры потока на фронтальной границе области a_1b_1 равны p_1 и ρ_1 , на границе a_2b_2 - соответственно p_2 и ρ_2 .

Для определения силового взаимодействия потока и решетки воспользуемся уравнением количества движения (2.), применив его к массе газа, находящегося в пределах области $a_1b_1b_2a_2$. Исследуя изменение во времени количества движения mw массы жидкости, заключенной в выбранной области, получим формулы Эйлера для составляющих сил, действующих на одиночную лопатку:

$$\left. \begin{aligned} P_u &= \rho_1 w_{1u} t(w_{1u} - w_{2u}) = \rho_2 w_{2u} t(w_{2u} - w_{1u}); \\ P_a &= \rho_1 w_{1a} t(w_{1a} - w_{2a}) + t(p_1 - p_2) = \rho_2 w_{2a} t(w_{1a} - w_{2a}) + t(p_1 - p_2). \end{aligned} \right\} (6.2)$$

Если составляющие скорости w_{1u} и w_{2u} направлены противоположно (как на рис. 6.3), то они имеют противоположные знаки, в формуле для P_u разность, стоящая в скобках, превращается в сумму.

6.3. Потери энергии в решетках. Характеристики решеток

При движении газа через лопаточные решетки турбомашин механическая энергия потока теряется: вследствие вязкости (а в случае появления сверхзвуковых областей еще и вследствие ударного сжатия в скачках уплотнения) она частично переходит в теплоту. Коэффициентом потерь решетки называют безразмерное отношение

$$\zeta = \frac{\Delta E}{E_0}, \quad (6.3)$$

где ΔE - потери механической энергии; E_0 - полная механическая энергия потока на входе в решетку. Задача проектирования решеток состоит в том, чтобы свести к минимуму потери энергии и, в то же время, добиться максимального отклонения потока, т. е. получить по возможности малый выходной угол потока β_2 .

Потери энергии в решетках классифицируются следующим образом:

1. *Профильные потери*, аналогичные потерям при обтекании одиночного крыла бесконечного размаха. Они складываются из потерь на трение в пограничном слое, вихревых потерь в случае отрывного обтекания лопатки, потерь на

вихреобразование за выходной кромкой и волновых потерь при наличии скачков уплотнения.

2. *Концевые потери*, возникающие вследствие появления вторичных течений у концов лопатки. В частности, у свободного конца лопатки (решетка без бандаж) концевые потери аналогичны индуктивному сопротивлению при обтекании крыла конечного размаха.

Теоретически могут быть определены только потери на трение при безотрывном обтекании (с помощью теории пограничного слоя) и волновые потери (с помощью теории скачков уплотнения). Остальные виды потерь определяются экспериментально, продувкой решеток в специальных аэродинамических трубах. В этих экспериментах полное и статическое давление в потоке и на поверхности лопатки измеряется посредством трубок Пито и дрен, поле плотности потока - оптическими методами, профили скорости в пограничном слое - микротрубкой Пито или электрическими методами. В результате определяются все виды потерь и строятся характеристики решетки, т. е. зависимости коэффициента потерь и угла поворота от различных параметров

$$\zeta = f(\bar{t}, \beta_y, \beta_l, Re, M, \Delta, \text{форма}).$$

Здесь Re - число Рейнольдса, вычисляемое для решеток по формуле $Re_2 = \frac{w_2 b}{\nu}$,

где ν - кинематический коэффициент вязкости; M - число Маха, причем

$M_2 = \frac{w_2}{a_2}$, Δ - толщина выходной кромки лопатки. В частности, строят *нормаль-*

ную характеристику решетки, которой называют зависимость коэффициента потерь и угла поворота потока от угла атаки. По коэффициенту потерь ζ определяют коэффициент полезного действия решетки из соотношения $\eta = 1 - \zeta$.

Потери на трение и вихреобразование (при отрывном обтекании) определяются свойствами пограничного слоя на лопатке. Толщина пограничного слоя, распределение скоростей и касательных напряжений трения обусловлены продольным изменением давления (и скорости) в потоке, т. е. формой межлопаточного канала. Вблизи узкого сечения канала, где давление вдоль потока падает, а скорость возрастает (конфузорный участок), пограничный слой угнетается, его толщина может даже уменьшаться вниз по потоку. В косом срезе на спинке давление растет (диффузорный участок), что приводит к быстрому увеличению толщины пограничного слоя, а иногда и к отрыву. Потери на трение рассчитываются с помощью теории пограничного слоя отдельно для ламинарного и турбулентного участков (опыт показывает, что точка перехода на спинке профиля лежит вблизи точки минимума давления).

Согласно экспериментальным данным, влияние чистоты обработки поверхности лопатки на профильные потери оказывается аналогичным влиянию шероховатости на гидравлическое сопротивление труб. Поэтому для уменьшения потерь в турбулентном пограничном слое повышают класс чистоты обработки лопаток.

Важной составной частью профильных потерь являются *кромочные потери*, которые связаны с отрывным обтеканием затупленной выходной кромки. Вихревой след за выходной кромкой, как и в случае обтекания тела с затупленной кормовой частью, переводит часть кинетической энергии транзитного потока в теплоту. Опыт показывает, что величина кромочных потерь возрастает с увеличением толщины выходной кромки и с уменьшением шага решетки t .

Экспериментальные продувки лопаточных решеток позволяют определить влияние шага, установочного угла, входного угла потока на ζ и β_2 .

При значительной веерности решетки (когда длина лопатки l сравнима по величине с радиусом ротора r) элементы лопатки у ее корня и конца обтекаются под разными углами входа потока. Для уменьшения потерь прибегают к закрутке лопатки, стремясь к безударному входу потока по всей ее длине.

6.2. Распыливание жидкости

Характеристики распыла. Распыливание - это процесс дробления струи или пленки жидкости на большое количество капель. Система капель, или факел распыла, распределяется в некотором объеме.

При распыле капли имеют неодинаковые размеры. Равномерность распыла оценивают по *дисперсным* характеристикам. На рис. 6.4 кривая N - это дифференциальная (частотная) характеристика распределения числа капель по диаметрам. С помощью этой кривой можно определить относительное число капель данного размера в факеле распыла: $N = N_{\text{ср}} \Delta d$, где $N_{\text{ср}}$ - среднее значение относительной частоты капель в интервале диаметров от d до $d + \Delta d$. Так, для факела, частотная характеристика которого представлена на рис. 6.4а, в диапазоне диаметров капель от 20 до 30 мкм средняя относительная частота $N_{\text{ср}} = 0,022$ 1/мкм, относительное число капель с размерами $d = 20 \dots 30$ мкм в факеле распыла составляет $N = N_{\text{ср}} \Delta d = 0,22$, или 22 %.

На рис. 6.4а представлена также интегральная (суммарная) кривая распределения G . Кривая G показывает относительное число капель, диаметры которых меньше заданного. Диаметр d_m , который делит площадь под суммарной кривой пополам, т. е. для которого $G = 0,5$, называют *медианным*. Так, для факела, характеристики распыла которого представлены на рис. 6.а, $d_m = 28$ мкм.

Среднеарифметический диаметр определяется из соотношения

$$d_{\text{ар}} = \sum d_i n_i / \sum n_i, \quad (6.4)$$

где i - номера фракций, на которые разбита совокупность капель.

Кроме среднеарифметического, при анализе процессов горения распыленного жидкого топлива применяется понятие *среднеобъемного диаметра* капель, который рассчитывается по формуле

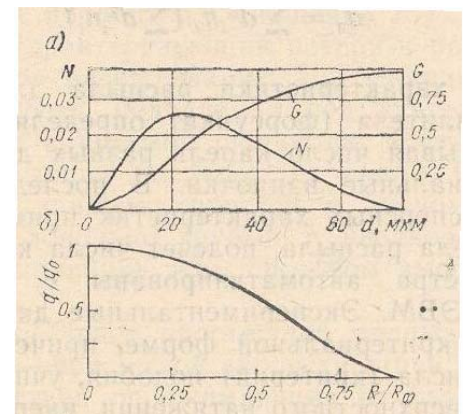


Рис. 6.4

$$d_{06} = [\Sigma d_i^3 n_i / (\Sigma n_i)]^{0,33}, \quad (6.5)$$

а при анализе процессов тепломассообмена факела распыла с окружающим газом – заутеровский (объемно–поверхностный) средний диаметр

$$d_3 = \Sigma d_i^3 n_i / (\Sigma d_i^2 n_i). \quad (6.6)$$

Дисперсные характеристики распыла для данной конструкции распылителя (форсунки) определяют экспериментально, подсчитывая число капель разных диаметров, уловленных в специальные ванночки. В последнее время для определения дисперсных характеристик применяют голографирование факела распыла, подсчет числа капель и определение их диаметра автоматизированы с использованием телевидения и ЭВМ. Экспериментальные данные обобщают уравнениями в критериальной форме, причем используются безразмерные числа (критерии) подобия, учитывающие соотношение сил поверхностного натяжения, инерции и трения. Эти критерии:

$$\text{число Вебера } We = \rho_r w^2 d_c / \sigma,$$

$$\text{число Рейнольдса } Re = w d_c / \nu,$$

$$\text{число Лапласа } Lp = \sigma d_c / (\rho_{\text{ж}} \nu^2),$$

где ρ_r - плотность газа, $\rho_{\text{ж}}$, σ , ν - плотность, поверхностное натяжение и кинематический коэффициент вязкости распыливаемой жидкости, d_c - диаметр струи (сопла), w - скорость истечения.

Важная характеристика факела распыла - распределение плотности орошения распыливаемой жидкости q , кг/(м²с) по ширине факела. Эксперименты показывают, что для струйной форсунки распределение плотности орошения близко к нормальному (гауссову) закону.

Подводимая к распылителю энергия E расходуется на увеличение поверхностной энергии жидкости при распаде струи на капли E_p ; на сообщение каплям кинетической энергии поступательного движения E_k ; на преодоление гидравлических потерь в распылителе. Отношение $E_p / E = \eta_p$ называется коэффициентом полезного действия распылителя. Обычно он не превышает долей процента. Отношение $E_k / E = \eta_k$ - это гидравлический КПД, характеризующий потери в распылителе.

Гидравлическое распыливание

При гидравлическом распыливании жидкость, подаваемая под давлением к распылителю, вытекает с высокой скоростью в форме струи или пленки с последующим распадом на капли. Гидравлическое распыливание - наиболее простой и экономичный способ, однако он дает довольно грубый и неоднородный распыл; затруднено распыливание этим способом высоковязких жидкостей.

При истечении через простейший распылитель - цилиндрическое сопло - с малой скоростью струя распадается на капли из-за действия пережимающих ее капиллярных сил (рэлеевский распад) и из-за волнообразных искривлений. При

большой скорости струи относительно газовой среды основная причина распада струи - это турбулентные пульсации скорости и давления на границе раздела «жидкость – газ», приводящие к появлению гребней волн и срыву с них вторичных струек и капель. Плоские пленки, истекающие из сопел некруглого сечения, распадаются на отдельные струйки и затем на капли из-за появления волн на их поверхности.

Скорость истечения через струйную форсунку определяется в соответствии с данными п. 2.4 формулой $w = \varphi (2\Delta p / \rho_{\text{ж}})^{0,5}$. При сравнительно небольшой скорости истечения (до 20 м/с), согласно экспериментальным данным, среднеобъемный диаметр капель определяется выражением

$d_{\text{об}} / d_c = 6 Re^{0,125}$, где d_c - диаметр сопла. При больших перепадах давления рекомендуется формула

$$d_{\text{об}} / d_c = 3,01 Lp^{-0,073} (We_{\text{ж}} \rho_{\text{г}} / \rho_{\text{ж}})^{-0,266}. \quad (6.7)$$

К гидравлическим распылителям относятся также центробежные форсунки, в которых жидкость перед истечением закручивается вследствие подвода по касательной к камере или шнеком (винтовым завихрителем). Широко применяются также центробежно-струйные форсунки, в которых распыливаемая жидкость частично проходит через винтовые каналы и частично - через осевое отверстие. Завихрение потока способствует его турбулизации и дроблению.

Пневматическое распыливание

При пневматическом распыливании жидкость подается с небольшой скоростью; энергия для распыла подводится к ней в результате динамического взаимодействия с высокоскоростным газовым потоком, который формирует волны на поверхности раздела жидкость - газ, расслаивает ее на отдельные струйки и капли. Пневматические форсунки дают мелкодисперсный распыл, однако их недостаток по сравнению с гидравлическими - более сложное оборудование (включающее источник сжатого газа) и повышенный расход энергии на распыливание. Дисперсность распыла (медианный диаметр капель) при пневматическом распыливании определяется, прежде всего, скоростью газожидкостного потока $w_{\text{г}}$.

Другие способы распыливания

При механическом распыливании жидкость подается на поверхность быстровращающегося диска, увлекается им и срывается с периферии в виде пленок или струй, дробясь на капли. Этот способ обеспечивает относительно высокую равномерность распыла, дает возможность распыливать высоковязкие и загрязненные жидкости. Его недостатки - высокая стоимость и энергоемкость.

При акустическом распыливании, как и при пневматическом, энергия для распыливания сообщается жидкости потоком газа, причем к газовой струе подводятся колебания ультразвуковой частоты, что обеспечивает более тонкое и однородное дробление.

Пульсационное распыливание представляет собой разновидность гидравлического, когда на поток распыливаемой жидкости накладываются колебания давления. Это обеспечивает большую однородность и тонкость распыла при

незначительном усложнении конструкции. Новым видом пульсационного является электрогидравлическое распыливание, когда импульсы давления в жидкости создаются высоковольтными электрическими разрядами в полости распылителя. Ударные волны с повышением давления до сотен мегапаскалей приводят к выбросу капель с очень высокой скоростью; они догоняют и дополнительно дробят частицы, покинувшие распылитель в промежутках между импульсами.

Применяются также комбинированные методы распыливания, в которых сочетаются отдельные из перечисленных (например, пневмогидравлическое распыливание).

6.3. Диффузоры

Геометрические и газодинамические параметры диффузоров

Диффузоры используются для постепенного уменьшения скорости потока; кинетическая энергия при этом преобразуется в потенциальную. Они используются в компрессорах, трубопроводах, аэродинамических трубах, выхлопных патрубках паровых и газовых турбин, в вентиляционных установках и других машинах. Основное назначение диффузоров - восстанавливать давление при наименьших потерях энергии.

При дозвуковых скоростях торможение потока осуществляется в расширяющейся трубе (рис. 6.5). Поэтому дозвуковые диффузоры имеют форму расширяющихся патрубков с плоскими, коническими или криволинейными стенками. В компрессорных машинах диффузорные каналы образуются лопаточным аппаратом. Важнейшим геометрическим параметром диффузора является его *степень уширения* n , равная отношению площади сечения на выходе F_2 к входной площади F_1 : $n = \frac{F_2}{F_1}$. Заданная

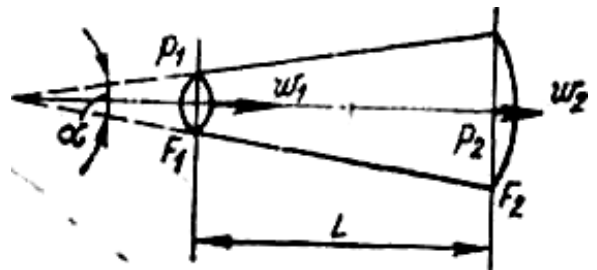


Рис. 6.5

степень уширения n может достигаться за счет надлежащего подбора угла раствора диффузора α или его длины L (рис. 6.5).

Наращение давления вниз по потоку приводит к быстрому увеличению толщины пограничного слоя, а при достаточно большом градиенте давления - и к его отрыву. Поэтому потери энергии в диффузорах значительно больше, чем в цилиндрических и конфузорных трубах той же длины. При отрывном течении в диффузоре заданное повышение давления не обеспечивается, эффективность его падает. Основная задача проектирования диффузора - определение его наилучшей формы, при которой течение безотрывно и потери энергии при заданных скоростях минимальны.

Пусть на входе в диффузор средняя скорость течения газа равна w_1 , его удельная кинетическая энергия $w_1^2 / 2$. Если необратимые потери удельной энергии в диффузоре вследствие трения и вихреобразования составляют ΔE , то

безразмерным *коэффициентом внутренних потерь* ζ (или коэффициентом гидравлического сопротивления) диффузора называют отношение

$$\zeta = 2\Delta E / w^2. \quad (6.8)$$

Если кинетическая энергия выходящего из диффузора потока $w_2^2 / 2$ в дальнейшем не используется (т. е. после диффузора поток расширяется с полным торможением струи), то целесообразно ввести *коэффициент полных потерь* диффузора ζ_n :

$$\zeta_n = 2(\Delta E + w_2^2 / 2) / w_1^2. \quad (6.9)$$

Коэффициентом полезного действия диффузора η_d называется отношение действительного прироста потенциальной энергии к максимально возможному при изоэнтропийном сжатии и заданной степени уширения в диффузоре. Для несжимаемой жидкости КПД диффузора определяется через отношение разности давлений на выходе p_2 и на входе p_1 и теоретической разности давлений,

которая находится из уравнения Бернулли: $\eta_d = \frac{p_2 - p_1}{p_{2m} - p_1}$.

Картина потока в диффузоре - сложная. Профили скорости непрерывно деформируются по его длине. Поэтому теоретический расчет потерь с использованием теории пограничного слоя затруднителен; хотя он и совершенствуется, но до сих пор не обеспечивает необходимой точности. Наиболее достоверные данные о потерях в диффузорах получены экспериментальным путем. Они представлены, в частности, в справочнике [4].

Опыт показывает, что при безотрывном обтекании стенок диффузора величина максимального угла раскрытия α зависит от степени уширения n . При $n = 2$ $\alpha_{max} = 24^\circ$, при $n = 5$ $\alpha_{max} = 9^\circ$.

Внутренние потери в диффузоре принято выражать в долях потерь, имеющих место в местном сопротивлении при резком расширении трубы с той же степенью уширения n . Потери напора при резком расширении определяются

формулой Борда $\Delta p_{p.p} = \rho \frac{(w_1 - w_2)^2}{2}$.

Потери давления в диффузоре с плавно расширяющимися стенками меньше, чем при резком расширении потока. При малых углах раствора внутренние потери диффузора невелики: они составляют величину около 0,15 от потерь ступенчатого диффузора. С ростом α потери увеличиваются и при растворе около 40° сравниваются с потерями при резком расширении.

Опыт показывает, что при больших углах раствора внутренние потери могут быть уменьшены, если образующую стенки диффузора выполнить не прямой, а криволинейной. В частности, диффузор, стенки которого спрофилированы так, чтобы продольный градиент давления был по его длине постоянным, дает уменьшение потерь примерно на 25% по сравнению с коническим диффузором, угол раствора которого равен 40° . При малой длине и большой степени уширения n оказывается эффективным комбинированный диффузор:

вначале давление повышается в обычном плавно расширяющемся канале, а затем имеется резкое (ступенчатое) расширение сечения.

На величину потерь в диффузоре оказывают влияние режимные параметры: числа Рейнольдса, Маха, степень турбулентности потока, а также форма эпюры скоростей на входе в сечение F_1 . Увеличение скорости у стенки смещает сечение отрыва струй вниз по потоку. Поэтому для улучшения характеристик диффузора оказываются эффективными отсос или сдув пограничного слоя.

6.3. Эжекторы

Газовым эжектором называется устройство, в котором энергия «эжектируемого» газового потока увеличивается струей другого потока, имеющего больший напор. Простота конструкции и удобство регулирования рабочего процесса эжектора обуславливают его широкое применение в различных областях техники. В частности, в конденсационных системах паросиловых установок эжектор используется для понижения давления в конденсаторе: необходимый вакуум создается в конденсаторе за счет увлечения и уноса частиц пара и воздуха высоконапорной струей пара. В вакуумной технике аналогичные эжекторы, работающие на парах жидкостей с малым давлением насыщения, позволяют достигать глубоких разрежений. При эксплуатации газовых месторождений низконапорные скважины подключают в газосборную сеть с помощью эжектора, в котором давление низконапорного газа повышается за счет энергии эжектирующего газа из высоконапорных скважин. Таким путем удастся одновременно увеличить производительность низконапорных скважин и повысить давление газа в сети. Эжекторы используются также вместо вентиляторов в аэродинамических трубах и т. д.

На рис. 6.6 показаны основные элементы эжектора: сопло высоконапорного (эжектирующего) газа C_1 , сопло низконапорного (эжектируемого) газа C_2 , смесительная камера K и диффузор D .

Назначение сопел - подвод газов к смесительной камере с минимальными потерями. Важным геометрическим параметром эжектора является отношение площадей выходных сечений сопел F_1/F_2 . Если падение давления в сопле C_1 превышает критическое, то для эжектирующего газа целесообразно применять сопло Лаваля. Но и при сверхкритических отношениях давления часто используют эжектор с обычным (сужающимся) соплом. Такой эжектор называется *звуковым*.

В камере смешения происходит обмен энергией между потоками в турбулентном пограничном слое, разделяющем их. Камера может быть цилиндрической или иметь переменное по длине сечение. В цилиндрической камере давление нарастает вниз по потоку, в то время как давление торможения (т. е. полная механическая энергия) уменьшается за счет потерь. Изменение статического давления p и давления торможения p^* по длине дозвукового эжектора показано графически в нижней части рис. 6.6. При правильно выбранной длине камеры у ее выходного сечения процесс смешения потоков заканчивается, эпюра скоростей (показанная в верхней части рис. 6.6) выравнивается.

Назначение диффузора, устанавливаемого на выходе из камеры смешения, - повышение статического давления выходящей из эжектора смеси газов или понижение давления в камере смешения. В некоторых случаях вместо диффузора на выходе из эжектора устанавливается сужающееся сопло или сопло Лавала, если ставится задача получить на выходе высокие скорости смеси.

Статическое давление p_1 на срезе сопла C_1 , пониженное из-за ускорения потока эжектирующего газа, ниже полного давления эжектируемого газа p_2^* , который под действием этой разности давлений течет в камеру смешения.

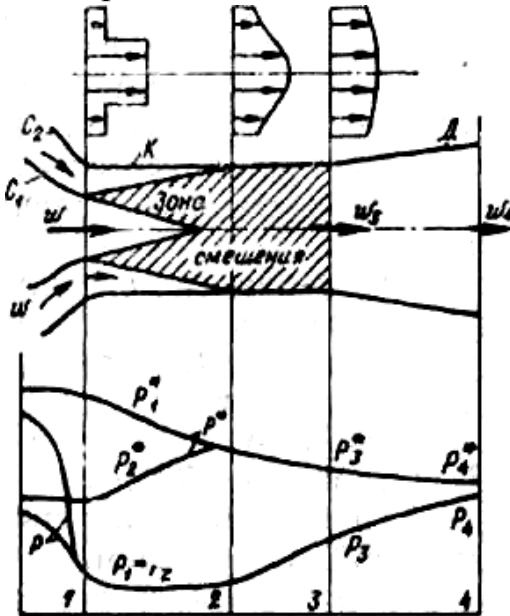


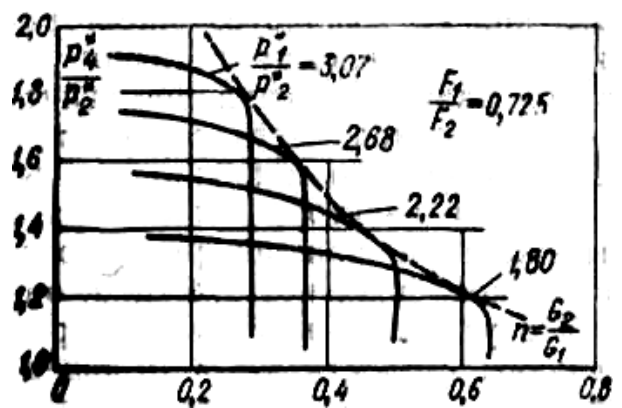
Рис. 6.6

Обозначим массовый расход эжектирующего газа через G_1 , эжектируемого — через G_2 . Отношение $G_2/G_1 = n$ называется *коэффициентом эжекции*. Его величина зависит от площадей сопел и давлений p_1^* и p_2^* . Смешиваемые в эжекторе газы могут первоначально различаться по температуре и химическому составу. Поперечные пульсационные компоненты скорости в пограничном слое на границе потоков приводят к взаимному внедрению частиц; на выходе из камеры смешения состояние смеси близко к однородному.

Процесс смешения потоков сопровождается потерями энергии. Помимо потерь на трение у стенок камеры смешения, имеют место потери, связанные с вихревой структурой потоков в турбулентном слое на границе струй. Они могут быть определены по разности кинетических энергий: суммарной энергии эжектирующего и эжектируемого потоков во входном сечении и энергии на выходе. Потери увеличиваются с возрастанием разности скоростей смешивающихся потоков.

При расчете эжектора применяются уравнения неразрывности, энергии и количества движения. При заданных условиях на входе эти три уравнения позволяют определить три параметра газа на выходе, например: температуру, давление и скорость. Полученные решения дают возможность выбрать оптимальный режим работы эжектора (например, такой, который обеспечивает получение заданного коэффициента эжекции при наивысшем полном давлении смеси).

Если эжектор работает при различных соотношениях исходных параметров газов, то его расход и коэффициент эжекции $n = G_2/G_1$ могут меняться. Зависимости между переменными параметрами эжектора называются его характеристиками. На рис. 6.7 представлена сетка полученных экспериментально характеристик эжектора с сужающимся эжектирующим соплом и цилиндрической камерой смешения, для которой отношение площадей $F_1/F_2 = 0,725$ и температуры торможения смешиваемых потоков одинаковы.



Характеристики показывают зависимость степени сжатия эжектируемого газа p_4^*/p_2^* от коэффициента эжекции n при нескольких значениях отношений p_1^*/p_2^* . Опытные точки, по которым построены характеристики, получены при постоянных давлениях p_1^* и p_2^* последовательным понижением статического давления на выходе из диффузора p_4 . При этом уменьшается статическое давление во входном сечении камеры смешения и возрастают скорость и расход эжектируемого газа, тогда как расход эжектирующего газа изменяется незначительно или вовсе не меняется. В результате увеличивается коэффициент эжекции n .

При критическом режиме, когда скорость эжектируемого газа в сечении запираания достигает скорости звука, коэффициент эжекции становится максимальным (для данного отношения p_1^*/p_2^*)

Рис. 6.7

и не изменяется с дальнейшим понижением давления на выходе из эжектора. Пунктирная линия на рис. 6.7, соединяющая предельные точки кривых $p_1^*/p_2^* = \text{const.}$ сетки характеристик, ограничивает область реальных режимов эжектора. С увеличением полных давлений p_1^*/p_2^* она приближается к оси ординат и при некотором значении $(p_1^*/p_2^*)_{\text{max}}$ пересекается с ней. Точка пересечения, в которой степень повышения давления p_4^*/p_2^* достигает минимума для данного эжектора, а коэффициент эжекции равен нулю, соответствует режиму запираания эжектора.

4. БЛОК КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

При выполнении контрольной работы рекомендуется придерживаться следующих указаний:

1. Переписать полностью текст каждой задачи для своего варианта, который выбирается по последней цифре шифра.

2. При решении каждой задачи необходимо пояснить словами вычисляемую величину, привести соответствующую формулу, найти неизвестную величину (в буквенном выражении), затем подставить в правую часть уравнения числовые значения и найти ответ.

3. Для каждой найденной величины надо указывать размерность (невыполнение этого требования равносильно ошибке).

4. Вычисления нужно производить с микрокалькулятором с точностью 0,1%. График должен быть вычерчен в масштабе, желательно на миллиметровой бумаге.

5. В ответах надо придерживаться терминов и обозначений, принятых в учебнике. Результаты решения должны быть представлены в единицах СИ.

6. Необходимые справочные данные содержатся в рекомендованной литературе [1, 4, 5]. Если при решении какая-либо величина берется из другого

справочника, надо назвать источник с указанием автора, года издания и страницы.

7. Решения следует писать разборчиво, оставляя поля для замечаний рецензента, страницы нумеровать. На титуле указываются фамилия, инициалы, специальность и шифр.

По согласованию с преподавателем, ведущим учебные занятия по курсу, в качестве контрольной работы или ее части может быть представлено решение конкретной технической задачи, стоящей перед студентом на производстве. Консультации по разработке и внедрению результатов обеспечивает кафедра.

Задача 1. В трубе диаметром $D_1 = 50$ мм, подающей воду в открытый бак с постоянным напором H (табл.4.1), установлена труба Вентури с диаметром горла $D_2 = 25$ мм (рис. 1). Атмосферное давление $p_a = 100$ кПа.

Определить, какой наибольший расход можно подавать в бак до появления кавитации в расходомере, если температура воды t . Каково будет при этом показание ртутного дифманометра Δh ?

[1], с. 9, 26-28.

Таблица 4.1

Параметры	Номер варианта и исходные данные									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
H , м	0,	0,	0,	0,	1,	1,	1,	1,	1,	2,
t , °C	0	20	40	60	80	0	20	40	60	80

Задача 2. Из открытого бака вода вытекает в атмосферу по горизонтальному трубопроводу, составленному из труб диаметром D_1 и D_2 (рис. 4.2, табл. 4.2), длины которых $l_1 = 20$ м, $l_2 = 40$ м. Трубы стальные новые, высота выступов шероховатости 0,1 мм, толщина стенки 3 мм. Расход воды Q , коэффициенты местного сопротивления: входа $\zeta_{вх} = 0,5$, резкого расширения $\zeta_{рр} = [(D_1/D_2)^2 - 1]^2$, крана $\zeta_{кр} = 1,0$. Определить напор в баке H и величину ударного давления Δp при мгновенном закрытии крана. Построить диаграмму уравнения Бернулли. Гидравлический коэффициент трения определить по графику приложения.

[1], с. 36...39, 41...44.

Рис. 4.1

Рис. 4.2

Таблица 4.2

Параметры	Номер варианта и исходные данные									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$Q \cdot 10^{-3},$ $\text{м}^3/\text{с}$	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7
$D_1, \text{мм}$	2	2	3	3	3	3	4	4	5	5
$D_2, \text{мм}$	4	5	4	5	5	6	6	7	7	8

Задача 3. В конденсаторе паротурбинной установки (рис. 4.3) охлаждающая вода проходит по двум последовательным ходам, каждый из которых содержит 250 параллельных латунных трубок длиной $L = 5$ м и внутренним диаметром $D = 14$ мм (рис. 4.3); размер выступов шероховатости 0,05 мм.

Определить потери напора в конденсаторе, если расход равен Q , температура воды t (табл. 4.3). Учитывать потери напора на трение в трубках, на вход ($\zeta_{\text{вх}} = 0,5$) и на выход ($\zeta_{\text{вых}} = 1,0$). Использовать график приложения для определения λ .

[1], с. 36...41.

Таблица 4.3

Параметры	Номер варианта и исходные данные									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$Q, \text{м}^3/\text{ч}$	62	61	60	59	58	57	56	55	54	53
$t, ^\circ\text{C}$	20	10	20	30	20	10	20	30	20	10

Рис. 4.3

Рис. 4.4

Задача 4. Воздух вытекает из баллона через сужающееся сопло диаметром D в атмосферу, атмосферное давление 100 кПа. Температура в баллоне 400 К, избыточное давление $p_{изб}$ (табл. 4.4). Определить скорость истечения, массовый расход и параметры воздуха на срезе сопла. Определить также скорость и параметры воздуха на выходе и диаметр выходного сечения сопла Лаваля, которое обеспечивает расчетное истечение и имеет диаметр горла D .

[1], с. 67...71.

Таблица 4.4

Параметры	Номер варианта и исходные данные									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
D , мм	5	10	15	5	10	15	5	10	15	5
$p_{изб}$, МПа	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

Задача 5. Плоская тонкая квадратная пластинка с размером стороны b обтекается продольно потоком воздуха нормальных параметров (рис. 4.4). Скорость потока w (табл. 4.5).

Вычислить толщину пограничного слоя у выходной кромки пластинки и определить силу сопротивления.

[1], с. 134...137.

Таблица 4.5

Параметры	Номер варианта и исходные данные									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
b , м	0,	0,	0,	0,	0,	1,	1,	1,	1,	1,4
w , м/с	55	60	65	70	75	80	85	90	95	10

Задача 6. Активная решетка прямых турбинных лопаток обтекается потоком воздуха (рис. 4.5). Угол входа потока $\beta_1 = 19,5^\circ$, угол выхода $\beta_2 = 20,6^\circ$, хорда лопатки $b = 25,7$ мм, относительный шаг решетки $t = t/b = 0,6$. Исходные данные приведены в табл. 6.

Определить параметры потока за решеткой, силы, действующие на одиночную лопатку, и построить диаграмму сил.

[1], с. 14...18, 51...55.

Таблица 4.6

Параметры	Номер варианта и исходные данные									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
p_1 , МПа	2,	2,	2,	2,	2,	2,	2,	2,	2,	2,
p_2 , МПа	2,	2,	2,	2,	2,	2,	2,	2,	2,	2,
w_1 , м/с	24	23	23	22	22	21	21	20	20	19
T_1 , К	62	62	63	63	64	64	65	65	66	66

Рис. 4.5

4.2. ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

ТЕСТ 1

1. Как изменяется вязкость газов при повышении температуры?

1. Не изменяется
2. Увеличивается
3. Уменьшается
4. Приближается к нулю

2. Как изменяется вязкость несжимаемой жидкости при повышении температуры?

1. Не изменяется
2. Увеличивается
3. Уменьшается
4. Приближается к нулю

3. Как перевести единицы давления – атмосферы в паскали? 1 ат равна:

1. 1 Па
2. 1 МПа
3. Примерно 0,1 МПа
4. 760 мм рт.ст.

4. Чему равно абсолютное давление?

1. Манометрическому
2. Атмосферному
3. Манометрическому плюс атмосферное

4. Динамическому

5. Какой закон сохранения выражает уравнение Бернулли?

1. Массы

2. Энергии

3. Количества движения

4. Момент количества движения

6. Для чего применяется трубка Пито?

1. Для измерения статического давления

2. Для измерения атмосферного давления

3. Для измерения направления течения

4. Для измерения скорости течения

7. В каком случае истечения имеет место наибольший расход при одинаковом наименьшем сечении?

1. Через круглое отверстие

2. Через цилиндрический насадок

3. Через сужающийся насадок

4. Через расширяющийся насадок

8. На каком принципе работает расходомерное сопло Вентури?

1. На связи перепада давления со скоростью течения

2. На доплеровском эффекте

3. На измерении электродвижущей силы

4. На показаниях механического измерителя (вертушки)

9. Что такое кавитация?

1. Выделение пузырьков растворенного воздуха

2. Выделение пузырьков пара

3. Турбулизация течения

4. Выделение пузырьков пара в области пониженного давления и схлопывание (конденсация) в области повышения давления

10. При каком течении больше потери напора?

1. При ламинарном

2. При турбулентном

3. При переходном

4. Потери напора не зависят от режима течения

11. От чего зависит гидравлический коэффициент трения λ в формуле Дарси?

1. От длины трубы

2. От числа Рейнольдса

3. От относительной шероховатости

4. От числа Рейнольдса и относительной шероховатости

12. Какие потери энергии учитывает коэффициент местного сопротивления ζ ?

1. Из-за вихреобразования в местах изменения геометрии потока

2. Из-за увеличения вязкости жидкости

3. Из-за увеличения поверхности, где действует сила вязкого трения

4. Из-за изменения направления потока

13. Как зависит сила давления струи на преграду от скорости струи?

1. Не зависит

2. Пропорциональна скорости

3. Пропорциональна квадрату скорости

4. Пропорциональна корню квадратному из скорости

14. Что такое гидравлический удар в трубах?

1. Резкое изменение давления при изменении скорости течения
2. Заполнение трубопровода жидкостью
3. Выделение из жидкости растворенного воздуха
4. Холодное кипение жидкости

15. Какой порядок имеет скорость ударной волны в стальных трубах?

1. 1 м/с
2. 10 м/с
3. 100 м/с
4. 1000 м/с

16. Какой способ защиты трубопроводов от гидроудара следует из теории

Н.Е. Жуковского?

1. Установка предохранительных клапанов
2. Установка воздушных колпаков
3. Плавное, медленное регулирование скорости течения
4. Применение уравнительных бассейнов

ТЕСТ 2

1. Что такое скорость звука?

1. Скорость распространения сильных волн давления
2. Скорость распространения слабых волн давления
3. Скорость течения газа
4. Скорость изменения параметров газа

2. Что такое критическая скорость газа?

1. Скорость газа на срезе сопла
2. Скорость газа, равная скорости звука в нем
3. Дозвуковая скорость газа
4. Сверхзвуковая скорость газа

3. Что происходит со сверхзвуковой скоростью газа при расширении канала? Она:

1. Уменьшается
2. Не изменяется
3. Увеличивается
4. Стремится к бесконечности

4. Что такое параметры торможения газового потока?

1. Параметры газа в местах потока, где скорость обращается в нуль
2. Параметры газа при медленном уменьшении скорости
3. Параметры газа за прямым скачком уплотнения
4. Параметры газа за косым скачком уплотнения

5. От чего зависит массовый расход газа при истечении из бака в атмосферу?

1. От давления в баке и площади сечения сопла
2. От давления и температуры в баке
3. От давлений в баке и в атмосфере, от температуры в баке и от площади сечения сопла
4. От давления в баке и от давления и температуры в атмосфере

6. Что происходит при расширении сверхзвукового потока?

1. Параметры газа не изменяются.
2. Плотность и температура увеличиваются.

3. Плотность и температура уменьшаются.

4. Энтропия возрастает.

7. В каком скачке уплотнения сильнее изменяются параметры газа?

1. В прямом

2. В косом

3. В коническом

4. В системе слабых скачков

8. Какое течение называется безвихревым?

1. Когда линии тока – параллельные прямые

2. Когда линии тока – расходящиеся прямые

3. Когда линии тока не искривляются.

4. Когда угловая скорость вращения равна нулю

9. Что такое циркуляция скорости?

1. Угловая скорость вращения тела в жидкости

2. Окружная скорость вращения тела в жидкости

3. Интеграл от произведений касательной скорости на элемент дуги контура

4. Интеграл от произведений скорости на элемент дуги линии тока

10. Что такое потенциал скорости?

1. Функция, производные которой по осям равны составляющим скорости

2. Функция, которая остается постоянной вдоль линии тока

3. Угловая скорость вращения жидкой частицы

4. Циркуляция скорости

11. Что такое метод ЭГДА?

1. Исследование электропроводности жидкости

2. Исследование поля течения на электрической модели

3. Электролиз воды

4. Исследование гидроэлектростанций

12. Что такое циркуляция скорости Γ по контуру l ?

1. Угловая скорость вращения частиц внутри контура

2. Скорость частиц на контуре w_l

3. Разность скоростей w_l на верхней и нижней частях контура

4. Сумма произведений $w_l dl$ при обходе контура

13. Почему при обтекании крыла циркуляция не равна нулю?

1. Потому что скорости на спинке крыла больше, чем на нижней поверхности

2. Потому что крыло – это удобообтекаемое тело

3. Потому что крыло имеет малую силу сопротивления

4. Потому что крыльями машут

14. Какой вид имеет формула Н.Е. Жуковского для подъемной силы крыла?

1. $R_y = \rho w_\infty \Gamma L$

2. $R_y = \rho w_\infty L$

3. $R_y = w_\infty \Gamma L$

4. $R_y = \rho \Gamma L$

ТЕСТ 3

1. Какой формулой определяется сила сопротивления при обтекании тела?

$$1. R_x = C_x F \rho w^2 / 2$$

$$2. R_x = C_x F \rho w^2$$

$$3. R_x = \rho w^2 / 2$$

$$4. R_x = C_x \rho w^2 / 2$$

2. Что такое толщина пограничного слоя?

1. Толщина слоя, где скорость не меняется

2. Толщина слоя, где скорость меняется по линейному закону

3. Толщина слоя, где скорость меняется от нуля на стенке до скорости внешнего потока

4. Толщина слоя, где ламинарное течение переходит в турбулентное

3. Какие факторы влияют на турбулизацию пограничного слоя?

1. Материал стенки

2. Шероховатость стенки и уровень турбулентности потока

3. Шероховатость стенки

4. Уровень турбулентности потока

4. Почему происходит отрыв пограничного слоя на плохообтекаемых телах?

1. Из-за шероховатости стенки

2. Из-за быстрого роста давления в кормовой части обтекаемого тела

3. Из-за турбулентности потока

4. Из-за перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный

5. Почему резко уменьшается подъемная сила крыла при закритических углах атаки?

1. Из-за отрыва пограничного слоя на спинке

2. Из-за турбулизации потока

3. Из-за перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный

4. Из-за шероховатости поверхности крыла

6. По какой формуле нужно определять подъемную силу крыла при больших углах атаки?

$$1. R_y = C_y F \rho w^2 / 2$$

$$2. R_y = \rho w \Gamma L$$

3. По обеим вышеприведенным

$$4. R_y = \rho w^2 / 2$$

7. Какой критерий подобия является определяющим при моделировании волнового сопротивления судна?

1. Число Рейнольдса

2. Число Фруда

3. Число Маха

4. Число Струхала

8. Что такое шаг лопаточной решетки турбомашин?

1. Длина лопатки

2. Хорда лопатки

3. Наименьшее расстояние между лопатками

4. Расстояние между сходственными точками соседних лопаток

9. От чего зависит сила, действующая на одиночную лопатку решетки?

1. От давления на входе в решетку

2. От давления на выходе из решетки

3. От разности давлений на входе и выходе из решетки

4. От массового расхода в межлопаточном канале и разности фронтальных компонент скорости на входе и выходе из решетки

10. Что такое характеристики распыла жидкости?

1. Зависимости числа капель и плотности орошения от размеров капель
2. Затраты энергии на распыливание
3. Сравнение различных способов распыливания
4. Числа подобия Вебера и Лапласа

11. Что такое степень уширения диффузора?

1. Отношение диаметра входной части диффузора к его длине
2. Отношение площади выходной части диффузора к его длине
3. Отношение выходной площади диффузора к входной площади
4. Отношение скорости газа на входе в диффузор к скорости на выходе

12. Для чего применяются эжекторы в паротурбинных установках?

1. Для уменьшения влажности пара
2. Для понижения давления в конденсаторе и удаления неконденсирующихся газов
3. Для промывки оборудования
4. Для предохранения турбины от перегрузок

ГЛОССАРИЙ (СЛОВАРЬ ТЕРМИНОВ)

Бернулли уравнение – уравнение, выражающее закон сохранения энергии в текущей жидкости.

Вентури расходомер - устройство для измерения расхода жидкости.

Волна разрежения – плавное понижение давления при увеличении скорости в газовом потоке

Вязкость – свойство жидкостей оказывать сопротивление сдвигающим усилиям. Размерность кинематического коэффициента вязкости – $\text{м}^2/\text{с}$.

Гидравлический удар в трубе – резкое повышение давления при снижении скорости течения жидкости.

Гидромашины (насосы, гидротурбины) – машины, в которых энергия переносится жидкостью.

Диффузор – расширяющаяся часть трубы, в которой уменьшается скорость течения и растет давление.

Кавитация – образование пузырьков, заполненных парами и газами, выделившимися из текущей жидкости.

Капельные (несжимаемые) жидкости – жидкости, почти не меняющие объема при изменении давления.

Лаваля сопло позволяет получать на выходе сверхзвуковую скорость газа.

Линия тока – линия, в каждой точке которой вектор скорости течения направлен по касательной к ней.

Лопаточная решетка турбомашин – система каналов, проходя через которую поток меняет направление, скорость и давление.

Маха число – критерий подобия для течений газа.

Пито трубка – устройство для измерения скорости течения.

Плотность – масса жидкости в единице объема. Размерность $\text{кг}/\text{м}^3$.

Поверхностное натяжение – сила, действующая на единицу длины поверхности раздела жидкой и газообразной фаз. Эта сила стремится сократить эту поверхность до минимума. Размерность Н/м.

Потенциал скорости – функция, частные производные которой по координатным осям равны соответствующим составляющим скорости.

Расход жидкости – объем жидкости, протекающей через некоторое сечение за одну секунду. Размерность м³/с.

Рейнольдса число – критерий подобия для течений вязкой жидкости.

Сжимаемость – уменьшение объема жидкости при увеличении давления.

Скачек уплотнения – резкое увеличение давления в газовом потоке

Струхала число – критерий подобия для периодических движений в жидкости.

Тепловое расширение жидкостей – изменение плотности при изменении температуры.

Установившееся течение – движение жидкости, в котором скорость и давление в любой точке не изменяются во времени.

Фруда число – критерий подобия для течений жидкости в поле силы тяжести.

Функция тока – функция от координат, сохраняющая постоянное значение вдоль линии тока.

Центр давления – точка приложения равнодействующей сил давления.

Эжектор – струйный аппарат для отсасывания газов.

Элементарная струйка – струйка жидкости, поверхность которой образована линиями тока, проходящими через малый контур.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Информация о дисциплине	3
1.1. Предисловие	3
1.2. Содержание дисциплины и виды учебной работы	4
2. Рабочие учебные материалы	5
2.1. Рабочая программа	5
2.2. Тематический план дисциплины	8
2.3. Структурно-логическая схема дисциплины	10
2.4. Временной график изучения дисциплины	11
2.5. Практический блок	11
3. Информационные ресурсы дисциплины	12
3.1. Библиографический список	12
3.2. Опорный конспект	13
Введение. Гидростатика	13
Гидравлика	21
Газодинамика	59
Динамика идеальной жидкости	68
Динамика реальной жидкости	83

Специальные задачи гидрогазодинамики	83
4. Блок контроля изучения дисциплины	97
4.1. Контрольная работа	97
4.2. Тестовые задания	101
Глоссарий	106

Лабейш Владимир Георгиевич

гидрогазодинамика

Учебно-методический комплекс. Информация о дисциплине. Рабочие учебные материалы. Информационные ресурсы дисциплины. Блок контроля усвоения дисциплины.

Редактор Т.В.Шабанова.

Сводный темплан 2007 г.

Лицензия ЛР № 020308 от 14.02.97

Санитарно-эпидемиологическое заключение №

78.01.07.953.П.005641.11.03

от 21.11.2003 г.

Подписано в печать

Формат 60x84 1/16

Б. кн.-журн.

П.л.

Б.л.

Изд-во СЗТУ

Тираж

Заказ

Северо-Западный государственный заочный технический университет

Издательство СЗТУ, член Издательско-полиграфической ассоциации

Университетов России

191186, Санкт-Петербург, ул. Миллионная, д.5