

Дистанционный курс  
“Математика для заочников”

1 семестр

Контрольная работа по тематическому модулю “Введение в анализ”

**Задание 1.** Найти область определения  $D(f)$  функции  $y = f(x)$ .

**Задание 2.** Вычислить предел последовательности (раскрыть неопределенности).

**Задание 3.** Вычислить предел последовательности (раскрыть неопределенности).

**Задание 4.** Вычислить предел функции (раскрыть неопределенность  $(\infty/\infty)$ ).

**Задание 5.** Вычислить предел функции (раскрыть неопределенность  $(0/0)$ ).

**Задание 6.** Вычислить предел функции (раскрыть неопределенность  $(0/0)$ ).

**Задание 7.** Раскрыть неопределенность  $(0/0)$ , используя первый замечательный предел, следствия из него

$$\alpha(x) \sim \sin \alpha(x) \sim \arcsin \alpha(x) \sim \operatorname{tg} \alpha(x) \sim \operatorname{arctg} \alpha(x) \text{ при } \alpha(x) \rightarrow 0.$$

**Задание 8.** Раскрыть неопределенность  $(1)^\infty$ , используя второй замечательный предел

или его обобщение  $\lim_{\alpha(x) \rightarrow 0} (1 + \alpha(x))^{\frac{1}{\alpha(x)}} = e$ .

**Задание 9.** Вычислить предел функции.

**Задание 10.** Исследовать функцию  $f(x)$  на непрерывность, найти точки разрывов функции, указать их тип, найти асимптоты (горизонтальные, вертикальные). Построить схематически график функции.

## Вариант 0

- 1  $f(x) = \sqrt{\frac{x-3}{(x-1)(x+2)}}$
- 2  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3n - n^3}{1 + n + 2n^3}$
- 3  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n)! + (n+1)!}{(n+1)!}$
- 4  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 4x - 1}{6x^3 - 2x^2 + 3x}$
- 5  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - x - 20}{2x^2 - 5x - 25}$
- 6  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+9} - 3}{1 - \sqrt{x+1}}$
- 7  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x) \cdot (1 - \cos x)}{x^3 \cdot \arcsin x}$
- 8  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4 + 2x}{5 + 2x} \right)^x$
- 9  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4x}$
- 10  $f(x) = 1 + e^{1/(x-2)}$

## Вариант 1

1  $f(x) = \sqrt{6x - x^2 - 5} + \ln(x - 2)$

2  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 + 2n - 4}{n^3 + 3n^4}$

3  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n - 3^{n+1}}$

4  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 7x^2 - 2x^5}{3x^5 - 4x^4 + 7}$

5  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 2x - 8}{x^3 - 8}$

6  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x-2} - 1}$

7  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(8x)}{1 - \cos(4x)}$

8  $\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 5)^{\frac{x}{x-2}}$

9  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10x}{e^{x^2} - 1}$

10  $f(x) = 3^{\frac{2}{x^2}} - 1$

## Вариант 2

- 1  $f(x) = \sqrt{25 - x^2} - \frac{1}{x-1}$
- 2  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + 3n^3}{2n^3 + n^2 + 2}$
- 3  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! - (n+1)!}{(n+1)!}$
- 4  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 3x^2 - 4x + 1}{2x^4 + 3x + 1}$
- 5  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x - 2}{3x^2 - 4x + 1}$
- 6  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-2x}}{x + x^2}$
- 7  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{2 \sin x^2}$
- 8  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-2}{3x+1} \right)^x$
- 9  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{2x} - 1}{\ln(1 + \arcsin 3x)}$
- 10  $f(x) = \ln \left( \frac{x}{x-1} \right)$

### Вариант 3

- 1  $f(x) = \sqrt[4]{\frac{x^2 - 9}{x + 1}}$
- 2  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)^2 + 1}{n^3 + 3n - 2}$
- 3  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1)}{1 + 2 + 3 + \dots + n}$
- 4  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 3x - 4}{3x^3 + 2x - 1}$
- 5  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 5x + 6}$
- 6  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{5x} - x}{(x-5)^2}$
- 7  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x \cdot \sin 2x}$
- 8  $\lim_{x \rightarrow 1} (3 - 2x)^{\frac{x}{1-x}}$
- 9  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\operatorname{tg} x} - 1}{\ln(1 + \sin x)}$
- 10  $f(x) = \frac{x}{x^3 - 1}$

## Вариант 4

- 1  $f(x) = \log_2 \left( \frac{2x+1}{x+1} \right)$
- 2  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - n^3}{(n+1)^2 + n^2}$
- 3  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n}{n^2 - n + 1}$
- 4  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 4x + 1}{3x^3 - x^4 + 2x}$
- 5  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 2x - 4}{x^2 - 4}$
- 6  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{x}}$
- 7  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x \cdot \operatorname{tg} x}$
- 8  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^2 + 5x}{3x^2 - 1} \right)^x$
- 9  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+4x)}{2^{\sin 4x} - 1}$
- 10  $f(x) = 1 + \left( \frac{x+2}{x-1} \right)^2$

**Вариант 5**

- 1  $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x^2 - 16}} + \ln(2x - 6)$
- 2  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - 8n + 1}{n^3 + 4n^2 - 1}$
- 3  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + 2 + 4 + \dots + 2^n}$
- 4  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 5x^3 + 2x^4}{x^4 + x^3 - 2}$
- 5  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^3 - 9x - 6}{x^2 - 4x + 4}$
- 6  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{x}}$
- 7  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(2x^2)}{1 - \cos 4x}$
- 8  $\lim_{x \rightarrow 1} (2 - x)^{\frac{2x}{1-x}}$
- 9  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{2x}}{\sin 3x - \operatorname{tg} 2x}$
- 10  $f(x) = 2^{\frac{1}{x-1}} - 2$

**Вариант 6**

- 1  $f(x) = \sqrt{\frac{x-4}{(x+1)(x-2)}}$
- 2  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 3n^2 + 1}{(n+1)^2 - n^3}$
- 3  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 5^{n+2}}{2^{n+2} + 5^{n+1}}$
- 4  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 3x + 4x^2}{6 - 8x + 2x^2}$
- 5  $\lim_{x \rightarrow (-3)} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 + 4x^2 + 3x}$
- 6  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x-3}$
- 7  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\operatorname{arctg} 2x}$
- 8  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+3}{2x-1} \right)^x$
- 9  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln^2(1 + \sqrt{x})}{e^{\sin x} - 1}$
- 10  $f(x) = 2e^{\frac{1}{x-3}} - 1$



**Вариант 7**

- 1  $f(x) = \arcsin(x/4) + \sqrt{x^2 - 2x}$
- 2  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^2 - 3n}{n^3 - n^2 + 1}$
- 3  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n-1} + 2^{n+1}}{3^{n-1} - 2^n}$
- 4  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 2x + 3x^2}{5 + 7x - 4x^2}$
- 5  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{x^3 - 5x - 12}$
- 6  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \sqrt{2x - 3}}{2 - x}$
- 7  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\operatorname{arctg}^2 x}$
- 8  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{2x + 3}{5x} \right)^{\frac{x}{x-1}}$
- 9  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{3x}}{\sin 3x - \operatorname{tg} 2x}$
- 10  $f(x) = 3^{\frac{1}{(x-1)^2}} - 1$

## Вариант 8

- 1  $f(x) = \ln\left(\frac{x^2 - 5x}{x + 3}\right)$
- 2  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - n^2 + 3n}{n^3 - 2n^2 + 1}$
- 3  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)! + (n+1)!}{(n+2)!}$
- 4  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - 4x^2 - x^4}{1 + x + 2x^4}$
- 5  $\lim_{x \rightarrow (-3)} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3}$
- 6  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1+3x} - 2}{1 - \sqrt{x}}$
- 7  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{\operatorname{tg}^2 2x}$
- 8  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x^2 - 1}\right)^{2x}$
- 9  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{\sin^2 x} - 1}{\ln(1 + x^2 - x)}$
- 10  $f(x) = e^{\frac{1}{x^3}} - 2$

## Вариант 9

- 1  $f(x) = \sqrt{x} \cdot \arcsin\left(\frac{x-3}{2}\right)$
- 2  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2(n-1)^2 - n^2}{2n^2 + 3n}$
- 3  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+1} - 3^n}{4^n + 2^{n-1}}$
- 4  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - x + x^2 - 3x^3}{2x^3 - x - 3}$
- 5  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^3 + 7x - 38}{3x - 6}$
- 6  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{3 + 2x} - \sqrt{4 + x}}$
- 7  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 2x}{x^2}$
- 8  $\lim_{x \rightarrow 2} (3 - x)^{\frac{x}{x-2}}$
- 9  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos 2x)}{3^x - 1}$
- 10  $f(x) = 2 - \frac{x+2}{x-1}$