ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №1
ПО КУРСУ "ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА"
2 образование, специальности ИУ 3, 5 , 6

Задача 1

Для заданного теоретико-множественного тождества:

а) проиллюстрировать тождество диаграммой Эйлера — Венна;

б) проверить тождество методом эквивалентных преобразований или методом характеристических функций.

№ вар.	Тождество	№ вар.	Тождество
1	$A\setminus(B\cup C)=(A\setminus B)\cap(A\setminus C)$	16	$(A\cup(A\triangle B)\cup(A\triangle C))\setminus((B\cup C)\cap\overline{A})=A$
2	$A\cap(B\setminus C)=(A\cap B)\setminus(A\cap C)$	17	$(A\setminus B)\cap(A\setminus C)=(A\triangle(B\cup C))\setminus(B\cup C)$
3	$(A\setminus B)\setminus C=(A\setminus C)\setminus(B\setminus C)$	18	$(A\cap B\cap\overline{C})\triangle(A\cap B\cap C)=A\cap B$
4	$A\cap(B\setminus C)=(A\cap B)\setminus C$	19	$(A\setminus B)\triangle(A\setminus C)=(A\cap\overline{B}\cap C)\cup(A\cap\overline{C}\cap B)$
5	$A\setminus(B\setminus C)=(A\setminus B)\cup(A\cap C)$	20	$(A\cup B)\triangle(A\cup C)=\overline{A}\cap((B\cap\overline{C})\cup(\overline{B}\cap C))$
6	$A\setminus(A\setminus B)=A\cap B$	21	$(A\triangle B)\setminus(A\cup C)=B\cap\overline{A}\cap\overline{C}$
7	$A\cup(B\setminus C)=(A\cup B)\cap(A\cup\overline{C})$	22	$(A\cup B)\triangle(A\cap B)=A\triangle B$
8	$A\setminus(B\cup C)=(A\setminus B)\setminus C$	23	$(A\setminus B)\triangle(B\setminus C)=(A\cap\overline{B}\cup(\overline{A}\cap B\cap\overline{C})$
9	$A\setminus(B\cap C)=(A\setminus B)\cup(A\setminus C)$	24	$((A\setminus B)\setminus C)\triangle(B\cup C)=A\cap\overline{B}\cap\overline{C}\cup(B\cup C)$
10	$(A\cap B)\setminus(A\cap C)=(A\setminus B)\setminus C$	25	$((A\triangle B)\cup(A\triangle C))\setminus(B\cup C)=(A\setminus B)\setminus C$
11	$A\cup B=A\triangle B\triangle(A\cap B)$	26	$(A\triangle B)\cap(B\triangle C)=(A\cap\overline{B}\cap C)\cup(\overline{A}\cap B\cap\overline{C})$
12	$(A\cap B)\cup(A\cap\overline{B})=(A\cup B)\cap(A\cup\overline{B})$	27	$(A\cup B)\triangle(A\setminus B)=B$
13	$(((A\cap B)\triangle A)\setminus A)\cup(C\triangle B)=(C\cup B)\setminus(C\cap B)$	28	$(A\setminus B)\triangle(A\cap B)=A$
14	$(A\cap B\cap C)\triangle(A\cup B)=((A\cup B)\setminus C)\cup(A\triangle B)$	29	$(A\triangle B)\triangle(B\triangle C)=A\triangle C$
15	$(A\cap\overline{B}\cap C)\cup(\overline{A}\cap\overline{B}\cap C)\cup(B\cap C)=C$	30	$A\cup B=(A\triangle B)\cup(A\cap B)$

Задача 2

Для заданных на множестве $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ бинарных отношений ρ и τ:

а) записать матрицы и построить графики;

б) найти композицию $\rho \circ \tau$;

в) исследовать свойства отношений ρ, τ и $\rho \circ \tau$ (рефлексивность, иррефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность).

№ вар.	ρ	τ
1	$\{(x,\ y)\colon (x+y) \neq 0 \pmod 2\}$	$\{(x,\ y)\colon -1 \leqslant x-y < 0\}$
2	$\{(x,\ y)\colon (x-y) = 0 \pmod 2\}$	$\{(x,\ y)\colon 2 \leqslant x \leqslant y-1\}$
3	$\{(x,\ y)\colon (2x+2y) \neq 0 \pmod 3\}$	$\{(x,\ y)\colon 2x-1 < y\}$
4	$\{(x,\ y)\colon xy \leqslant 8\}$	$\{(x,\ y)\colon \|x-y\| \leqslant 1\}$
5	$\{(x,\ y)\colon x(6-y) \leqslant 8\}$	$\{(x,\ y)\colon \|x-y\| > 2\}$
6	$\{(x,\ y)\colon \|x(3-y)\| \leqslant 3\}$	$\{(x,\ y)\colon x = 0 \pmod y\}$
7	$\{(x,\ y)\colon \|(3-x)(3-y)\| \leqslant 1\}$	$\{(x,\ y)\colon x+y < 5\}$
8	$\{(x,\ y)\colon \|(x-2)(y-2)\| \leqslant 1\}$	$\{(x,\ y)\colon 2x \geqslant 3y\}$
9	$\{(x,\ y)\colon 5 \leqslant x+y \leqslant 8\}$	$\{(x,\ y)\colon 4 \leqslant xy \leqslant 6\}$
10	$\{(x,\ y)\colon \|x-y\| < 2\}$	$\{(x,\ y)\colon 2 < x+y \leqslant 5\}$
11	$\{(x,\ y)\colon 2 \leqslant \|x-2y\| \leqslant 4\}$	$\{(x,\ y)\colon (x+y+1) = 0 \pmod 2\}$
12	$\{(x,\ y)\colon (7x-2y) \neq 0 \pmod 4\}$	$\{(x,\ y)\colon x-y \geqslant 2\}$
13	$\{(x,\ y)\colon \|(4-x)(2-y)\| \leqslant 1\}$	$\{(x,\ y)\colon 1 \leqslant (x-2)y < 8\}$
14	$\{(x,\ y)\colon x \geqslant y+1\}$	$\{(x,\ y)\colon (4-x)(4-y) \leqslant 1\}$
15	$\{(x,\ y)\colon y > x+1\}$	$\{(x,\ y)\colon \|x-y\| \leqslant 1\}$
16	$\{(x,\ y)\colon (x+y) \neq 0 \pmod 2\}$	$\{(x,\ y)\colon 6 \leqslant xy \leqslant 12\}$
17	$\{(x,\ y)\colon (x+y) = 0 \pmod 2\}$	$\{(x,\ y)\colon 2 \leqslant y \leqslant x-1\}$
18	$\{(x,\ y)\colon x-y < 0\}$	$\{(x,\ y)\colon 4 \leqslant xy \leqslant 9\}$
19	$\{(x,\ y)\colon \|x-y\| \leqslant 1\}$	$\{(x,\ y)\colon x(y-2) \leqslant 3,\ x \neq y\}$
20	$\{(x,\ y)\colon \|x-y\| \geqslant 2\}$	$\{(x,\ y)\colon x(6-y) \leqslant 8,\ x \neq y\}$
21	$\{(x,\ y)\colon y = 0 \pmod x\}$	$\{(x,\ y)\colon (5-x)(5-y) \leqslant 5\}$
22	$\{(x,\ y)\colon x+y \leqslant 7\}$	$\{(x,\ y)\colon \|(x-3)(5-y)\| \leqslant 1\}$
23	$\{(x,\ y)\colon 3x \leqslant 2y\}$	$\{(x,\ y)\colon 1 \leqslant \|(2-x)(2-y)\| \leqslant 3\}$
24	$\{(x,\ y)\colon 2 \leqslant xy \leqslant 5\}$	$\{(x,\ y)\colon 2 \leqslant x \leqslant y^2-3\}$
25	$\{(x,\ y)\colon 3 < x+y < 6\}$	$\{(x,\ y)\colon \|x-y^2\| \leqslant 2\}$
26	$\{(x,\ y)\colon x+y+2 = 0 \pmod 3\}$	$\{(x,\ y)\colon 3 \leqslant \|x^2-y\| \leqslant 5\}$
27	$\{(x,\ y)\colon x-y+1 = 0 \pmod 3\}$	$\{(x,\ y)\colon 0 \leqslant x^2-xy \leqslant 9\}$
28	$\{(x,\ y)\colon 0 \leqslant xy \leqslant 8\}$	$\{(x,\ y)\colon \|(5-x)(y^2-3)\| \geqslant 14\}$
29	$\{(x,\ y)\colon 0 \leqslant (2-x)(2-y) \leqslant 9\}$	$\{(x,\ y)\colon 1{,}5x-y \leqslant 0\}$
30	$\{(x,\ y)\colon 2 \leqslant (x-1)(y-1) \leqslant 6\}$	$\{(x,\ y)\colon 0{,}5y-x \leqslant -3\}$

Задача 3

Пусть H — подгруппа, порожденная элементом b в мультипликативной группе $z_p^{\odot}$ вычетов по модулю p, а gH — класс смежности группы $z_p^{\odot}$ по подгруппе H с представителем g.

а) Вычислить подгруппу H и смежный класс gH.

б) Каждый элемент класса gH представить в виде двоичного числа длины 7.

в) На множестве полученных векторов построить диаграмму Хассе для отношения порядка

$$(\alpha_1, \ldots, \alpha_n) \preccurlyeq (\beta_1, \ldots, \beta_n) \Leftrightarrow (\alpha_1 \leq \beta_1) \wedge \ldots \wedge (\alpha_n \leq \beta_n).$$

Выписать любые три максимальные цепи и антицепи и указать их на диаграмме Хассе.

Вариант 1. $p = 97$, $b = 8$, $g = 2$.
Вариант 2. $p = 97$, $b = 8$, $g = 3$.
Вариант 3. $p = 97$, $b = 8$, $g = 4$.
Вариант 4. $p = 97$, $b = 8$, $g = 5$.
Вариант 5. $p = 97$, $b = 8$, $g = 6$.
Вариант 6. $p = 97$, $b = 8$, $g = 7$.
Вариант 7. $p = 97$, $b = 8$, $g = 8$.
Вариант 8. $p = 97$, $b = 8$, $g = 9$.
Вариант 9. $p = 97$, $b = 8$, $g = 10$.
Вариант 10. $p = 97$, $b = 8$, $g = 11$.
Вариант 11. $p = 79$, $b = 18$, $g = 11$.
Вариант 12. $p = 79$, $b = 18$, $g = 2$.
Вариант 13. $p = 79$, $b = 18$, $g = 3$.
Вариант 14. $p = 79$, $b = 18$, $g = 4$.
Вариант 15. $p = 79$, $b = 18$, $g = 5$.
Вариант 16. $p = 79$, $b = 18$, $g = 6$.
Вариант 17. $p = 79$, $b = 18$, $g = 7$.
Вариант 18. $p = 79$, $b = 18$, $g = 8$.
Вариант 19. $p = 79$, $b = 18$, $g = 9$.
Вариант 20. $p = 79$, $b = 18$, $g = 10$.
Вариант 21. $p = 71$, $b = 51$, $g = 2$.
Вариант 22. $p = 71$, $b = 51$, $g = 3$.
Вариант 23. $p = 71$, $b = 51$, $g = 4$.
Вариант 24. $p = 71$, $b = 51$, $g = 5$.
Вариант 25. $p = 71$, $b = 51$, $g = 6$.
Вариант 26. $p = 71$, $b = 51$, $g = 7$.
Вариант 27. $p = 97$, $b = 8$, $g = 17$.
Вариант 28. $p = 97$, $b = 51$, $g = 18$.
Вариант 29. $p = 97$, $b = 51$, $g = 19$.
Вариант 30. $p = 97$, $b = 51$, $g = 12$.

Задача 4

Проверив аксиомы, установить, является ли заданная алгебра с двумя бинарными операциями полукольцом или кольцом. При этом:

а) для полукольца (не являющегося кольцом), проверить, является ли полукольцо коммутативным, идемпотентным, замкнутым;

б) для кольца проверить, будет ли оно булевым, есть ли в нем делители нуля, является ли кольцо полем.

Вариант 9. Множество матриц вида $\begin{pmatrix} a & \mathbb{O} \\ \mathbb{O} & b \end{pmatrix}$, где $a, b \in 2^{\{0,1\}}$, с операциями сложения и умножения матриц, причем операции сложения и умножения элементов выполняются в полукольце $\left(2^{\{0,1\}}, \cup, \cap\right)$.

Вариант 10. Множество упорядоченных пар (x, y), где $x, y \in 2^M$ (M — некоторое множество), с операциями сложения и умножения упорядоченных пар, определенных по следующим правилам:

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d); \quad (a, b) \cdot (c, d) = (ac, bd),$$

причем операции сложения и умножения элементов выполняются в кольце $\left(2^M, \triangle, \cap\right)$.

Вариант 11. Множество матриц вида $\begin{pmatrix} a & \mathbb{O} \\ \mathbb{O} & b \end{pmatrix}$, где $a, b \in \{0, 1\}$, с операциями сложения и умножения матриц, причем операции сложения и умножения элементов выполняются в полукольце $\mathcal{B}$.

Вариант 12. Множество чисел вида $x + \sqrt{2}y$, где x и y — рациональные числа, с обычными операциями сложения и умножения чисел.

Вариант 13. Множество матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ \mathbb{O} & c \end{pmatrix}$, где $a, b, c \in \{0, 1\}$ с операциями сложения и умножения матриц, причем операции сложения и умножения элементов выполняются в полукольце $(\{0, 1\}, \min, \max)$.

Вариант 14. Множество матриц вида $\begin{pmatrix} a & \mathbb{O} \\ b & c \end{pmatrix}$, где $a, b, c \in 2^{\{0,1\}}$, с операциями сложения и умножения матриц, причем операции сложения и умножения элементов выполняются в полукольце $\left(2^{\{0,1\}}, \cap, \cup\right)$.

Вариант 15. Множество чисел вида $x + \sqrt{3}y$, где x и y — рациональные числа, с обычными операциями сложения и умножения чисел.

Вариант 16. Множество упорядоченных пар (x, y), где $x, y \in \{0, 1\}$, с операциями сложения и умножения, определенных по следующим правилам:

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d); \quad (a, b) + (c, d) = (ac, bd),$$

причем операции сложения и умножения элементов выполняются в полукольце $(\{0, 1\}, \max, \min)$.

Вариант 17. Множество упорядоченных пар (x, y), где $x, y \in \{0, 1, 2, 3\}$, с операциями сложения и умножения упорядоченных пар, определенных по следующим правилам:

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d); \quad (a, b) \cdot (c, d) = (ac, bd),$$

причем операции сложения и умножения элементов выполняются в кольце $\mathbf{Z}_4$ вычетов по модулю 4.

Вариант 18. Множество матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, где $a, b, c, d \in \{0, 1, 2, 3\}$, с операциями сложения и умножения матриц, причем операции сложения и умножения элементов выполняются в кольце $\mathbf{Z}_4$ вычетов по модулю 4.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ
ПО КУРСУ "ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА"
3 курс 5 семестр
Специальности СУЦ 5,8

Задача 5

Для булевой функции f, заданной в таблице 1:

а) найти сокращенную ДНФ; б) найти ядро функции;

в) получить все тупиковые ДНФ и указать, какие из них являются минимальными;

г) на картах Карно указать ядро и покрытия, соответствующие минимальным ДНФ.

Таблица 1

N варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0 0 0 0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0 0 0 1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
0 0 1 0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1
0 0 1 1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
0 1 0 0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1
0 1 0 1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
0 1 1 0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1
0 1 1 1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1
1 0 0 0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1
1 0 0 1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0
1 0 1 0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1
1 0 1 1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0
1 1 0 0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1
1 1 0 1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1
1 1 1 0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0
1 1 1 1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1

N варианта	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
0 0 0 0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1
0 0 0 1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
0 0 1 0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0 0 1 1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1
0 1 0 0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1
0 1 0 1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0
0 1 1 0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0
0 1 1 1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
1 0 0 0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1
1 0 0 1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1
1 0 1 0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0
1 0 1 1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1
1 1 0 0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1
1 1 0 1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0
1 1 1 0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1
1 1 1 1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1

Задача 6

Даны функции f (таблица 2) и w (таблица 3).

а) Вычислить таблицу значений функции f. б) Найти минимальные ДНФ функций f и w.

в) Выяснить полноту системы $\{f, w\}$. Если система не полна, дополнить систему функцией g до полной системы.

Указание. Запрещается дополнять систему константами, отрицанием и базовыми функциями двух переменных ($\oplus$, $\vee$, $\wedge$, $|$, $\downarrow$ и т.д.) Не допускается дополнение функцией, образующей с f или w полную подсистему, кроме случаев, когда иное невозможно.

г) Из функциональных элементов, реализующих функции полной системы $\{f, w\}$ или $\{f, w, g\}$, построить функциональные элементы, реализующие базовые функции ($\vee$, $\wedge$, $\overline{}$, $0, 1$).

Таблица 2

№	$f(x_1, x_2, x_3)$	№	$f(x_1, x_2, x_3)$
1	$(x_2 \mid x_2 \vee x_3)(x_2 \downarrow \overline{x}_3) \vee (x_1 \oplus x_3)$	16	$\overline{((\overline{x}_2 \vee (\overline{x}_3 \Rightarrow \overline{x}_2)) \downarrow (x_1 \vee \overline{x}_3))} \Rightarrow (x_2 \sim x_3)$
2	$(((\overline{x}_1 \Rightarrow (\overline{x}_3 \Rightarrow x_1)) \downarrow (x_2 x_3)) \vee (\overline{x}_1 \downarrow x_3)$	17	$((\overline{x}_1 \vee x_2) \sim x_3) \sim (x_2 \sim x_3)) \Rightarrow (\overline{x}_1 \vee x_3)$
3	$(((x_3 \Rightarrow (x_1 \sim x_2)) \oplus (\overline{x}_3 \Rightarrow \overline{x}_1)) \Rightarrow (\overline{x}_2 \mid \overline{x}_3)$	18	$(x_1 \oplus (x_1 \vee \overline{x}_3))(x_2 \oplus \overline{x}_3) \sim \overline{x}_1 \overline{x}_3$
4	$(x_1 \overline{x}_2 x_3 \vee \overline{x}_2 \vee \overline{x}_3) \Rightarrow (x_1 \oplus x_3)$	19	$((\overline{x}_1 \vee x_2 \vee x_3) \Rightarrow (\overline{x}_2 \sim x_3)) \sim (x_1 \sim \overline{x}_3)$
5	$(x_1(x_1 \oplus \overline{x}_3) \Rightarrow (x_1 \sim \overline{x}_2)) \mid (x_1 \downarrow \overline{x}_2)$	20	$\overline{x}_1(x_1 \downarrow \overline{x}_2)(x_1 \oplus \overline{x}_3) \Rightarrow (x_2 \sim x_3)$
6	$(x_3 \Rightarrow (x_2 \sim \overline{x}_3)) \vee (x_1 \oplus \overline{x}_2) \oplus x_1 x_2$	21	$(((\overline{x}_1 \mid x_3) \oplus x_2) \Rightarrow (x_2 \Rightarrow \overline{x}_1)) \oplus \overline{x}_2 \oplus \overline{x}_3$
7	$(\overline{x}_1 \vee (\overline{x}_1 \oplus x_2) \vee x_2 \overline{x}_3) \mid (\overline{x}_1 \sim \overline{x}_3)$	22	$(\overline{x}_1 \oplus \overline{x}_3 \oplus x_3 \oplus (x_1 \sim \overline{x}_2)) \mid (x_1 \downarrow x_3)$
8	$\overline{((\overline{x}_2 \vee \overline{x}_3) \Rightarrow x_3) \Rightarrow \overline{(x_1 \sim \overline{x}_2)})} \downarrow (x_1 \sim x_3)$	23	$(\overline{x}_1(\overline{x}_2 \Rightarrow \overline{x}_1) \sim (x_2 \mid x_3)) \downarrow \overline{(x_1 \vee x_2)}$
9	$(x_1 \oplus x_3 \oplus (x_2 \mid x_2 x_3)) \mid (\overline{x}_1 \downarrow \overline{x}_3)$	24	$(((x_1 \oplus x_2) \vee x_2) \Rightarrow (\overline{x}_2 \mid x_3)) \vee (x_2 \oplus \overline{x}_3)$
10	$((x_1 \vee (x_2 \Rightarrow x_3)) \Rightarrow x_1 x_2) \vee (\overline{x}_1 \Rightarrow \overline{x}_3)$	25	$((x_1 \mid \overline{x}_3) \oplus (x_2 x_3 \vee \overline{x}_3)) \Rightarrow (x_2 \sim x_3)$
11	$((x_2 \Rightarrow (x_1 \oplus x_3)) \oplus (\overline{x}_2 \sim x_3)) \Rightarrow (\overline{x}_2 \mid \overline{x}_3)$	26	$((\overline{x}_1 \overline{x}_2 \vee \overline{x}_3) \oplus (\overline{x}_3 \Rightarrow \overline{x}_1)) \sim (\overline{x}_2 \mid \overline{x}_3)$
12	$\overline{x}_2 \overline{x}_3 \vee ((\overline{x}_3 \oplus (x_2 \Rightarrow x_1)) \Rightarrow (\overline{x}_1 \sim x_2))$	27	$(((\overline{x}_1 \Rightarrow (x_1 \sim \overline{x}_3)) \sim (\overline{x}_1 \downarrow \overline{x}_2)) \vee x_1$
13	$((\overline{x}_1 \Rightarrow (\overline{x}_2 \sim x_3)) \oplus (\overline{x}_1 \vee \overline{x}_2)) \vee (x_1 \oplus \overline{x}_2)$	28	$((x_1 \vee x_1 x_3) \oplus (x_2 \downarrow \overline{x}_3)) \Rightarrow (x_2 \sim x_3)$
14	$(\overline{x}_1 \vee \overline{x}_2 \vee \overline{x}_3 \vee (\overline{x}_3 \Rightarrow \overline{x}_1)) \sim \overline{(x_2 \downarrow x_3)}$	29	$((\overline{x}_3 \Rightarrow (x_2 \mid \overline{x}_3))(\overline{x}_1 \sim \overline{x}_3)) \sim (x_1 \sim x_2)$
15	$(\overline{x}_2 \vee x_2 \overline{x}_3)(\overline{x}_1 \oplus x_3) \oplus (\overline{x}_2 \Rightarrow \overline{x}_3)$	30	$x_1(\overline{x}_1 \mid x_3)(\overline{x}_1 \oplus \overline{x}_3) \Rightarrow (x_2 \sim x_3)$

Таблица 3

№	w	№	w	№	w
1	$(0,0,1,0,1,0,0,1)$	11	$(1,1,0,1,0,1,1,1)$	21	$(1,1,0,0,0,0,1,1)$
2	$(1,0,0,1,0,1,1,1)$	12	$(0,0,1,1,0,1,1,1)$	22	$(1,0,1,1,0,1,0,1)$
3	$(0,1,1,0,0,1,0,1)$	13	$(0,1,0,1,1,1,0,1)$	23	$(1,0,1,1,1,0,1,0)$
4	$(0,1,0,1,0,1,0,0)$	14	$(1,0,0,1,0,1,1,0)$	24	$(1,1,0,0,1,0,1,0)$
5	$(1,0,1,0,1,1,1,0)$	15	$(1,1,0,1,1,1,0,1)$	25	$(0,1,1,0,1,0,0,1)$
6	$(1,1,0,1,0,1,0,0)$	16	$(0,0,0,0,0,1,1,1)$	26	$(1,0,0,1,0,1,1,1)$
7	$(1,0,1,1,0,0,1,0)$	17	$(1,1,1,1,0,0,0,0)$	27	$(1,1,1,0,0,1,1,0)$
8	$(1,0,0,1,0,1,1,0)$	18	$(1,1,0,1,1,1,0,1)$	28	$(0,1,0,1,0,0,1,0)$
9	$(0,1,0,0,1,1,0,1)$	19	$(1,1,1,1,1,1,0,0)$	29	$(1,0,1,0,1,0,1,0)$
10	$(1,1,1,0,1,1,0,0)$	20	$(0,0,0,0,1,1,1,1)$	30	$(1,1,1,0,0,1,1,0)$

Задача 7

Автомат задан набором $(\{a, b\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, Q_s, Q_f)$, где $\{a, b\}$ — алфавит, Q_s — множество начальных состояний (входов), Q_f — множество конечных состояний (выходов), и списком дуг с метками, определяющих допустимые переходы. Запись $(i,\ j,\ a,\ b)$ означает, что дуга $(i,\ j)$, идущая из состояния q_i в состояние g_j, имеет две метки — a и b.

1. Построить граф автомата и найти язык L, допускаемый автоматом.
2. Детерминизировать автомат.
3. Построить графы автоматов, представляющих языки L_0, $L \cup L_0$, $L \circ L_0$ и L^*.
4. Из построенных графов удалить λ-переходы.

Вариант 1. Вход $Q_s = \{5\}$, выход $Q_f = \{1, 3\}$,
дуги: $(1,\ 2,\ a,\ b)$, $(5,\ 2,\ a)$, $(5,\ 1,\ a)$, $(4,\ 1,\ b)$, $(2,\ 4,\ b)$, $(3,\ 2,\ a)$, $(4,\ 3,\ a)$.
$L_0 = \{a^m b^n a \mid n, m \geq 0\}$.

Вариант 2. Вход $Q_s = \{1\}$, выход $Q_f = \{3, 5\}$,
дуги: $(1,\ 2,\ a)$, $(1,\ 4,\ b)$, $(1,\ 5,\ a)$, $(2,\ 3,\ a,\ b)$, $(3,\ 4,\ a)$, $(4,\ 5,\ a)$, $(5,\ 1,\ b)$, $(5,\ 2,\ b)$.
$L_0 = \{(ab)^m b^n a \mid n, m \geq 0\}$.

Вариант 3. Вход $Q_s = \{2\}$, выход $Q_f = \{3, 4\}$,
дуги: $(1,\ 2,\ a)$, $(1,\ 5,\ b)$, $(2,\ 5,\ b)$, $(2,\ 4,\ a)$, $(3,\ 2,\ a,\ b)$, $(4,\ 3,\ b)$, $(5,\ 4,\ a)$.
$L_0 = \{b^n (ab)^m a \mid n, m \geq 0\}$.

Вариант 4. Вход $Q_s = \{5\}$, выход $Q_f = \{1, 4\}$,
дуги: $(1,\ 2,\ a)$, $(1,\ 5,\ a)$, $(2,\ 4,\ a)$, $(3,\ 2,\ b)$, $(4,\ 1,\ b)$, $(5,\ 4,\ b)$, $(5,\ 3,\ b)$.
$L_0 = \{a^m (ba)^n b \mid n, m \geq 0\}$.

Вариант 5. Входы $Q_s = \{1\}$, выход $Q_f = \{3, 4\}$,
дуги: $(1,\ 5,\ a)$, $(2,\ 1,\ a)$, $(2,\ 4,\ b)$, $(3,\ 2,\ a)$, $(4,\ 3,\ a)$, $(5,\ 2,\ b)$, $(5,\ 4,\ b)$.
$L_0 = \{a^n (ba)^m a \mid n, m \geq 0\}$.

Вариант 6. Вход $Q_s = \{5\}$, выход $Q_f = \{2, 3\}$,
дуги: $(1,\ 2,\ a,\ b)$, $(1,\ 5,\ a)$, $(2,\ 3,\ b)$, $(2,\ 5,\ b)$, $(4,\ 1,\ b)$, $(4,\ 3,\ b)$, $(5,\ 4,\ a)$.
$L_0 = \{(ba)^m a^n b \mid n, m \geq 0\}$.

Вариант 7. Вход $Q_s = \{5\}$, выходы $Q_f = \{3, 4\}$,
дуги: $(1,\ 2,\ a)$, $(2,\ 2,\ b)$, $(2,\ 4,\ b)$, $(3,\ 4,\ b)$, $(4,\ 5,\ a)$, $(5,\ 1,\ b)$, $(5,\ 3,\ a)$,$(5,\ 2,\ a)$.
$L_0 = \{b^m (ab)^n a \mid m, n \geq 0\}$.

Вариант 8. Вход $Q_s = \{4\}$, выход $Q_f = \{1, 3\}$,
дуги: $(1,\ 5,\ a)$, $(1,\ 4,\ b)$, $(2,\ 1,\ a)$, $(3,\ 2,\ b)$, $(4,\ 3,\ a)$, $(5,\ 2,\ b)$, $(5,\ 4,\ a)$.
$L_0 = \{ab^n (ab)^m \mid m, n \geq 0\}$.

Вариант 9. Вход $Q_s = \{1\}$, выходы $Q_f = \{2, 4\}$,
дуги: $(1,\ 2,\ b)$, $(1,\ 5,\ a)$, $(2,\ 3,\ b)$, $(3,\ 4,\ a)$, $(4,\ 5,\ b)$, $(5,\ 2,\ a)$, $(5,\ 1,\ b)$.
$L_0 = \{b^n (aba)^m \mid m, n \geq 0\}$.

Вариант 10. Вход $Q_s = \{2\}$, выход $Q_f = \{3, 4\}$,
дуги: $(1,\ 2,\ b)$, $(1,\ 5,\ b)$, $(2,\ 5,\ a)$, $(2,\ 4,\ b)$, $(1,\ 3,\ a)$, $(3,\ 2,\ b)$, $(4,\ 3,\ a)$, $(5,\ 4,\ a)$.
$L_0 = \{ab^n (ab)^m \mid n, m \geq 0\}$.

Вариант 11. Вход $Q_s = \{5\}$, выход $Q_f = \{2, 4\}$,
дуги: $(1,\ 2,\ a,\ b)$, $(5,\ 2,\ a)$, $(5,\ 1,\ b)$, $(4,\ 1,\ a)$, $(2,\ 4,\ a)$, $(3,\ 2,\ a)$, $(4,\ 3,\ a)$.
$L_0 = \{ab^m a^n b \mid n, m \geq 0\}$.

Вариант 12. Вход $Q_s = \{1\}$, выход $Q_f = \{3, 5\}$,
дуги: $(1,\ 2,\ b)$, $(1,\ 4,\ a)$, $(1,\ 5,\ b)$, $(2,\ 3,\ a,\ b)$, $(3,\ 4,\ b)$, $(4,\ 5,\ b)$, $(5,\ 1,\ a)$, $(5,\ 2,\ a)$.
$L_0 = \{b^n ab^m \mid n, m \geq 0\}$.