ОГЛАВЛЕНИЕ

МЕХАНИКА.

Тема 1. Кинематика точки.

Основные формулы и законы.

Задача состоит в том, чтобы описать движение материальной точки (м.т.), т.е. указать для каждого момента времени ту точку системы отсчета, с которой м.т. в этот момент времени совпадает. При своем движении м.т. проходит непрерывную последовательность точек системы отсчета, называемую траекторией движения.

Движение описывают:

а) в координатной форме:

$x_1 = x_1(t);\ x_2 = x_2(t);\ x_3 = x_3(t).$

Например, в декартовой системе координат:

$x_1 = x(t);\ x_2 = y(t);\ x_3 = z(t).$

б) в векторной форме:

$\vec{r} = \vec{r}(t).$

Формула этого вида определяет векторную функцию скалярного аргумента.

в) с помощью параметров траектории:

$S = S(t).$

Если траектория задана, то задача сводится к указанию закона движения вдоль нее.

$\vec{\upsilon} = \vec{i}\frac{dx}{dt} + \vec{j}\frac{dy}{dt} + \vec{k}\frac{dy}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\tau}\cdot\frac{dS}{dt}$ - вектор мгновенной (линейной) скорости; $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$ - его компоненты в декартовой системе координат, $\vec{\tau}$ - единичный вектор, касательный к траектории в данной точке.

$\upsilon = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} = \frac{dS}{dt}$ - модуль мгновенной скорости,

$\vec{a} = \vec{i}\,\frac{d^2x}{dt^2} + \vec{j}\,\frac{d^2y}{dt^2} + \vec{k}\,\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{\tau}\,\frac{d\upsilon}{dt} + \vec{n}\,\frac{\upsilon^2}{R}$ - вектор мгновенного ускорения; $\vec{n}$ - единичный вектор, направленный по главной нормали к центру кривизны траектории, R - радиус кривизны траектории;

$\frac{d\upsilon}{dt} = a_\tau$ - модуль тангенциальной составляющей ускорения;

$\frac{\upsilon^2}{R} = a_n$ - модуль нормальной составляющей ускорения.

Средние значения соответствующих параметров $\langle\vec{\upsilon}\rangle$, $\langle\upsilon\rangle$, $\langle\vec{a}\rangle$ и т.д. определяются обычным образом:

$\langle f(x)\rangle_{x_1-x_2} = \frac{1}{x_2 - x_1}\int\limits_{x_1}^{x_2} f(x)dx$, где

$\langle f(x)\rangle_{x_1-x_2}$ - среднее значение функции $f(x)$ в интервале от x_1 до x_2;

$\Delta\vec{r} = \int\limits_{t_1}^{t_2}\vec{\upsilon}(t)dt$ - вектор перемещения за промежуток времени от t_1 до t_2;

$\Delta S = \int\limits_{t_1}^{t_2}\upsilon(t)dt$ - путь за промежуток времени от t_1 до t_2.

Указания к решению задач.

а) По заданной траектории и закону движения определить скорость и ускорение.

Компоненты векторов скорости и ускорения находят однократным и двухкратным дифференцированием функций, выражающих зависимость координат точки от времени.

б) По заданной зависимости компонент скорости или ускорения точки от времени определить траекторию и закон движения.

Закон движения находят интегрированием компонент скорости или двухкратным интегрированием компонент ускорения. Для определения произвольных постоянных, появляющихся при интегрировании, необходимо знать координаты точки или координаты и компоненты скорости в какой-либо определенный момент времени.

в) Исследовать сложное движение точки.

Задачи решают с помощью принципа независимого сложения движений.

Примеры решения задач.

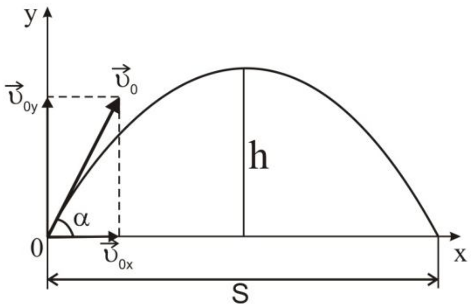
Пример 1. Тело брошено под углом к горизонту. Оказалось, что максимальная высота подъема $h = s/4$ (s-дальность полета). Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите угол бросания к горизонту.

Дано

$h = s/4$

$\alpha - ?$

Решение



$\upsilon_{0x} = \upsilon_0 \cos\alpha$, $\upsilon_{0y} = \upsilon_0 \sin\alpha$,

(t - время подъема, $2t$ -время полета),

$h = \dfrac{gt^2}{2}$,

$h = \upsilon_{0y} t - \dfrac{gt^2}{2}$,

$\dfrac{gt^2}{2} = \upsilon_0 t \sin\alpha - \dfrac{gt^2}{2}$, $\qquad gt^2 = \upsilon_0 t \sin\alpha$,

$t = \dfrac{\upsilon_0 \sin\alpha}{g}$,

$h = \dfrac{gt^2}{2} = \dfrac{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$, $\qquad h = \dfrac{s}{4}$ (по условию),

$s = \upsilon_{0x} \cdot 2t = 2\upsilon_0 t \cos\alpha = \dfrac{2\upsilon_0^2 \cos\alpha \sin\alpha}{g}$,

$\dfrac{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha}{2g} = \dfrac{2\upsilon_0^2 \cos\alpha \sin\alpha}{4g}$,

$\sin\alpha = \cos\alpha$,

$\dfrac{\sin a}{\cos a} = 1$,

$\operatorname{tg}\alpha = 1$, $\quad \alpha = \operatorname{arctg} 1$, $\quad \alpha = 45^\circ$

Ответ: $\alpha = 45^\circ$.

Пример 2. Тело брошено со скоростью $\upsilon_0 = 20$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите для момента времени $t = 1{,}5$ с после начала движения: 1) нормальное ускорение; 2) тангенциальное ускорение.

Дано

$\upsilon_0 = 20$ м/с

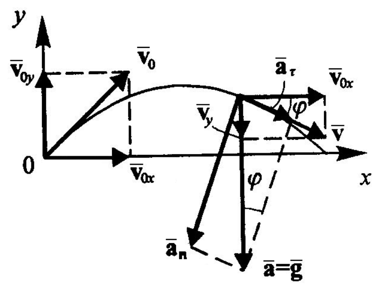
$\alpha = 30^\circ$

$t = 1{,}5$ с

1) $a_n - ?$

2) $a_\tau - ?$

Решение



$\upsilon_y = \upsilon_{0y} - gt_1$,

$\upsilon_{0y} = \upsilon_0 \sin\alpha$.

При h_{max}:

$\upsilon_y = 0$,

$\upsilon_0 \sin\alpha = gt_1$,

$t_1 = \dfrac{\upsilon_0 \sin\alpha}{g} = 1{,}02$ с – время подъема до верхней точки.

$t = 1{,}5$ с $> t_1$ (спуск),

$t' = t - t_1 = 1{,}5\,\text{с} - 1{,}02\,\text{с} = 0{,}48$ с,

$\upsilon_x = \upsilon_{0x} = \upsilon_0 \cos\alpha$, $\quad \upsilon_y = gt'$, $\quad \dfrac{\upsilon_y}{\upsilon_x} = \operatorname{tg}\varphi$,

$\varphi = \operatorname{arctg}\dfrac{gt'}{\upsilon_0 \cos\alpha}$,

$a = g$, $a_\tau = g\sin\varphi$, $a_n = g\cos\varphi$,

$$a_n = g\cos\left(\operatorname{arctg}\frac{gt'}{\upsilon_0\cos\alpha}\right),$$

$$a_\tau = g\sin\left(\operatorname{arctg}\frac{gt'}{\upsilon_0\cos\alpha}\right).$$

Ответ: 1) $a_n = 9{,}47$ м/с^2; 2) $a_\tau = 2{,}58$ м/с^2.

Пример 3. Тело брошено горизонтально со скоростью $\upsilon_0 = 15$ м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите радиус кривизны траектории тела через $t = 2$ с после начала движения.

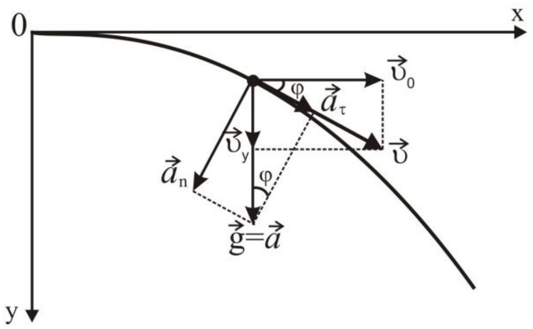
Дано

$\upsilon_0 = 15$ м/с

$t = 2$ с

$R - ?$

Решение



$\upsilon_x = \upsilon_0$,

$\upsilon_y = gt$,

$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{\upsilon_0^2 + g^2t^2}$,

$a = g$,

$a_n = g\cos\varphi$,

$$\cos\varphi = \frac{\upsilon_0}{\upsilon},$$

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R},$$

$$R = \frac{\upsilon^2}{a_n} = \frac{\upsilon^2}{g\cos\varphi} = \frac{\upsilon^3}{g\upsilon_0},$$

$$R = \frac{\left(\upsilon_0^2 + g^2t^2\right)^{3/2}}{g\upsilon_0}.$$

Ответ: $R = 102$ м.

Пример 4. Мяч, брошенный со скоростью υ_0=10м/с под углом α= 45° к горизонту, ударяется о стенку, находящуюся на расстоянии l= 3 м от места бросания. Когда происходит удар мяча о стенку (при подъеме мяча или при его опускании)? На какой высоте h мяч ударит о стенку (считая от высоты, с которой брошен мяч)? Найти скорость υ мяча в момент удара.

Дано

υ_0=10м/с

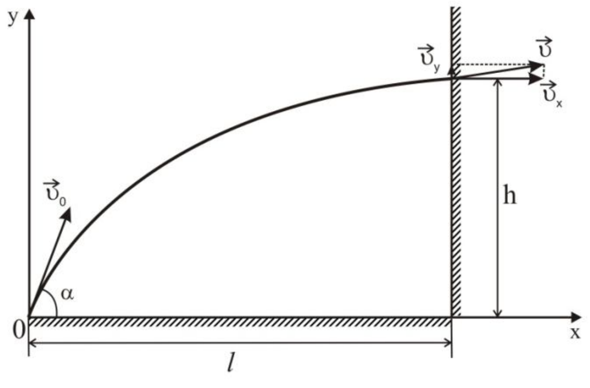
α = 45°

l = 3 м

h-?

υ-?

Решение



$t_1 = \frac{\upsilon_0 \sin\alpha}{g}$ - (1) - время подъема до верхней точки.

Когда мяч находится в верхней точке

$S_x = (\upsilon_0 \cos\alpha)\cdot t_1$. С учетом (1)

$$S_x = \frac{\upsilon_0^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g} = \frac{\upsilon_0^2 \sin 2\alpha}{2g};$$

$$S_x = \frac{100 \cdot 1}{2 \cdot 9{,}8} = 5{,}1 \text{ м},$$

следовательно, мяч ударяется в стену при подъеме. Мяч ударится о стенку, когда координата

$S_y = h = (\upsilon_0 \sin\alpha) \cdot t - \dfrac{gt^2}{2}$ - (2). В этот момент времени

$S_x = l = (\upsilon_0 \cos\alpha) \cdot t$,

откуда $t = \dfrac{l}{\upsilon_0 \cos\alpha}$ - (3). Подставив (3) в (2), получим

$$h = \frac{\upsilon_0 \sin\alpha \cdot l}{\upsilon_0 \cos\alpha} - \frac{gl^2}{2\upsilon_0^2 \cos^2\alpha} = l \cdot \mathrm{tg}\alpha - \frac{gl^2}{2\upsilon_0 \cos^2\alpha}.$$

После подстановки числовых значений h=2,1 м.

Горизонтальная составляющая скорости $\upsilon_x = \upsilon_0 \cos\alpha$; $\upsilon_x =$ 7,07 м/с.

Вертикальная составляющая скорости

$$\upsilon_y = \upsilon_0 \sin\alpha - gt = \upsilon_0 \sin\alpha - \frac{gl}{\upsilon_0 \cos\alpha};$$

υ_y=2,91м/с.

Полная скорость $\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2}$; $\upsilon = \sqrt{7{,}07^2 + 2{,}91^2}$ = 7,6 м/с.

Тема 2. Кинематика вращательного движения.

Основные формулы и законы.

$\vec{\omega} = \dfrac{d\vec{\varphi}}{dt}$ - вектор мгновенной угловой скорости;

$\vec{\varepsilon} = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt}$ - вектор мгновенного углового ускорения.

При вращении тела вокруг неподвижной оси векторы $\vec{\varepsilon}$, $\vec{\omega}$, $d\vec{\varphi}$ направлены по оси вращения, при этом:

$\omega = \dfrac{d\varphi}{dt}$ - модуль мгновенной угловой скорости;

$\varepsilon = \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{d^2\varphi}{dt^2}$ - модуль углового ускорения;

$\Delta\varphi = \int\limits_{t_1}^{t_2} \omega(t)\,dt;\ \varphi = 2\pi N,\ N$ - число оборотов тела.

Направление $\vec{\omega}$ определяется по правилу правого винта.

Если $\left(\dfrac{d\omega}{dt}\right) > 0$, то вращение ускоренное и $\vec{\varepsilon} \uparrow\uparrow \vec{\omega}$; если $\left(\dfrac{d\omega}{dt}\right) < 0$, то вращение замедленное и $\vec{\varepsilon} \downarrow\uparrow \vec{\omega}$. Если вращение равномерное, то $\omega = \dfrac{\varphi}{t} = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi n$, где φ - угол поворота; t - время вращения; T - период вращения; n - частота вращения.

Для равнопеременного вращения $(|\vec{\omega}| = \text{const})$

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2};$$

$$\omega(t) = \omega_0 t + \varepsilon t,$$

где φ_0, ω_0 - начальные угол поворота и угловая скорость.

Связь между линейными и угловыми величинами:

$dS = R\,d\varphi$;

$\upsilon = R\omega$;

$\vec{\upsilon} = [\vec{\omega}, \vec{r}]$;

$a_\tau = \varepsilon R$;

$a_n = \omega^2 R$, где R - расстояние от точки до оси вращения, $\vec{a} = [\vec{\varepsilon}, \vec{r}] + [\vec{\omega}, \vec{\upsilon}]$.

Примеры решения задач.

Пример 1. Колесо, вращаясь равноускоренно, достигло угловой скорости ω=20 рад/с через N=10 оборотов после начала вращения. Найти угловое ускорение ε колеса.

Дано	Решение
ω=20 рад/с N=10 об.	Уравнения движения колеса: $\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}, \omega = \omega_0 + \varepsilon \cdot t.$ По условию $\omega_0 = 0$. Тогда $\varphi = \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}$ - (1), $\omega = \varepsilon t$ - (2).
ε-?	Выражая из уравнения (1) ε и учитывая, что $\varphi = 2\pi N$,

получим $\varepsilon = \frac{4\pi N}{t^2}$ - (3). Из уравнения (2) найдем $t = \frac{\omega}{\varepsilon}$ и

подставим в (3). Получим $\varepsilon = \frac{\omega^2}{4\pi N}$;

ε = 3,2 рад/с^2.

Поскольку ε>0, то направление вектора $\vec{\varepsilon}$ совпадает с направлением вектора $\vec{\omega}$.

Пример 2. Колесо, вращаясь равнозамедленно, за время t = 1мин уменьшило свою частоту с n_1=300 об/мин до n_2 =180 об/мин. Найти угловое ускорение ε колеса и число оборотов N колеса за это время.

Дано	Решение
t = 1 мин n_1=300 об/мин n_2 =180 об/мин	Переведем числовые данные в единицы системы СИ: t=1 мин=60 с; n_1=300 об/мин=5 об/с; n_2=180об/мин=3 об/с.
N-? ε-?	Поскольку вращение равнозамедленное, то $N = \frac{n_1 + n_2}{2} \cdot t = 240$.

Угловая скорость $\omega = \omega_0 - \varepsilon t$ — (1),

где $\omega_0 = n_1 \cdot 2\pi$; $\omega = n_2 \cdot 2\pi$.

Из (1) имеем $\varepsilon t = \omega_0 - \omega$, откуда $\varepsilon = \frac{\omega_0 - \omega}{t} = \frac{2\pi(n_1 - n_2)}{t}$;

$\varepsilon = \frac{2 \cdot 3{,}14(5-3)}{60} = 0{,}21$ рад/с^2.

Пример 3. Точка движется по окружности радиусом R=20 см с постоянным тангенциальным ускорением a_τ=5 см/с^2. Через какое время t после начала движения нормальное ускорение a_n точки будет: а) равно тангенциальному; б) вдвое больше тангенциального?

Дано	Решение
R=20 см a_τ=5 см/с ^{2}	По условию вращение является равноускоренным, следовательно,
t-?	$a_\tau = \frac{\upsilon}{t}$, $a_n = \frac{\upsilon^2}{R}$, отсюда $t = \frac{\upsilon}{a_\tau}$, $\upsilon = \sqrt{a_n R}$.

Тогда $t = \frac{\sqrt{a_n R}}{a_\tau}$.

а) Если $a_n = a_\tau$, то $t = \sqrt{\frac{R}{a_\tau}} = \sqrt{\frac{20}{5}} = 2$ с;

б) если $a_n = 2a_\tau$, то $t = \sqrt{\frac{2R}{a_\tau}} = \sqrt{\frac{40}{5}} = 2{,}8$ с.

Тема 3. Динамика. Законы Ньютона. Закон сохранения импульса.

Основные формулы и законы.

$\vec{p} = m\vec{\upsilon}$ - импульс материальной точки;

$\vec{F} = m\vec{a} = \frac{m\,d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ - второй закон Ньютона (основное уравнение динамики материальной точки);

$ma_\tau = F_\tau$ - проекция силы на касательную к траектории точки;

$ma_n = F_n$ - проекция силы на нормаль к траектории точки.

Силы, рассматриваемые в механике:

а) сила гравитационного взаимодействия

$$F_{гр} = \frac{G(m_1 m_2)}{r^2},$$

где G - гравитационная постоянная; m_1, m_2 - массы взаимодействующих тел; r - расстояние между центрами этих тел;

б) сила упругости

$$F_{упр} = -kx,$$

где k - коэффициент упругости; x - абсолютная деформация;

в) сила трения скольжения – контактная сила, параллельная границе раздела тел

$$F_{тр} = \mu N,$$

где μ - коэффициент трения; N - сила нормального давления;

г) сила инерции при поступательном движении системы отсчета

$$\vec{F}_{ин} = -\mu \vec{a}_C,$$

где $\vec{a}_C$ - ускорение, с которым движется система отсчета;

д) сила реакции – контактная сила, перпендикулярная границе раздела тел.

Указания к решению задач.

При решении задач динамики материальной точки следует:

1. Провести анализ и сделать рисунок, на котором показать все действующие на тело силы. Помнить, что по третьему закону Ньютона каждая из сил, кроме силы инерции, должна быть обусловлена взаимодействием с каким-то другим телом.

2. Записать основное уравнение динамики тела в векторной форме. Если в задаче рассматривается движение нескольких тел, уравнение движения записать для каждого тела в отдельности.

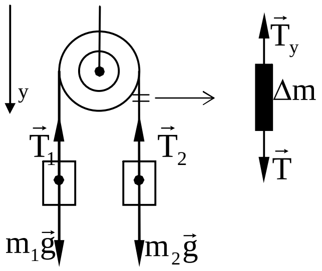
3. Выбрать систему координат. Убедиться, что она является инерциальной. Если это не так, то учесть силы инерции. Записать уравнение движения в проекциях на координатные оси. Если рассматривается несколько тел, то для каждого тела можно выбрать свою систему координат.

4. Решить систему полученных скалярных уравнений.

Примеры решения задач.

Пример 1. Две гири массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 1$ кг соединены невесомой и нерастяжимой нитью, перекинутой через невесомый блок. Найти ускорение *a*, с которым движутся гири, и силу натяжения нити Т. Трением в блоке пренебречь.

Дано	
m_1 = 2 кг	
т$_2$ = 1 кг	
a - ?	
T - ?	



Решение

По условию, нить невесома и нерастяжима. Выберем элемент нити Δm и запишем уравнение движения в проекции на ось y : $\Delta m a = T - T_y$.

Поскольку $\Delta m = 0$, то $T = T_y$, т. е. сила натяжения нити во всех точках ее одинакова. Ускорения движения грузов тоже одинаковы из-за нерастяжимости нити: $a_1 = a_2$. Но направления векторов $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$ противоположны. Запишем второй закон Ньютона для первой и второй гири в проекциях на ось y:

$$\begin{cases} m_1 g - T = m_1 a, & (1) \\ m_2 g - T = -m_2 a. & (2) \end{cases}$$

Вычтем (2) из (1):

$$a(m_1 + m_2) = g(m_1 - m_2), \text{ отсюда } a = \frac{g(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}. \qquad (3)$$

Подставим (3) в (1) $\frac{m_1 g(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} = m_1 g - T$, следовательно

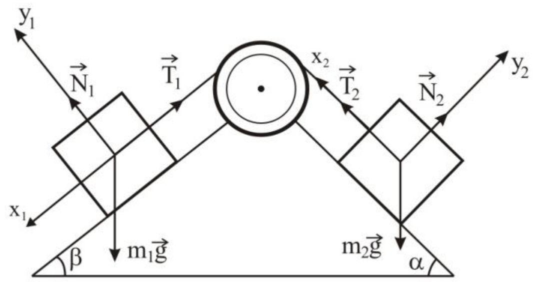
$$T = m_1 g\left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) = \frac{2gm_1 m_2}{m_1 + m_2} .$$

Подставляя числовые данные, получим: T=13 Н; a = 3,27 м/с^2.

Ответ: T=13 Н; a = 3,27 м/с^2.

Пример 2. Невесомый блок укреплен в вершине двух наклонных плоскостей, составляющих с горизонтом углы $\beta = 45°$ и $\alpha = 30°$. Гири 1 и 2 одинаковой массы $m_1 = m_2 = 1$ кг соединены невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через блок. Найти ускорение a, с которым движутся гири, и силу T натяжения нити. Трением гирь о наклонные плоскости, а также трением в блоке пренебречь.

Дано	**Решение**
$m_1 = m_2 = 1$ кг $\alpha = 30°$ $\beta = 45°$	
$T = ?$ $a = ?$	



Покажем все силы, действующие на каждое из тел 1 и 2. Записав второй закон Ньютона сначала в векторной форме для каждого из тел, а затем в проекциях на соответствующие координатные оси, получим систему двух уравнений с двумя неизвестными a и T. Решив эту систему относительно a и T, ответим на вопросы задачи.

По условию задачи блок и нить невесомы, следовательно, $T_1 = T_2 = T$ (блок служит лишь для изменения направления движения нити). А нить нерастяжима, следовательно, $a_1 = a_2 = a$. Второй закон Ньютона для каждой из гирь, записанный в векторной форме, имеет вид

$$m_1\vec{a}_1 = m_1\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{T},$$

$$m_2\vec{a}_2 = m_2\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{T}.$$

Будем считать, что гиря массой m_1 опускается по наклонной плоскости, а гиря массой m_2 – поднимается. Координатные оси x_1 и x_2 направим параллельно наклонным плоскостям в направлении движения гирь 1 и 2, а оси y_1 и y_2 - перпендикулярно осям x_1 и x_2. Тогда в проекциях на соответствующие координатные оси получим систему уравнений:

$$0x_1: \ m_1 a = m_1 g \sin\beta - T; \quad 0x_2: \ m_2 a = T - m_2 g \sin\alpha.$$

Решив ее, получим

$$a = \frac{m_1 g(\sin\beta - \sin\alpha)}{m_1 - m_2} = \frac{g(\sin\beta - \sin\alpha)}{2}$$

$$T = \frac{mg(\sin\beta + \sin\alpha)}{2}.$$

Расчет дает значения: $a = 1{,}02$ м/с^2; $T = 5{,}9$ Н.

Ответ: $a = 1{,}02$ м/с^2; $T = 5{,}9$ Н.

Пример 3. Пуля массой m=15 г, летящая горизонтально со скоростью υ = 200 м/с, попадает в баллистический маятник длиной l = 1 м и массой М = 1,5 кг и застревает в нем. Определите угол φ отклонения маятника.

Дано

m=15г=15·10^{-3} кг

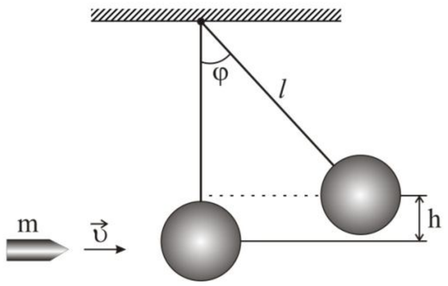
υ=200 м/с

l=1м

М=1,5 кг

φ - ?

Решение



$$m\upsilon = (m+M)u,$$

$$u = \frac{m\upsilon}{m+M},$$

$$\frac{(m+M)u^2}{2} = (m+M)gh,$$

$$h = \frac{u^2}{2g} = \frac{(m\upsilon)^2}{2g(m+M)^2},$$

$$\cos\varphi = \frac{l-h}{l} = 1 - \frac{h}{l},$$

$$\cos\varphi = 1 - \frac{(m\upsilon)^2}{2gl(m+M)^2},$$

$$\varphi = \arccos\left[1 - \frac{(m\upsilon)^2}{2gl(m+M)^2}\right].$$

Ответ: φ=37°.

Тема 4. Работа, мощность и энергия.

Основные формулы и законы.

$\vec{p}_c = \sum_{i=1}^{N}\vec{p}_i = m_c\vec{\upsilon}_c$ - импульс механической системы, где $\vec{p}_i$ - импульс i-того тела; m_c - масса системы; $\vec{\upsilon}_c$ - скорость ее центра масс, $\vec{\upsilon}_c = \frac{1}{m_c}\sum_{i=1}^{N} m_i\vec{\upsilon}_i$;

$\vec{r}_c = \frac{1}{m_c}\sum_{i=1}^{N} m_i\vec{r}_i$ - радиус-вектор, характеризующий положение центра масс;

$\frac{d\vec{p}_c}{dt} = \sum_{i=1}^{N}\vec{F}_{внеш}$ - скорость изменения импульса системы;

$\sum_{i=1}^{N}\vec{p}_i = const$ или $\vec{p}_c = const$ - закон сохранения импульса для замкнутой системы;

$dA = \vec{F}d\vec{l}$ - элементарная работа;

$A_{12} = \int\limits_{(1)}^{(2)} \vec{F} d\vec{l}$ - механическая работа на пути от точки 1 до точки 2;

$N = \frac{\vec{F} d\vec{l}}{dt} = \vec{F}\vec{\upsilon}$ - мощность;

$A = \int\limits_{t_1}^{t_2} N dt = \int\limits_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t)\vec{\upsilon}(t) dt$ - выражение работы через мощность;

$W_К = \frac{m\upsilon^2}{2}$ - кинетическая энергия поступательного движения тела;

$W_П = mgh$, $W_П = \frac{kx^2}{2}$ - различные виды потенциальной энергии в механике;

$E = W_П + W_К = const$ - закон сохранения энергии для замкнутой консервативной системы.

Теорема о приращении кинетической энергии:

$$A_{12} = \Delta W_К ,$$

где A_{12} - работа равнодействующей сил, приложенных к телу.

Указания к решению задач.

При решении задач с применением законов сохранения необходимо:

1. Выяснить, какие тела входят в рассматриваемую систему.
2. Определить начальное и конечное состояние системы.
3. Выяснить, какой процесс происходит в системе.
4. Выбрать инерциальную систему отсчета, относительно которой будут определяться значения сохраняющейся величины, и найти ее значения до и после процесса.
5. Записать закон сохранения.
6. Если величина - векторная, то сначала закон сохранения записать в векторной форме, а затем – в проекциях на координатные оси.
7. Решить полученные уравнения.

Примеры решения задач.

Пример 1. Материальная точка массой m=1кг двигалась под действием некоторой силы согласно уравнению $s=A-Bt+Ct^2-Dt^3$ (B=3 м/с, C=5 м/с^2, D=1 м/с^3). Определить мощность N, затрачиваемую на движение точки за время, равное 1 с.

Дано	**Решение**
m=1 кг $s=A-Bt+Ct^2-Dt^3$ B=3 м/с C=5 м/с^2 D=1 м/с^3 t_1=1 с	$N=\frac{dA}{dt}$, $dA=dT$, $T=\frac{m\upsilon^2}{2}$, $N=\frac{d}{dt}\left(\frac{m\upsilon^2}{2}\right)=m\upsilon\frac{d\upsilon}{dt}$, $\upsilon=\frac{dS}{dt}=-B+2Ct-3Dt^2$, $\frac{d\upsilon}{dt}=2C-6Dt$, $N=m(-B+2Ct-3Dt^2)(2C-6Dt)$.
N - ?	

Ответ: N=16 Вт.

Пример 2. Тело массой m начинает двигаться под действием силы $\vec F=2t\vec i+2t^2\vec j$, где $\vec i$ и $\vec j$ – единичные векторы координатных осей x и y. Определите мощность N(t), развиваемую силой в момент времени t.

Дано	**Решение**
m $\vec F=2t\vec i+2t^2\vec j$	$N=\vec F\vec\upsilon$, $\vec F=2t\vec i+3t^2\vec j=m\vec a$, $\vec a=\frac{1}{m}(2t\vec i+3t2\vec j)=\frac{d\vec\upsilon}{dt}$, $\vec\upsilon=\int\vec a dt=\frac{1}{m}\int_0^t(2t\vec i+3t^2\vec j)dt=\frac{1}{m}(t^2\vec i+t^3\vec j)$, $N(t)=(2t\vec i+3t^2\vec j)\cdot\frac{1}{m}(t^2\vec i+t^3\vec j)=\frac{1}{m}(2t^3+3t^5)$.
N(t) - ?	

Ответ: $N(t)=\frac{1}{m}(2t^3+3t^5)$.

Тема 5. Момент инерции твердого тела.

Основные формулы и законы.

$I=\sum_{i=1}^{N} m_i (r_i)^2$ - момент инерции системы материальных точек;

$I=\int r^2 dm=\int_V \rho(V) r^2 dV$ - момент инерции сплошного твердого тела;

где ρ - плотность тела в точке на расстоянии r от оси вращения.

$\vec{M}=\frac{d\vec{L}}{dt}$ - векторная форма основного уравнения динамики вращательного движения;

$M_Z=\frac{dL_Z}{dt}=\frac{d(I_Z\omega_Z)}{dt}$ - в проекции на ось z.

Если $I_Z=\mathrm{const}$, то

$$M_Z=I_Z\varepsilon_Z,$$

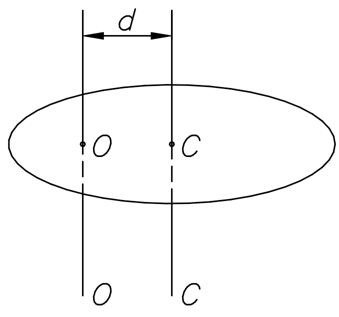
где ε_Z - угловое ускорение; I_Z, M_Z - момент инерции и момент силы относительно оси.

$\vec{L}=[\vec{r},\vec{p}]=[\vec{r},m\vec{\upsilon}]=[\vec{r},m[\vec{\omega},\vec{r}]]$ - момент импульса относительно точки;

$L_Z=I_Z\omega_Z$ - относительно оси z,

где ω_Z - угловая скорость вращения относительно оси z.

$I_0=I_c+md^2$ - Момент инерции относительно произвольной оси (теорема Штейнера):



где I_0 - момент инерции тела относительно оси OO;

I_c - момент инерции тела относительно оси, параллельной OO и проходящей через центр масс тела;

d - расстояние между осями;

m - масса тела.

$L=\sum_{i=1}^{N} L_i=\mathrm{const}$ или $L_z=\sum_{i=1}^{N} L_{zi}=\mathrm{const}$ - закон сохранения момента импульса.

Но $L_z = I_z\omega_z$, тогда $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$, где I_1 и I_2 - начальный и конечный момент инерции; ω_1 и ω_2 - начальная и конечная угловые скорости.

$dA = M_z d\varphi$ - работа постоянного момента силы при вращательном движении,

φ - угол поворота тела.

$P = \frac{dA}{dt} = M_z\left(\frac{d\varphi}{dt}\right) = M_z\omega_z$ - мгновенная мощность, развиваемая при вращательном движении.

$W_{к\ вр} = \frac{I_z\omega_z^2}{2}$ - кинетическая энергия вращающегося тела.

$W_{к\ пл\ дв} = W_{к\ вр} + W_{к\ пост} = \frac{I_c\omega_z^2}{2} + \frac{m\upsilon^2}{2}$ - кинетическая энергия плоского движения тела,

$W_{к\ пост} = \frac{m\upsilon^2}{2}$ - кинетическая энергия поступательного движения центра масс;

$W_{к\ вр} = \frac{I_c\omega_z^2}{2}$ - кинетическая энергия вращения вокруг оси, проходящей через центр масс.

Для энергии вращательного движения справедлива теорема о приращении кинетической энергии.

Моменты инерции некоторых тел правильной геометрической формы:

Тело	Ось вращения	Момент инерции
Однородный тонкий стержень массой m и длиной l.	Проходит через центр инерции стержня перпендикулярно стержню.	$I = \frac{1}{12}ml^2$
Однородный тонкий стержень массой m и длиной l.	Проходит через конец стержня перпендикулярно стержню.	$I = \frac{1}{3}ml^2$
Тонкий обруч; кольцо; труба радиусом R, массой m, маховик радиусом R и массой m, распределенной по ободу.	Проходит через центр инерции перпендикулярно плоскости основания.	$I = mR^2$

Круглый однородный диск, цилиндр радиусом R и массой m.	Проходит через центр диска, цилиндра перпендикулярно плоскости основания.	$I = \frac{1}{2} mR^2$
Однородный шар радиусом R и массой m.	Проходит через центр шара.	$I = \frac{2}{5} mR^2$

Указания к решению задач.

При решении задач необходимо сначала выбрать положение оси вращения, относительно которой будет рассматриваться движение тела. Результат решения от этого не зависит, однако сложность выкладок может сильно меняться. Особенно удобно, когда часть сил проходит через ось вращения и, таким образом, не создает вращающих моментов относительно этой оси.

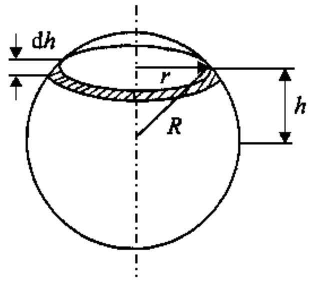
Далее необходимо записать основной закон динамики вращательного движения в проекции на выбранную ось. Возможно, что для вычисления момента инерции придется применить теорему Штейнера. Затем необходимо составить систему уравнений и найти искомую величину.

Если тело выполняет плоское движение, то его движение можно разложить на поступательное со скоростью центра масс и вращательное относительно оси, проходящей через центр масс. Тогда кинетическая энергия плоского движения будет представлять сумму двух независимых слагаемых: одно определяется лишь величинами, характеризующими поступательное движение центра масс, а второе – величинами, характеризующими вращение.

Примеры решения задач.

Пример 1. Выведите формулу для момента инерции сплошного шара радиусом R и массой m относительно оси, проходящей через центр масс шара.

Дано	Решение
m	
R	
I - ?	



$$r^2 = R^2 - h^2,$$

$$dI = \frac{dm \cdot r^2}{2} = \frac{\rho\pi r^2 dh r^2}{2} = \frac{\rho\pi r^4}{2} dh,$$

$$I = \int dI = 2\int_0^R \frac{\rho\pi}{2}\left(R^2 - h^2\right)^2 dh = \rho\pi \cdot \frac{8}{15} R^5,$$

$$m = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3, \quad I = \frac{2}{5}\left(\rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3\right)R^2 = \frac{2}{5} mR^2.$$

Ответ: $I = \frac{2}{5} mR^2$.

Пример 2. Выведите формулу для момента инерции полого шара относительно оси, проходящей через его центр. Масса шара m, внутренний радиус r, внешний – R.

Дано	Решение
m	
r, R	
I - ?	

$$I = \frac{2}{5} m_1 R^2 - \frac{2}{5} m_2 r^2, \qquad m_1 = \frac{4}{3}\pi\rho R^3, \qquad m_2 = \frac{4}{3}\pi\rho r^3,$$

$$m = m_1 - m_2 = \frac{4}{3}\pi\rho\left(R^3 - r^3\right),$$

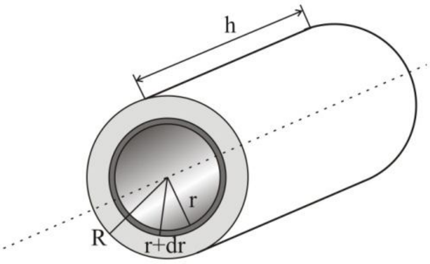
$$I = \frac{2}{5}\cdot\frac{4}{3}\pi\rho R^3 R^2 - \frac{2}{5}\cdot\frac{4}{3}\pi\rho r^3 r^2 = \frac{2}{5}\cdot\frac{4}{3}\pi\rho R^5 - \frac{2}{5}\cdot\frac{4}{3}\pi\rho R^5 =$$

$$= \frac{2}{5}\cdot\frac{4}{3}\pi\rho\left(\frac{R^3 - r^3}{R^3 - r^3}\right)\cdot\left(R^5 - r^5\right) = \frac{2}{5} m \frac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3}.$$

Ответ: $I = \frac{2}{5} m \frac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3}$.

Пример 3. Выведите формулу для момента инерции цилиндрической муфты относительно оси, совпадающей с её осью симметрии. Масса муфты равна m, внутренний радиус – r, внешний – R

Дано	Решение
m r, R	
I - ?	



$$dI = r^2 dm, \quad dm = \rho dV = \rho \cdot 2\pi r h dr,$$

$$I = \int_r^R \rho \cdot 2\pi r^3 h dr = 2\pi\rho h \int_r^R r^3 dr = 2\pi\rho h \left.\frac{r^4}{4}\right|_r^R =$$

$$= \frac{\pi\rho h}{2}\left(R^4 - r^4\right),$$

$$m = m_1 - m_2 = \pi\rho h\left(R^2 - r^2\right), \quad I = \frac{1}{2} m\left(R^2 + r^2\right).$$

Ответ: $I = \frac{1}{2} m\left(R^2 + r^2\right).$

ТЕРМОДИНАМИКА

Тема 6. Работа идеального газа при изопроцессах. Количество теплоты. Первое начало термодинамики.

Основные формулы и законы.

- Связь между молярной (C_μ) и удельной (c) теплоемкостями газа

$$C_\mu = c \cdot \mu,$$

где μ - молярная масса газа.

- Молярные теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении соответственно равны

$$C_V = \frac{iR}{2}, \qquad C_p = \frac{(i+2)R}{2},$$

где i - число степеней свободы; R- газовая постоянная.

- Удельные теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении соответственно равны

$$c_V = \frac{i}{2}\frac{R}{\mu}, \qquad c_p = \frac{(i+2)}{2}\frac{R}{\mu}.$$

- Уравнение Майера

$$C_p - C_V = R.$$

- Показатель адиабаты

$$\gamma = \frac{c_p}{c_V}, \text{ или } \gamma = \frac{C_p}{C_V}, \text{ или } \gamma = \frac{i+2}{i}.$$

- Внутренняя энергия идеального газа

$$U = N < \varepsilon > \quad \text{или} \quad U = \nu C_V T,$$

где $<\varepsilon>$ - средняя кинетическая энергия молекулы; N - число молекул газа; ν - количество вещества.

- Работа, совершаемая газом при изменении его объема

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV,$$

где V_1 - начальный объем газа; V_2 - конечный объем газа.

Частные случаи:

а) в изобарном процессе $(p = \mathrm{const})$

$$A = p(V_2 - V_1) = \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1);$$

б) в изотермическом процессе $(T = \mathrm{const})$

$$A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{p_1}{p_2};$$

в) в адиабатном процессе

$$A = \frac{m}{\mu} C_V (T_1 - T_2) \quad \text{или} \quad A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right],$$

где T_1 - начальная температура газа; T_2 - его конечная температура.

- Первое начало термодинамики

$$Q = \Delta U + A,$$

где Q - количество теплоты, сообщенное газу; ΔU - изменение его внутренней энергии; A - работа, совершаемая газом против внешних сил.

Первое начало термодинамики для процессов:

а) изобарного $(p = \mathrm{const})$

$$Q = \Delta U + A = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T + \frac{m}{\mu} R \Delta T = \frac{m}{\mu} C_p \Delta T;$$

б) изохорного $(A = 0)$

$$Q = \Delta U = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T;$$

в) изотермического $(\Delta U = 0)$

$$Q = A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1};$$

г) адиабатного процессе $(Q = 0)$

$$A = -\Delta U = -\frac{m}{\mu} C_V \Delta T.$$

- Уравнение Пуассона

$$pV^{\gamma} = \text{const}.$$

- Связь между начальным и конечным значениями параметров состояния газа в адиабатном процессе:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}.$$

- Уравнение политропы

$$pV^{n} = \text{const},$$

где $n = \dfrac{C - C_p}{C - C_V}$ - показатель политропы.

Примеры решения задач.

Пример 1. 10г кислорода находятся под давлением 300 кПа при температуре 10?С. После нагревания при p=const газ занял объем 10 л. Найдите количество теплоты Q, полученное газом, изменение ΔW внутренней энергии газа и работу A, совершенную газом при расширении.

Дано	**Решение**
$m=10^{-2}$кг $p=3\cdot 10^{5}$Па C_p = 29,1Дж/моль·К t=10?С, T=283К V=10л=10^{-2}м^3	Количество теплоты, полученное газом, определяется следующим соотношением: $$Q = \frac{m}{\mu} C_p \Delta T \qquad (1)$$ Молярная теплоемкость кислорода при p=const; C_p=29,1 Дж/моль·К. Запишем уравнение состояния газа до и после нагревания: $pV_1 = \frac{m}{\mu} RT_1$,
A - ? Q - ? Δ U - ?	(2) $$pV_2 = \frac{m}{\mu} RT_2, \qquad (3).$$

Вычитая из (3) уравнение (2), получим:

$$p(V_2 - V_1) = \frac{m}{\mu} R\Delta T. \qquad (4)$$

Из (2)выразим $V_1 = \dfrac{mRT_1}{\mu p}.$ (5)

Из (4) для ΔT с учетом (5):

$$\Delta T = \frac{\mu p\left(V_2 - \dfrac{mRT_1}{\mu p}\right)}{mR} = \frac{\mu p V_2 - mRT_1}{mR}. \qquad (6)$$

Тогда уравнение (1) можно записать в виде: $Q = C_p \dfrac{(\mu p V_2 - mRT_1)}{mR}$. Изменение внутренней энергии кислорода: $\Delta U = \dfrac{5}{2}\dfrac{m}{\mu} R\Delta T$ или, подставляя (6): $\Delta U = \dfrac{5}{2}\dfrac{1}{\mu}(\mu p V_2 - mRT_1)$. Работа, совершаемая при изменении объема газа: $A = p\int\limits_{V_1}^{V_2} dV = p(V_2 - V_1)$ или, с учетом (5): $A = p\left(V_2 - \dfrac{mRT_1}{\mu p}\right)$.

Произведя вычисления, получим: A=2,26 кДж, Q=7,92 кДж, ΔU =5,66 кДж.

Пример 2. Идеальный двухатомный газ, занимающий объем 4 л при давлении 300 кПа, расширяется адиабатно до объема 6 л. Затем в ходе изохорного охлаждения давление газа падает до 100 кПа. Определите работу газа, изменение внутренней энергии и количество теплоты, отданное газом. Изобразите процесс графически.

Дано

$V_1 = 4 \cdot 10^{-3}\,м^3$

$V_2 = 6 \cdot 10^{-3}\,м^3$

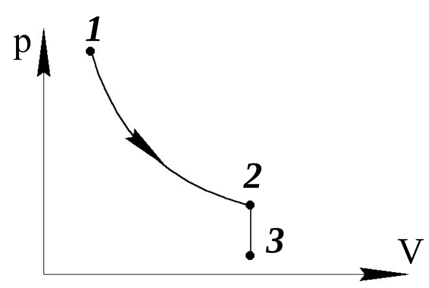
$p_1 = 3 \cdot 10^5\,Па$

$p_3 = 10^5\,Па$

$A; \Delta U; Q - ?$

Решение

Изобразим процесс графически на pV - диаграмме.



Работа газа $A = A_{12} + A_{23}$. Работа $A_{23} = 0$, т.к. участок $2 \to 3$ - изохорный процесс. Тогда $A = A_{12}$. При адиабатном процессе

$$A_{12} = -\Delta U_{12} = -\frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1) = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R(T_1 - T_2). \qquad (1)$$

Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона для состояний 1 и 2:

$$p_1V_1 = \frac{m}{\mu}RT_1\ ;\ p_2V_2 = \frac{m}{\mu}RT_2. \quad (2)$$

Теперь формулу (1) преобразуем, с учетом (2), к виду:

$$A = A_{12} = \frac{i}{2}(p_1V_1 - p_2V_2). \quad (3)$$

Из уравнения адиабаты следует, что $p_1V_1^\gamma = p_2V_2^\gamma$; тогда $p_2 = p_1(V_1/V_2)^\gamma$. (4)

Решая совместно уравнения (3) и (4), получаем: $A = \frac{i}{2}\left(p_1V_1 - p_1(V_1/V_2)^\gamma V_2\right)$. (5)

Изменение внутренней энергии $\Delta U_{13} = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R(T_3 - T_1)$ или, с учетом уравнения Менделеева-Клапейрона, $\Delta U_{13} = \frac{i}{2}(p_3V_2 - p_1V_1)$. (6)

Количество теплоты, отданное газом, $Q = Q_{12} + Q_{23}$. При адиабатном процессе $Q_{12} = 0$, тогда $Q = Q_{23}$. При изохорном процессе $Q_{23} = \Delta U_{23} = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R(T_3 - T_2)$ или, с учетом уравнения Менделеева-Клапейрона, $Q = Q_{23} = \frac{i}{2}(p_3V_2 - p_2V_2)$. (7)

Произведем вычисления по формулам (5), (6) и (7):

$$A = 450\text{Дж};\ \Delta U = -1500\text{Дж};\ Q = -1050\text{Дж}.$$

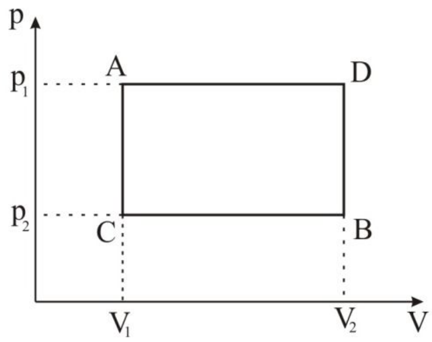
Пример 3. В цилиндрах карбюраторного двигателя внутреннего сгорания газ сжимается политропически так, что после сжатия температура газа становится равной t_2=427°C. Начальная температура газа t_1=140°C. Степень сжатия V_2/V_1=5,8. Найти показатель политропы n.

Дано:	**Решение:**
t_2 = 427°C V_2/V_1 = 5,8 t_1 = 140 °C	Из уравнения политропического процесса: $T_2 = T_1 \cdot 5{,}8^{n-1}$ или $\frac{T_2}{T_1} = 5{,}8^{n-1}$. Прологарифмируем полученное выражение: $\ln\frac{T_2}{T_1} = \ln 5{,}8^{n-1}$ или $\ln\frac{T_2}{T_1} = (n-1)\ln 5{,}8$, откуда $n = \frac{\ln(T_2/T_1)}{\ln 5{,}8} + 1$; n = 1,3.
n — ?	

Пример 4. В цилиндрах карбюраторного двигателя внутреннего сгорания газ сжимается политропически до $V_2=V_1/6$. Начальное давление p_1=90 кПа, начальная температура t_1=127°C. Найти давление p и температуру t газа в цилиндрах после сжатия. Показатель политропы n=1,3.

Дано:	Решение:
$V_2 = V_1/6$ $t_1 = 127^oC$ $n = 1,3$ $p_1 = 90$ кПа	Уравнение политропического процесса $p_1V_1^n = p_2V_2^n$. По условию $V_2 = \frac{V_1}{6}$, следовательно, $p_1V_1^n = p_2\left(\frac{V_1}{6}\right)^n$, откуда $p_2 = p_1 \cdot 6^n = 934$ кПа. Из уравнения политропического процесса $T_1V_1^{n-1} = T_2V_2^{n-1}$ или $T_1V_1^{n-1} = T_2\left(\frac{V_1}{6}\right)^{n-1}$, откуда $T_2 = T_1 \cdot 6^{n-1} = 684{,}7$K.
p_2 — ? t_2 — ?	

Пример 5. Некоторая масса кислорода занимает объем V_1 = 3 л при температуре t_1= 27 °C и давлении p_1= 820 кПа. В другом состоянии газ имеет параметры V_2 = 4,5 л и p_2 = 600 кПа. Найти количество теплоты Q, полученное газом, работу A, совершенную газом при расширении, и изменении ΔU внутренней энергии газа при переходе газа из одного состояния в другое: а) по участку ACB; б) по участку ADB.

Дано	Решение
V_1 = 3 л t_1= 27 °C p_1= 820 кПа V_2 = 4,5 л p_2 = 600 кПа	
Q — ? A — ? ΔU — ?	

а) По участку ACB: участок AC — изохора, т.е. A_1 = 0, поскольку ΔV = 0. Следовательно, $Q_1 = \Delta U_1 = \frac{5}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T$.

Согласно уравнению Менделеева – Клапейрона $p_1V_1 = \frac{m}{\mu}RT_1$ — (1) и $p_2V_1 = \frac{m}{\mu}RT_2$ — (2). Вычтем уравнение (2) из (1), тогда $(p_1 - p_2)V_1 = \frac{m}{\mu}R\Delta T$. Отсюда $Q_1 = \Delta U_1 = \frac{5}{2}(p_1 - p_2)V_1$; Q_1=1,65 кДж. Участок CB — изобара, следовательно, $A_2 = p_2(V_2 - V_1)$; A_2=0,9 кДж. Изменение внутренней энергии $\Delta U_2 = \frac{5}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T$. Согласно уравнению Менделеева – Клапейрона $p_2V_1 = \frac{m}{\mu}RT_1$ — (3) и $p_2V_2 = \frac{m}{\mu}RT_2$ — (4). Вычтем (3) из (4), тогда $p_2(V_2 - V_1) = \frac{m}{\mu}R\Delta T$. Отсюда $\Delta U_2 = \frac{5}{2}p_2(V_2 - V_1)$; ΔU_2 = 2,25 кДж. Таким образом, на всем участке ACB: работа $A = A_2$ = 0,9 кДж; изменение внутренней энергии $\Delta U = \Delta U_2 - \Delta U_1$ = 0,6 кДж. Согласно первому началу термодинамики количество тепла $Q = \Delta U + A$ = 1,5кДж.

б) Аналогично на участке ADB: работа $A = A_1 = p_1(V_2 - V_1)$ = 1,23 кДж; изменение внутренней энергии $\Delta U = \Delta U_2 - \Delta U_1 = \frac{5}{2}\, p_1(V_2 - V_1) - \frac{5}{2}(p_1 - p_2)V_2$ = 0,6 кДж; количество тепла $Q = \Delta U + A$ = 1,83 кДж.

Тема 7. Круговые процессы. Термический КПД. Цикл Карно.

Основные формулы и законы.

- Термический коэффициент полезного действия (КПД) цикла в общем случае

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \qquad (1)$$

где Q_1 - количество теплоты, полученное рабочим телом (газом) от нагревателя; Q_2 - количество теплоты, переданное рабочим телом охладителю.

- КПД цикла Карно

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \quad \text{или} \quad \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \qquad (2)$$

где T_1 - температура нагревателя, T_2 - температура охладителя.

- Эффективность холодильной машины

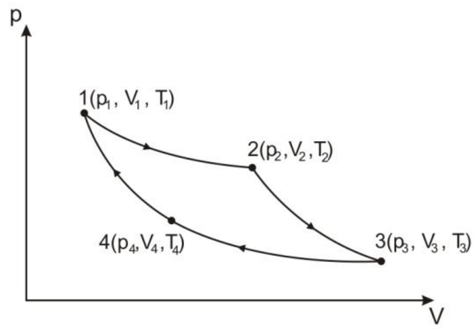
$$\eta' = \frac{Q_2}{A'} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2},$$

где Q_2 - отнятое от охлаждаемого тела тепло; A' - работа, затрачиваемая на приведение машины в действие.

Примеры решения задач

Пример 1. Трехатомный идеальный газ совершает цикл Карно. Определите КПД цикла, если при адиабатическом расширении объем газа увеличивается в 8 раз.

Дано	**Решение**
$V_3/V_2=8$	
$i=6$	
$\eta=?$	



$$\text{КПД цикла } \eta = \frac{T_1\text{-}T_2}{T_1}. \quad (1)$$

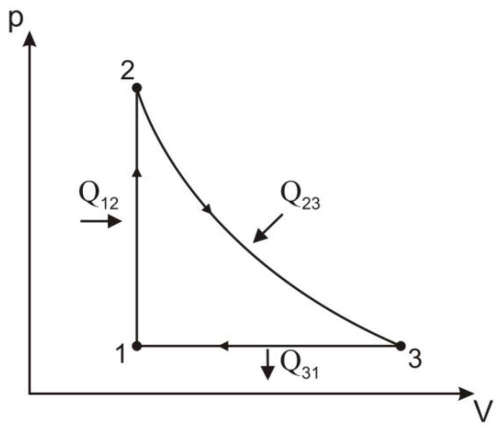
Для определения температур T_1 нагревателя и T_2 холодильника воспользуемся уравнением адиабаты $TV^{\gamma\text{-}1}$=const, откуда $T_1V_2^{\gamma\text{-}1}=T_2V_3^{\gamma\text{-}1}$, или $\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_1}{T_2}$,

где $\gamma - 1 = \frac{2}{i} = \frac{1}{3}$. Тогда $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{1/3} = 8^{1/3} = \sqrt[3]{8}$, т.е. $T_1=2T_2$. (2).

Подставим (2) в (1), $\eta=0{,}5$ или $\eta=50\%$.

Пример 2. Идеальный двухатомный газ (ν =1моль), занимающий объём 10л под давлением 250кПа, подвергают изохорному нагреванию до 400К. Затем газ изотермически расширяется до начального давления, после чего путем изобарного сжатия газ возвращают в первоначальное состояние. Постройте график цикла и определите его КПД.

Дано	**Решение**
$i=5$ $\nu=1$ моль $V_1=10$л$=10^{-2}$м^3 $p_1=250\cdot10^3$Па $T_2=400$К	
η-?	



Построим график цикла, состоящего из изохоры, изотермы и изобары. Термический КПД цикла: $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$. (1)

Количество теплоты Q_1, полученное газом за цикл, складывается из количеств теплоты, сообщенных газу на участках 1→2 и 2→3, т.е. $Q_1=Q_{12}+Q_{23}$. (2)

Количество теплоты $Q_{12}=C_v\nu(T_2-T_1)$, где $C_v=\frac{i}{2}\cdot R$. Тогда $Q_{12}=\frac{i}{2}\cdot R\nu(T_2-T_1)$. (3)

Температуру T_1 определим из уравнения Менделеева-Клапейрона: $T_1=\frac{p_1V_1}{\nu R}$.(4)

Объединив формулы (4) и (3), имеем $Q_{12}=\frac{i}{2}\cdot R\nu(T_2-\frac{p_1V_1}{\nu R})$. (5)

Из первого начала термодинамики $Q_{23}=A_{23}=\nu RT_2\ln(\frac{V_3}{V_2})$. (6)

Учтя, что при p=const, согласно закону Гей-Люссака, $\frac{V_3}{V_1}=\frac{T_3}{T_1}$ и, по условию $V_1=V_2$, $T_3=T_2$ преобразуем выражение (6) к виду:

$$Q_{23}=\nu RT_2\ln(\frac{V_3}{V_1})=\nu RT_2\ln(\frac{\nu RT_2}{p_1V_1}). \quad (7)$$

Объединив (5), (7) и (2), найдем $Q_1=\frac{i}{2}\cdot R\nu(T_2-\frac{p_1V_1}{\nu R})+\nu RT_2\ln(\frac{\nu RT_2}{p_1V_1})$. (8)

Количество теплоты, отданное газом при изобарном сжатии:

$Q_2=|Q_{31}|=C_p\nu(T_3-T_1)$, где $C_p=\frac{i+2}{2}\cdot R$, $T_3=T_2$; отсюда $Q_2=\frac{i+2}{2}\cdot R\nu(T_2-\frac{p_1V_1}{\nu R})$. (9)

Окончательно: $\eta = 1 - \dfrac{(i+2)\left(T_2 - \dfrac{p_1V_1}{\nu R}\right)}{i\left(T_2 - \dfrac{p_1V_1}{\nu R}\right) + 2T_2 \ln \dfrac{T_2\nu R}{p_1V_1}}$. (10)

Произведем вычисления по формуле (10), получим η=0,041 или 4,1%.

Пример 3. Идеальная холодильная машина, работающая по обратному циклу Карно, передает тепло от холодильника с водой при температуре t_2 = 0 °C кипятильнику с водой при температуре t_1 = 100 °C. Какую массу m_2 воды нужно заморозить в холодильнике, чтобы превратить в пар массу m_1 = 1 кг воды в кипятильнике?

Дано	**Решение**
t_1 = 100 °C t_2 = 0 °C m_1 = 1 кг	Коэффициент преобразования идеальной холодильной машины $\eta = \dfrac{T_2}{T_1 - T_2} = 2{,}73$. Количество тепла, отдаваемое
m_2 — ?	холодильнику $Q_2 = \lambda m_2$, где λ = 335 кДж/кг — удельная теплота

плавления льда. Количество тепла, принимаемое кипятильником $Q_1 = rm_1$, где r=2,26 МДж/кг - удельная теплота парообразования воды. С другой стороны, $\eta = \dfrac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$, откуда $\eta\cdot(Q_1 - Q_2) = Q_2$ или $\eta Q_1 - \eta Q_2 = Q_2$. Отсюда $Q_1 = \dfrac{Q_2(1+\eta)}{\eta}$ или $rm_1 = \dfrac{\lambda m_2(1+\eta)}{\eta}$.

Окончательно: $m_2 = \dfrac{rm_1\eta}{\lambda(1+\eta)}$; m_2=4,94 кг.

Тема 8. Энтропия.

Основные формулы и законы.

- Элементарное приращение энтропии в равновесном процессе

$$dS = \partial Q/T, \tag{1}$$

где ∂Q - элементарная теплота, полученная системой.

- Конечное приращение энтропии системы

$$\Delta S \ge \int \partial Q/T, \tag{2}$$

где знак «=» соответствует равновесному процессу, знак «>» - неравновесному; T - температура тела, отдающего тепло.

- Связь между энтропией и статистическим весом состояния термодинамической системы

$$S = k \ln w. \tag{3}$$

- Изменение энтропии идеального газа в произвольном процессе

$$\Delta S_{1\to 2} = S_2 - S_1 = \frac{m}{\mu}\left(C_V \ln\frac{T_2}{T_1} + R\ln\frac{V_2}{V_1}\right). \tag{4}$$

- Изменение энтропии в адиабатном процессе

$$\partial Q = 0;\ \text{следовательно}\ \ \Delta S = 0. \tag{5}$$

- Изменение энтропии в изотермическом процессе

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} R \ln\frac{V_2}{V_1}. \tag{6}$$

- Изменение энтропии в изохорном процессе

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} C_V \ln\frac{T_2}{T_1}. \tag{7}$$

Примеры решения задач

Пример 1. Найдите изменение ΔS энтропии при превращении m=10г льда (t=-20°C) в пар (t_n= 100°C).

Дано	Решение
$m=10^{-2}$ кг T=253 К T_n=373 К	Согласно первому началу термодинамики $\partial Q = dU + \partial A$; $\partial Q = \frac{m}{\mu} c_V dT + pdV$. Из уравнения Менделеева – Клапейрона
ΔS-?	давление $p = \frac{m}{\mu}\frac{RT}{V}$, то $\partial Q = \frac{m}{\mu} c_V\, dT + \frac{m}{\mu}\frac{RT}{V} dV$. При переходе из

одного агрегатного состояния в другое, общее, изменение энтропии складывается из изменений её в отдельных процессах.

При нагревании льда от T до T_0 (T_0 – температура плавления):

$$\Delta S_1 = \int_T^{T_0} \frac{mc_л dT}{T} = mc_л \ln\frac{T_0}{T}, \qquad (1)$$

где $c_л = 2{,}1\frac{кДж}{кг \cdot К}$ - удельная теплоемкость льда.

При плавлении льда $\Delta S_2 = \int_1^2 \frac{dQ}{T_0} = \frac{m\lambda}{T_0}$, (2)

где $\lambda = 0{,}33\,\frac{МДж}{кг}$ - удельная теплота плавления.

При нагревании воды от T_0 до $T_п$: $\Delta S_3 = \int_{T_0}^{T_п} \frac{mc_в dT}{T} = mc_в \ln\frac{T_п}{T_0}$, (3)

где $c_в = 4{,}19\frac{кДж}{кг \cdot К}$ - удельная теплоемкость воды.

При испарении воды при температуре $T_п$: $\Delta S_4 = \int_1^2 \frac{dQ}{T_п} = \frac{mr}{T_п}$, (4)

где $r = 2{,}26\,\frac{МДж}{кг}$ - удельная теплота парообразования.

Общее изменение энтропии $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 + \Delta S_4$; (5)

Тогда, с учетом выражений (1) - (5), получим

$$\Delta S = mc_л \ln\frac{T_0}{T} + \frac{m\lambda}{T_0} + mc_в \ln\frac{T_п}{T_0} + \frac{mr}{T_п}. \qquad (6)$$

Произведем вычисления по формуле (6), получим $\Delta S = 88\,\frac{Дж}{К}$.

Пример 2. Найдите изменение ΔS энтропии при изобарическом расширении массы $m = 8г$ гелия от объёма $V_1 = 10л$ до объёма $V_2 = 25л$.

Дано	Решение
$m=8\cdot10^{-3}$кг $V_1=10^{-2}$м^3 $V_2=25\cdot10^{-3}$ м^3	Изменение энтропии $\Delta S = \int_1^2 \frac{\partial Q}{T}$, где $\partial Q = C_p \frac{m}{\mu} dT$, т.к. $p = const$. Теплоемкость при постоянном давлении $C_p = \frac{i+2}{2}R$, тогда
ΔS-?	

$$\Delta S = \int_1^2 C_p \frac{m}{\mu}\frac{dT}{T} = \frac{i+2}{2}\frac{m}{\mu} R \ln T\Big|_{T_1}^{T_2} = \frac{i+2}{2}\frac{m}{\mu} R \ln\frac{T_2}{T_1}. \qquad (1)$$

Т.к. гелий – одноатомный газ, то число степеней свободы $i = 3$, и, т.к. $p = \text{const}$,

то $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ или $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$, следовательно, $\Delta S = \frac{5}{2}\frac{m}{\mu}R\ln\frac{V_2}{V_1}$. (2)

Произведем вычисления $\Delta S = 38{,}1\frac{\text{Дж}}{\text{К}}$.

Задачи по разделу «Механика и термодинамика»

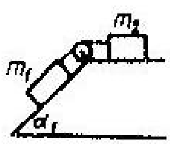
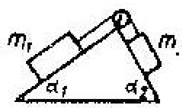
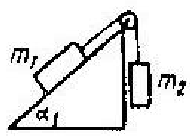
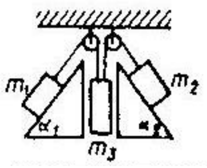
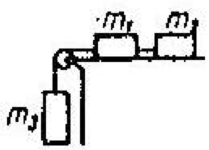
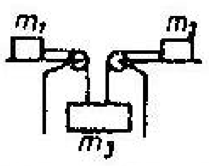
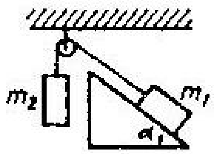
Задача 1. Найти зависимость от времени угла α между векторами скорости и ускорения, его величину в момент времени t_1, если известен закон изменения радиуса-вектора материальной точки относительно начала координат.

Номер задания	Закон изменения радиус-вектора	A	B	t_1, с
1	$\vec{r} = -At^2\vec{i} + Bt\vec{j}$	2 м/с^2	32 м/с	1
2		2 м/с^2	32 м/с	2
3		2 м/с^2	32 м/с	3
4		2 м/с^2	32 м/с	4
5	$\vec{r} = -At\vec{i} - Bt^2\vec{j}$	0,5 м/с	2 м/с^2	1
6		1,0 м/с	2 м/с^2	1
7		1,5 м/с	2 м/с^2	1
8		2,0 м/с	2 м/с^2	1
9	$\vec{r} = At^2\vec{i} + Bt\vec{j}$	2,5 м/с^2	10 м/с	2
10		2,5 м/с^2	10 м/с	4
11		2,5 м/с^2	10 м/с	6
12		2,5 м/с^2	10 м/с	8
13	$\vec{r} = -At\vec{i} + Bt^2\vec{j}$	12 м/с	2 м/с^2	2
14		12 м/с	4 м/с^2	2
15		12 м/с	6 м/с^2	2
16		12 м/с	8 м/с^2	2
17	$\vec{r} = At^2\vec{i} - Bt\vec{j}$	1,5 м/с^2	16 м/с	4
18		2,0 м/с^2	16 м/с	4
19		2,5 м/с^2	16 м/с	4
20		3,0 м/с^2	16 м/с	4
21	$\vec{r} = At\vec{i} - Bt^2\vec{j}$	20 м/с	5 м/с^2	2,5
22		20 м/с	5 м/с^2	5
23		20 м/с	5 м/с^2	7,5
24		20 м/с	5 м/с^2	10
25	$\vec{r} = -At^2\vec{i} - Bt\vec{j}$	4 м/с^2	4 м/с	0,5
26		4 м/с^2	8 м/с	0,5
27		4 м/с^2	12 м/с	0,5
28		4 м/с^2	16 м/с	0,5

Задача 2. Заданы законы движения материальной точки вдоль осей x и y. Найти полное, тангенциальное и нормальное ускорения точки в момент времени t_1, а также радиус кривизны траектории в этот момент времени.

Номер задания	Закон движения вдоль оси x, м	Закон движения вдоль оси y, м	t_1, с
1	$x = 2t - t^3$	$y = t^2 + 2t^3$	0,2
2			0,4
3			0,6
4			0,8
5	$x = 2t + 3t^2$	$y = 24 - 4t^3$	0,1
6			0,3
7			0,8
8			1,0
9	$x = 34 - t + 2t^3$	$y = 5t - t^2$	0,6
10			0,8
11			1,0
12			1,2
13	$x = 0{,}5t^2 + 3t$	$y = 15 - 4t + 1{,}5t^3$	1,2
14			1,3
15			1,4
16			1,5
17	$x = 11 + t^2 - 0{,}5t^3$	$y = 7 - 2{,}5t^3$	0,2
18			0,3
19			0,4
20			0,5
21	$x = -6 + 0{,}1t^3$	$y = 0{,}2t^3 - t^2$	5,0
22			4,0
23			3,0
24			2,0
25	$x = 5 + 2t + 1{,}5t^2$	$y = 18 + 0{,}25t^3$	1,0
26			1,1
27			1,2
28			1,3

Задача 3. Два или три тела соединены невесомыми нерастяжимыми нитями, перекинутыми через блоки, массами которых можно пренебречь. Массы тел (m_1, m_2, m_3) даны, углы, которые составляют наклонные плоскости с горизонталью (α_1, α_2), известны, коэффициенты трения тел о поверхности (k_1, k_2) также известны. Найти ускорения, с которыми движутся тела, и силы натяжения нитей в системах, соответствующих номеру задания. Выполнить дополнительное задание. Трением в блоках пренебречь.

Номер задания	Система тел	m_1, кг	m_2, кг	m_3, кг	α_1, град	α_1, град	k_1	k_2	Проанализировать зависимости
1		2,0	1,0	-	30	-	0,12	0,15	Силы натяжения и ускорения от угла α_1
2		2,0	1,0	-	40	-	0,12	0,15	
3		2,0	1,0	-	50	-	0,12	0,15	
4		2,0	1,0	-	60	-	0,12	0,15	
5		0,3	0,1	-	30	45	0,1	0,15	Силы натяжения и ускорения от массы m_1
6		0,4	0,1	-	30	45	0,1	0,15	
7		0,5	0,1	-	30	45	0,1	0,15	
8		0,6	0,1	-	30	45	0,1	0,15	
9		3,0	1,0	-	45	-	0,1	-	Силы натяжения и ускорения от коэффициента трения k_1
10		3,0	1,0	-	45	-	0,2	-	
11		3,0	1,0	-	45	-	0,3	-	
12		3,0	1,0	-	45	-	0,4	-	
13		0,1	0,1	0,2	30	30	0,2	0,2	Силы натяжения и ускорения от массы m_3
14		0,1	0,1	0,3	30	30	0,2	0,2	
15		0,1	0,1	0,4	30	30	0,2	0,2	
16		0,1	0,1	0,5	30	30	0,2	0,2	
17		0,2	0,1	0,5	-	-	0,1	0,1	Силы натяжения и ускорения от коэффициента трения $k_1(k_2)$
18		0,2	0,1	0,5	-	-	0,2	0,2	
19		0,2	0,1	0,5	-	-	0,3	0,3	
20		0,2	0,1	0,5	-	-	0,4	0,4	
21		0,1	0,1	0,2	-	-	0,15	0,15	Силы натяжения и ускорения от массы m_3
22		0,1	0,1	0,4	-	-	0,15	0,15	
23		0,1	0,1	0,6	-	-	0,15	0,15	
24		0,1	0,1	0,8	-	-	0,15	0,15	
25		2,0	0,5	-	30	-	0,10	-	Силы натяжения и ускорения от коэффициента трения k_1
26		2,0	0,5	-	30	-	0,15	-	
27		2,0	0,5	-	30	-	0,20	-	
28		2,0	0,5	-	30	-	0,25	-	

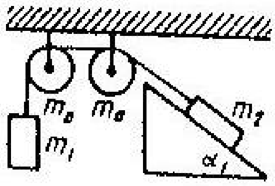
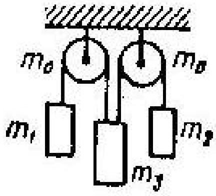
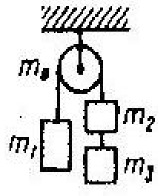
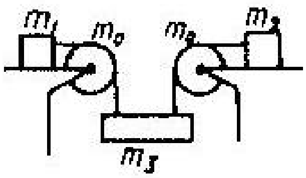
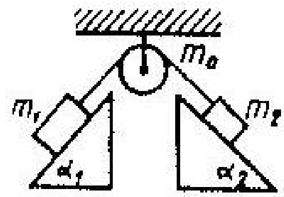
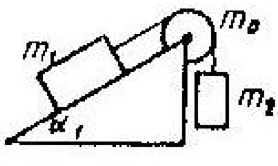
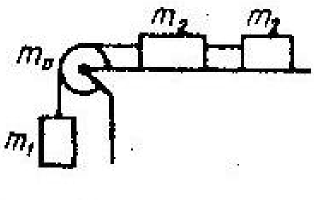
Задача 4. Материальная точка массой m под действием консервативной силы переместилась из точки с координатой x_1 в точку с координатой x_2. Составляющая силы F_x вдоль оси x зависит от координаты по закону $F_x=f(x)$. Найти работу, производимую силой, по перемещению материальной точки. Построить график зависимости работы от величины перемещения.

Номер задания	m, кг	Закон изменения составляющей силы $F_x=f(x)$, Н	B	C	x_1, м	x_2, м
1	0,5	$F_x = \frac{Bm}{x^2} + C$	4,0 м^3/с^2	0,2 Н	2	4
2	0,5		4,0 м^3/с^2	0,2 Н	4	6
3	0,5		4,0 м^3/с^2	0,2 Н	6	8
4	0,5		4,0 м^3/с^2	0,2 Н	8	10
5	1,0	$F_x = B + Cmx$	2,5 Н	1,5 с$^{-2}$	0,2	0,4
6	1,0		2,5 Н	1,5 с$^{-2}$	0,4	0,6
7	1,0		2,5 Н	1,5 с$^{-2}$	0,6	0,8
8	1,0		2,5 Н	1,5 с$^{-2}$	0,8	1,0
9		$F_x = \frac{B}{x} + C$	2,0 Н·м	0,5 Н	1	2
10			2,0 Н·м	0,5 Н	2	3
11			2,0 Н·м	0,5 Н	3	4
12			2,0 Н·м	0,5 Н	4	5
13	2,0	$F_x = Bm + C$	0,3 Н/кг	1,0 Н	0	0,5
14	2,0		0,3 Н/кг	1,0 Н	0	1,0
15	2,0		0,3 Н/кг	1,0 Н	0	1,5
16	2,0		0,3 Н/кг	1,0 Н	0	2,0
17		$F_x = -Bx + C$	5,0 Н/м	0,6 Н	0,1	0,2
18			5,0 Н/м	0,6 Н	0,2	0,3
19			5,0 Н/м	0,6 Н	0,3	0,4
20			5,0 Н/м	0,6 Н	0,4	0,5
21	1,0	$F_x = B\frac{m}{x^2} + Cx$	1,5 м^3/с^2	4,0 Н/м	0,5	1,0
22	1,0		1,5 м^3/с^2	4,0 Н/м	1,0	1,5
23	1,0		1,5 м^3/с^2	4,0 Н/м	1,5	2,0
24	1,0		1,5 м^3/с^2	4,0 Н/м	2,0	2,5
25		$F_x = B + Cx^2$	1,0 Н	3,0 Н/м^2	0	0,25
26			1,0 Н	3,0 Н/м^2	0,25	0,5
27			1,0 Н	3,0 Н/м^2	0,5	0,75
28			1,0 Н	3,0 Н/м^2	0,75	1,0

Задача 5. Два шара подвешены на параллельных нитях одинаковой длины так, что они соприкасаются. Масса первого шара равна m_1, масса второго – m_2. Первый шар отклоняют так, что его центр тяжести поднимается на высоту H, и отпускают. После упругого соударения второй шар поднимается на высоту h_2, а первый – на высоту h_1. Найти неизвестные величины согласно номеру задания.

Номер задания	m_1, кг	m_2, кг	H, см	h_1, см	h_2, см
1	0,2	0,1	4,5	?	?
2	0,05	0,03	?	?	7,81
3	0,16	0,12	?	0,2	?
4	0,8	?	?	1,17	33,33
5	0,45	0,4	12	?	?
6	0,25	0,15	?	?	12,5
7	0,12	0,08	?	0,68	?
8	0,04	?	?	2,89	46,22
9	0,09	0,05	20	?	?
10	0,75	0,5	?	?	40,32
11	0,12	0,04	?	1,75	?
12	0,1	?	?	1,44	23,11
13	1,0	0,75	14	?	?
14	0,06	0,05	?	?	21,42
15	0,4	0,25	?	0,48	?
16	0,15	?	?	1,2	43,2
17	0,5	0,4	25	?	?
18	0,9	0,45	?	?	10,67
19	0,03	0,02	?	0,84	?
20	0,14	?	?	0,744	16,2
21	0,7	0,3	15	?	?
22	0,02	0,01	?	?	42,67
23	0,55	0,2	?	0,87	?
24	0,3	?	?	1,08	38,88
25	0,6	0,4	23	?	?
26	0,35	0,3	?	?	18,556
27	0,04	0,01	?	3,96	?
28	0,08	?	?	0,306	19,59

Задача 6. Несколько тел с массами m_1, m_2, m_3 соединены невесомыми нерастяжимыми нитями, перекинутыми через блоки массой m_0. Углы, которые составляют наклонные плоскости с горизонтальной, равны α_1 и α_2, коэффициенты трения тел о поверхности – k. Найти ускорения, с которыми движутся тела, и силы натяжения нитей. Блоки считать однородными дисками. Трением на осях блоков пренебречь.

Номер задания	Система тел	m_0, кг	m_1, кг	m_2, кг	m_3, кг	k	α_1, град	α_2, град
1		0,2	0,3	0,3	1,0	0,1	10	-
2		0,2	0,3	0,3	1,0	0,1	20	-
3		0,2	0,3	0,3	1,0	0,1	30	-
4		0,2	0,3	0,3	1,0	0,1	40	-
5		0,5	0,2	0,2	2,0	-	-	-
6		0,5	0,4	0,4	2,0	-	-	-
7		0,5	0,6	0,6	2,0	-	-	-
8		0,5	0,8	0,8	2,0	-	-	-
9		0,2	0,3	0,25	0,1	-	-	-
10		0,2	0,3	0,25	0,2	-	-	-
11		0,2	0,3	0,25	0,3	-	-	-
12		0,2	0,3	0,25	0,4	-	-	-
13		0,3	0,6	0,6	1,0	0,2	-	-
14		0,3	0,6	0,6	1,5	0,2	-	-
15		0,3	0,6	0,6	2,0	0,2	-	-
16		0,3	0,6	0,6	2,5	0,2	-	-
17		0,4	1,4	0,5	-	0,15	25	10
18		0,4	1,4	0,5	-	0,15	25	20
19		0,4	1,4	0,5	-	0,15	25	30
20		0,4	1,4	0,5	-	0,15	25	40
21		0,2	0,8	1,0	-	0,25	45	-
22		0,4	0,8	1,0	-	0,25	45	-
23		0,6	0,8	1,0	-	0,25	45	-
24		0,8	0,8	1,0	-	0,25	45	-
25		0,4	0,5	0,6	0,4	0,1	-	-
26		0,4	0,5	0,6	0,4	0,2	-	-
27		0,4	0,5	0,6	0,4	0,3	-	-
28		0,4	0,5	0,6	0,4	0,4	-	-

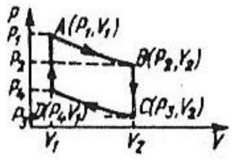
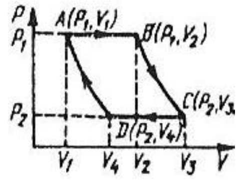
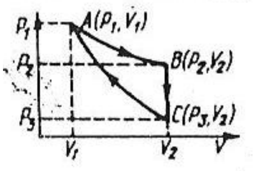
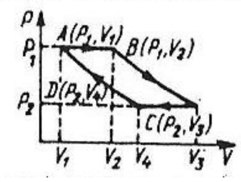
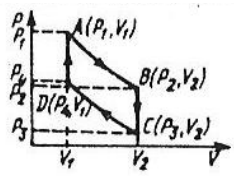
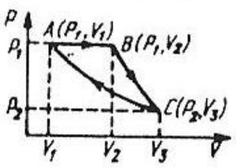
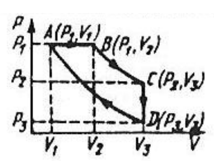
Задача 7. Тело массой m и радиусом (или длиной) r начинает вращаться относительно оси, проходящей через его центр масс, таким образом, что угловое смещение φ меняется по заданному закону φ=φ(t), где A, B, C – постоянные величины. Найти, какую работу совершает над телом результирующий момент внешних сил за промежуток времени от t_1 до t_2. Размерность величин A, B, C определить самим.

Номер задания	Вращающееся тело	m, г	r, см	Закон изменения φ	A	B	C	t_1, с	t_2, с
1	Стержень	100	20	$\varphi = At^4 + B$	4	5	-	1,5	2,0
2	Диск	200	5		3	-7	-	2,0	2,5
3	Обруч	100	12		0,8	0,5	-	2,5	3,0
4	Шар	300	4		2	0,9	-	3,0	3,5
5	Стержень	75	18	$\varphi = A + Bt^3 + Ct$	2,5	6	-2	1,2	1,4
6	Полый цилиндр	100	5		11	5	1,5	1,4	1,6
7	Шар	200	5		0,7	4	-3	1,6	1,8
8	Сплошной цилиндр	300	4		-8	3	4	1,8	2,0
9	Диск	300	10	$\varphi = At^2 + B + Ct^3$	-1	5	6	1,0	1,4
10	Стержень	60	12		5	-9	-3	1,4	1,8
11	Шар	350	7		7	12	-4	1,6	2,0
12	Обруч	90	10		-2	8	5	2,0	2,4
13	Полый цилиндр	150	6	$\varphi = At^4 + Bt + C$	9	-3	-6	0,5	0,6
14	Шар	250	6		7	4	8	0,6	0,7
15	Стержень	120	30		6	-2	-2	0,7	0,8
16	Сплошной цилиндр	500	5		5	-1	3	0,8	0,9
17	Обруч	60	8	$\varphi = A + Bt^5$	4	0,8	-	2,0	2,2
18	Стержень	80	15		2	0,9	-	2,2	2,4
19	Диск	400	12		5	0,3	-	2,4	2,6
20	Шар	500	5		-3	0,2	-	2,6	2,8
21	Сплошной цилиндр	400	5	$\varphi = At^5 + Bt + C$	-4	15	10	1,2	1,3
22	Обруч	80	9		3	-12	-8	1,4	1,5
23	Стержень	90	25		-2	18	9	1,6	1,7
24	Шар	150	4		2	-23	11	1,8	1,9
25	Диск	250	6	$\varphi = A + Bt^2 + Ct$	8	14	-9	1,0	1,5
26	Полый цилиндр	120	6		-6	26	10	1,5	2,0
27	Шар	400	8		1	17	6	2,0	2,5
28	Стержень	50	10		-4	15	-2	2,5	3,0

Задача 8. Газ, молекулы которого содержат n атомов, занимает объем V_1 и находится под давлением p_1. При подводе количества теплоты, равной Q, газ расширился при постоянном давлении до объема V_2, а затем его давление возросло до p_2 при неизменном объеме. Внутренняя энергия газа изменилась при этом на ΔU, газ совершил работу, равную А. Найти неизвестные величины.

Номер задания	n	V_1, м^3	p_1, Па	V_2, м^3	p_2, Па	Q, Дж	ΔU, Дж	А, Дж
1	?	$4\cdot10^{-2}$	10^4	$6\cdot10^{-2}$	$5\cdot10^4$	?	6500	?
2	1	?	$1{,}2\cdot10^5$	$3\cdot10^{-2}$	$6\cdot10^5$	?	?	2400
3	2	$1{,}5\cdot10^{-3}$	?	$3\cdot10^{-3}$	10^5	?	450	?
4	3	?	$4\cdot10^4$	$7{,}5\cdot10^{-3}$	?	1300	?	100
5	4	?	$8\cdot10^4$	$4{,}5\cdot10^{-2}$	$1{,}5\cdot10^5$	?	16650	?
6	?	$5\cdot10^{-3}$	?	$8\cdot10^{-3}$	$6\cdot10^4$	?	570	60
7	1	$3\cdot10^{-2}$	$5\cdot10^3$	?	$1{,}5\cdot10^4$	?	787,5	?
8	2	$1{,}2\cdot10^{-3}$	$7\cdot10^4$	?	?	1626	?	336
9	3	$2\cdot10^{-3}$	?	$5\cdot10^{-3}$	$2{,}5\cdot10^5$	?	3150	?
10	2	?	$1{,}5\cdot10^4$	$4{,}5\cdot10^{-3}$	?	?	562,5	22,5
11	1	$1{,}5\cdot10^{-2}$	$2\cdot10^5$	$3\cdot10^{-2}$	?	?	9000	?
12	?	$6\cdot10^{-3}$	?	$9\cdot10^{-3}$	10^4	150	?	24
13	3	$1{,}2\cdot10^{-2}$	$5\cdot10^4$	?	$7{,}5\cdot10^4$	?	9000	?
14	?	10^{-3}	?	$2{,}5\cdot10^{-3}$	$4\cdot10^4$	?	225	15
15	4	$7\cdot10^{-3}$	$6\cdot10^3$	10^{-2}	$8\cdot10^3$	?	?	?
16	2	?	10^5	$6\cdot10^{-3}$	?	2150	?	400
17	1	$2{,}5\cdot10^{-3}$	$3\cdot10^5$	$7{,}5\cdot10^{-3}$	?	?	3937,5	?
18	3	10^{-2}	$3\cdot10^4$	?	?	?	7200	600
19	?	$9\cdot10^{-3}$	$9\cdot10^3$	$2\cdot10^{-2}$	$4{,}5\cdot10^4$	?	2047,5	?
20	?	$5\cdot10^{-2}$	$1{,}5\cdot10^5$	?	$3\cdot10^5$	26250	?	3750
21	4	$2\cdot10^{-2}$	$2\cdot10^4$	$7\cdot10^{-2}$	$6\cdot10^4$	?	?	?
22	2	?	$2{,}5\cdot10^5$	$3\cdot10^{-3}$	$5\cdot10^5$	?	?	500
23	3	$3\cdot10^{-3}$	$8\cdot10^3$	?	$2{,}4\cdot10^4$	?	360	?
24	1	$6\cdot10^{-2}$	?	$9\cdot10^{-2}$	?	10500	?	1500
25	?	$4\cdot10^{-3}$	$9\cdot10^4$	$5\cdot10^{-3}$	$2\cdot10^5$	?	1920	?
26	2	$2{,}5\cdot10^{-2}$	?	$3\cdot10^{-2}$	?	?	13125	750
27	3	?	$7\cdot10^3$	$4\cdot10^{-2}$	$4\cdot10^4$	?	4380	?
28	1	$8\cdot10^{-3}$	$6\cdot10^4$	10^{-2}	?	750	?	?

Задача 9. Воздух массой 763,16 г, занимающий объем V_1 при давлении p_1, получает от нагревателя количество теплоты 30 кДж и совершает один из показанных в таблице циклов. Найти: КПД η_1 цикла, пользуясь данными, приведенными в таблице; температуры T_{max} и T_{min}, в пределах которых работает тепловая машина; КПД η_2 цикла Карно идеальной паровой машины, работающей между теми же температурами T_{max} и T_{min}.

Номер задания	График цикла		p_1, 10^5 Па	V_1, м^3	p_2, 10^5 Па	V_2, м^3	p_3, 10^5 Па	V_3, м^3
1		AB- изотерма	3,0	0,3		0,35	2,0	
2		BC- изохора	1,5	0,6		0,8	1,0	
3		CD- изотерма	1,0	0,7		0,75	0,75	
4		DA- изохора	1,8	0,65		0,75	1,2	
5		AB- изобара	1,75	0,45		0,55		0,8
6		BC- адиабата	1,5	0,5		0,6		0,75
7		CD- изобара	1,9	0,35		0,45		0,6
8		DA- адиабата	1,6	0,55		0,7		0,9
9		AB- изотерма	1,71	0,35		0,55		
10		BC- изохора	2,5	0,4		0,75		
11		CA- адиабата	2,0	0,5		0,8		
12			3,0	0,35		0,6		
13		AB- изобара	1,4	0,35	1,0			0,8
14		BC- изотерма	1,6	0,4	1,3			0,75
15		CD- изобара	1,5	0,35	1,1			0,8
16		DA- изотерма	1,3	0,45	1,0			0,9
17		AB- адиабата	2,0	0,45	1,4		1,0	
18		BC- изохора	2,5	0,4	1,5		1,0	
19		CD- адиабата	1,8	0,5	1,3		1,0	
20		DA- изохора	1,6	0,5	1,2		1,0	
21		AB- изобара	1,75	0,4	1,0			
22		BC- адиабата	1,8	0,5	1,1			
23		CA- изотерма	2,0	0,5	1,2			
24			2,5	0,35	1,5			
25		AB- изобара	1,8	0,4		0,5	1,0	
26		BC- адиабата	2,0	0,5		0,55	1,0	
27		CD- изохора	1,6	0,45		0,6	1,0	
28		DA- адиабата	1,5	0,6		0,75	1,0	

Задача 10. К идеальному газу массой m подводится определенное количество теплоты и газ одним из процессов, сопровождающихся изменением температуры от T_1 до T_2 или объема от V_1 до V_2, переводится из состояния 1 в состояние 2. Изменение энтропии при этом равно ΔS. Найти неизвестную величину согласно номеру задания в таблице.

Номер задания	Газ	Изопроцесс	m, г	T_1, К	T_2, К	V_1, м^3	V_2, м^3	ΔS, Дж/К
1	H_2	p=const	?	300	500	-	-	742,9
2	Ar		36	?	400	-	-	12,96
3	N_2		5,6	250	?	-	-	6,39
4	CO_2		13,2	400	600	-	-	?
5	O_2	T=const	?	-	-	0,15	0,6	2,88
6	N_2		14,0	-	-	?	0,25	6,687
7	CO_2		5,5	-	-	0,1	?	1,86
8	He		10,0	-	-	0,02	0,1	?
9	N_2O	V=const	?	270	540	-	-	8,64
10	Ar		4,2	?	400	-	-	0,538
11	H_2		6,0	225	?	-	-	20,97
12	O_2		8,0	320	400	-	-	?
13	He	p=const	?	-	-	0,1	0,4	115,2
14	O_2		6,4	-	-	?	0,5	5,33
15	N_2O		8,8	-	-	0,2	?	9,216
16	Kr		12,0	-	-	0,15	0,45	?
17	N_2O	T=const	?	-	-	0,25	1,0	17,28
18	H_2		5,0	-	-	?	1,5	14,4
19	Ar		28,0	-	-	0,08	?	9,36
20	O_2		24,0	-	-	0,05	0,2	?
21	Kr	V=const	?	300	350	-	-	0,64
22	N_2O		11,0	?	350	-	-	1,39
23	O_2		12,0	260	?	-	-	3,159
24	He		2,0	200	400	-	-	?
25	Ne	p=const	?	250	500	-	-	14,4
26	Kr		24,0	?	450	-	-	1,179
27	H_2		8,0	280	?	-	-	47,17
28	H_2O		5,4	400	500	-	-	?

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Тема 9. Электростатическое поле в вакууме.

Основные формулы и законы.

- Напряженность $\vec{E}$ и потенциал φ поля точечного заряда q:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}; \qquad \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r}.$$

- Связь между напряженностью $\vec{E}$ поля и потенциалом φ:

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi,$$

$$\mathrm{grad}\,\varphi = \vec{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial\varphi}{\partial z}$$ в декартовой системе координат.

- Принцип суперпозиции полей для заданного:

а) распределения точечных зарядов

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum \frac{\vec{r}_0 - \vec{r}_i}{\left|\vec{r}_0 - \vec{r}_i\right|^3} \cdot q_i; \qquad \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum \frac{q_i}{\left|\vec{r}_0 - \vec{r}_i\right|},$$

где $\vec{r}_0$ и $\vec{r}_i$ - векторы точки наблюдения (точки, в которой определяются $\vec{E}$ и φ) и точки расположения зарядов q_i соответственно;

б) непрерывного распределения зарядов

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\vec{r}_0 - \vec{r}}{\left(\vec{r}_0 - \vec{r}\right)^3} \cdot dq; \qquad \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dq}{\left(\vec{r}_0 - \vec{r}\right)},$$

где dq может быть равно ρdV, σdS или γd*l*; ρ, σ и γ - объемная, поверхностная и линейная плотность зарядов.

- Теорема Гаусса:

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V dq,$$

где $d\vec{S}$ - векторный элемент поверхности S, совпадающий по направлению с внешней (по отношению к S) нормалью к поверхности dS.

- Энергия W поля в заданном объеме:

$$W = \frac{\varepsilon_0}{2}\int E^2 dV.$$

- Работа, совершаемая над зарядом силами электрического поля при перемещении из точки 1 в точку 2:

$$A_{12} = W_{p1} - W_{p2} = q(\varphi_1 - \varphi_2) \text{ или } A_{12} = q\int_1^2 E dl.$$

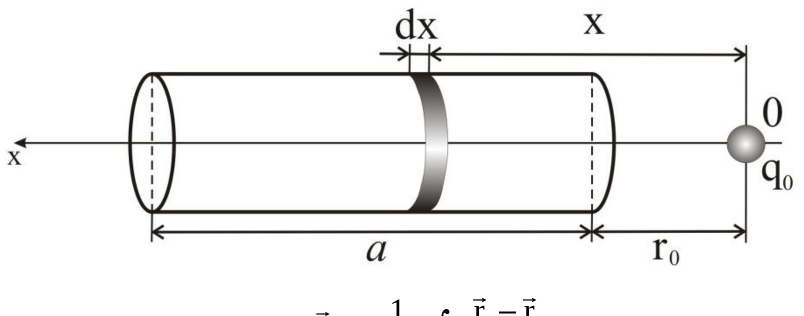
Указания к решению задач.

1. Для определения напряженности и потенциала заданного распределения точечных зарядов следует провести прямое суммирование выражений для потенциала и напряженности электростатического поля каждого заряда из заданного распределения.
2. В случае непрерывного заданного распределения объемных (ρ), поверхностных (σ) или линейных (γ) зарядов провести прямое интегрирование соответствующих выражений.
3. Для заданного непрерывного распределения зарядов, обладающего плоской, осевой или центральной симметрией следует применять теорему Остроградского-Гаусса и формулу, связывающую напряженность поля и потенциал.

Примеры решения задач.

Пример 1. Тонкий стержень длиной *a* несёт заряд Q, равномерно распределенный по длине стержня. На оси стержня на расстоянии r_0 от его правого конца находится точечный заряд q_0. Найти кулоновскую силу взаимодействия между стержнем и q_0.

Дано	**Решение**
a Q r_0 q_0	
F – ?	



По определению $\vec{E} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\displaystyle\int \dfrac{\vec{r}_0 - \vec{r}}{(\vec{r}_0 - \vec{r})^3} \cdot \gamma dl$.

С учетом геометрии задачи $(\vec{r}_0-\vec{r})_x=-x$, dl=dx, $\gamma=\dfrac{Q}{a}$,

$$E=\int_{r_0}^{r_0+a} dE=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\int_{r_0}^{r_0+a}\frac{Q}{a}\left(\frac{1}{x^2}\right)dx=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{a}\cdot\left(\frac{1}{r_0+a}-\frac{1}{r_0}\right).$$ Тогда сила F взаимодействия:

$$F=q_0E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_0Q}{a}\cdot\left(\frac{1}{r_0+a}-\frac{1}{r_0}\right).$$

Вектор $\vec{F}$ расположен вдоль оси x в отрицательном направлении.

Ответ: $F=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{q_0Q}{a}\cdot\left(\dfrac{1}{r_0+a}-\dfrac{1}{r_0}\right)$.

Пример 2. Определить напряжённость поля отрезка, равномерно заряженного с линейной плотностью заряда λ, в точке O, удалённой от отрезка на расстояние r_0. Заданы углы α_1 и α_2.

Дано

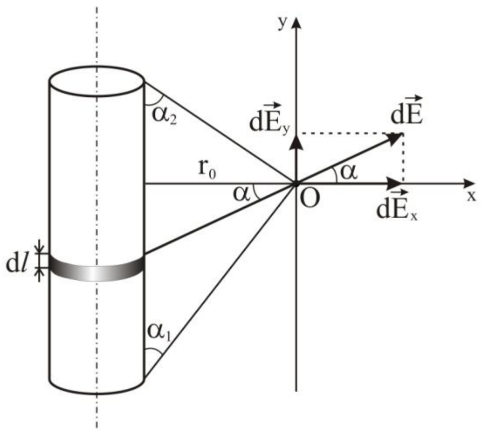
λ

r_0

α_1

α_2

E_0 – ?



Решение

$$dq=\lambda dl \qquad dE=\frac{kdq}{r^2}.$$

Спроецируем $d\vec{E}$ на оси координат:

$$\begin{cases} dE_x=\left|d\vec{E}\right|\cos\alpha \\ dE_y=\left|d\vec{E}\right|\sin\alpha \end{cases}$$

$E_0=\sqrt{E_{x_0}^2+E_{y_0}^2}$ (по теореме Пифагора).

Рассчитаем dE_x и dE_y:

$$\begin{cases} dE_x=\dfrac{k\lambda dl}{r^2}\cos\alpha \\ dE_y=\dfrac{k\lambda dl}{r^2}\sin\alpha \end{cases}; \qquad dl=\frac{r^2d\alpha}{r_0}; \qquad \begin{cases} dE_x=\dfrac{k\lambda\cos\alpha d\alpha}{r_0} \\ dE_y=\dfrac{k\lambda\sin\alpha d\alpha}{r_0} \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_x=\int dE_x=\dfrac{k\lambda}{r_0}\displaystyle\int_{-\alpha_1}^{\alpha_2}\cos\alpha d\alpha=\dfrac{k\lambda}{r_0}(\sin\alpha_1+\sin\alpha_2) \\ E_y=\int dE_y=\dfrac{k\lambda}{r_0}\displaystyle\int_{-\alpha_1}^{\alpha_2}\sin\alpha d\alpha=\dfrac{k\lambda}{r_0}(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2) \end{cases}$$

Ответ: $E_0=\dfrac{k\lambda}{r_0}\sqrt{(\sin\alpha_1+\sin\alpha_2)^2+(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)^2}$.

Тема 10. Постоянный электрический ток. Законы Ома.

Основные формулы и законы.

- Сила тока:

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

- Связь между силой и плотностью тока:

$$I = \int_S \vec{j}\,d\vec{S}.$$

- Закон Ома в интегральной форме:

1) для однородного участка цепи $I = \frac{U}{R} = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{R}$;

2) для полной замкнутой цепи $I = \frac{\varepsilon}{(R + r)}$;

3) для неоднородного участка цепи $I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon}{(R + r)}$.

- Закон Ома в дифференциальной форме:

1) для однородного участка цепи $\vec{j} = \sigma\vec{E} = \frac{1}{\rho}\vec{E}$;

2) для неоднородного участка цепи $\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{E}_{стор})$.

- Сопротивление проводника цилиндрической формы:

$$R = \frac{\rho L}{S}.$$

- Зависимость сопротивления и удельного сопротивления металлических проводников от температуры:

$$R_t = R_o(1 + \alpha t) \quad \text{и} \quad \rho_t = \rho_o(1 + \alpha t),$$

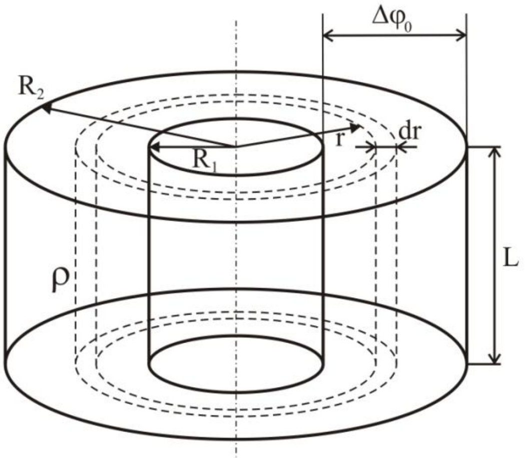
где R_o и ρ_o - сопротивление и удельное сопротивление при 0°C,

t - температура по шкале °C, α - температурный коэффициент

сопротивления; $\alpha = \frac{1}{273}\left(\frac{1}{K}\right)$.

Пример 1. Цилиндрический воздушный конденсатор с внутренним R_1 и внешним R_2 радиусами заряжен до разности потенциалов $\Delta\varphi_0$. Пространство между обкладками заполнено слабо проводящей средой с удельным сопротивлением ρ.
Определить: 1) сопротивление среды; 2) силу тока утечки, если высота конденсатора L (ρ – считать постоянным).

Дано
R_1
R_2
L
$\Delta\varphi_0$
ρ
R - ? I - ?



Решение

В цилиндрической системе координат закон Ома в дифференциальной форме имеет вид (проекция на радиус-вектор):

$$j = \frac{1}{\rho}E. \qquad (1)$$

Электрическое поле выразим через разность потенциалов:

$$E = \left|\frac{d\varphi}{dr}\right| = \frac{\Delta\varphi_0}{\ln\frac{R_2}{R_1}} \cdot \frac{1}{r}, \qquad (2)$$

где $R_1 \le r \le R_2$. Из (1) и (2) находим:

$$j = \frac{\Delta\varphi_0}{\rho \ln\frac{R_2}{R_1}} \cdot \frac{1}{r}. \qquad (3)$$

Полный ток I сквозь площадку $S = 2\pi r \cdot L$:

$$I = j \cdot S = \frac{\Delta\varphi_0}{\rho \ln\frac{R_2}{R_1}} \cdot \frac{1}{r} \cdot 2\pi r \cdot L = \frac{\Delta\varphi_0 \cdot 2\pi L}{\rho \ln\frac{R_2}{R_1}}. \qquad (4)$$

Так как согласно закону Ома, сила тока пропорциональна напряжению, то сопротивление среды:

$$R = \frac{\Delta\varphi_0}{I} = \frac{\rho}{2\pi L} \ln\frac{R_2}{R_1}. \qquad (5)$$

Ответ: $I = \frac{\Delta\varphi_0 \cdot 2\pi L}{\rho \ln\frac{R_2}{R_1}}$; $R = \frac{\rho}{2\pi L} \ln\frac{R_2}{R_1}$.

Пример 2. Определить заряд Q, прошедший по проводу с сопротивление R=3 Ом при равномерном нарастании напряжения на концах провода от U_0=2 В до U=4 В в течение t=20 с.

Дано	**Решение**
R = 3 Ом U_0 = 2В	Из определения силы тока следует: $Q=\int_0^t \frac{dq}{dt}dt=\int_0^t Idt.$ (1).
U = 4B t = 20c	Выразим силу тока по закону Ома: $I=\frac{U}{R}; Q=\int_0^t \frac{U}{R}dt.$ (2).
Q - ?	

Зависимость напряжения от времени может быть выражена формулой:

$$U=U_0+kt, \qquad (3),$$

где k – коэффициент пропорциональности.

Подставив (3) в (2) получим:

$$Q=\int_0^t\left(\frac{U_0}{R}+\frac{kt}{R}\right)dt=\frac{U_0}{R}\int_0^t dt+\frac{k}{R}\int_0^t tdt=\frac{U_0 t}{R}+\frac{kt^2}{2R}=\frac{t}{2R}\left(2U_0+kt\right).$$

Значение коэффициента k найдем из (3), учтя, что при t=20 с U=4 В.

$k=\left(U-U_0\right)/t=0{,}1\,В/с;$

Ответ: Q=20 Кл.

Тема 11. Магнитное поле в вакууме.

Основные формулы и законы.

- Закон Био-Савара-Лапласа:

$$d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\left[\vec{j}\,\vec{r}\right]d\upsilon}{r^3}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{r^3},$$

где $d\vec{l}$ - вектор, равный по модулю длине dl элемента проводника и совпадающий по направлению с током; μ_0 - магнитная постоянная; I - сила тока; $\vec{r}$ - вектор, проведенный от середины элемента проводника к точке, в которой определяется магнитная индукция; $d\vec{B}$ - магнитная индукция поля, создаваемого элементом проводника с током.

- Принцип суперпозиции для магнитного поля:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{N} \vec{B}_i .$$

- Теорема о циркуляции или закон полного тока:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{N} I_k = \mu_0 I ,$$

где I - суммарный ток, охватываемый замкнутым контуром L.

- Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечно длинным проводником с током I:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot 2I}{4\pi r} ,$$

где r - расстояние от проводника.

Указания к решению задач.

1. Прямое интегрирование выражения для индукции магнитного поля линейного тока (закон Био-Савара-Лапласа) позволяет определить поле тока заданной конфигурации

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I\left[d\vec{l}, \vec{r}\right]}{r^3} .$$

2. В случае симметричного распределения тока применяют теорему о циркуляции вектора индукции магнитного поля

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{j} d\vec{S} .$$

3. Для решения плоских магнитостатических задач используют эквивалентность с электростатикой: для одинаковых функций распределения тока и заряда – одинаковые решения для индукции магнитного поля и напряженности электростатического, с учетом того, что $\vec{B}$ и $\vec{E}$ в эквивалентных задачах взаимно перпендикулярны.

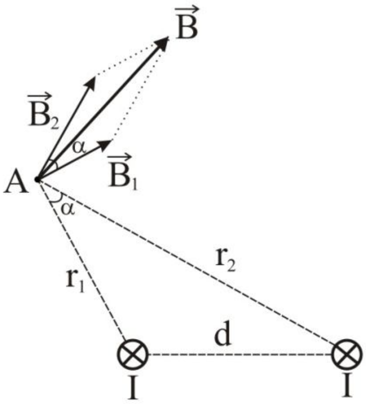
Примеры решения задач.

Пример 1. Два бесконечно длинных, параллельных провода, по которым текут в одном направлении токи силой I = 60 А, расположены на расстоянии d = 10 см друг от друга. Определить магнитную индукцию в точке, отстоящей от одного провода на расстоянии r_1 = 5 см и от другого на расстоянии r_2 = 12 см.

Дано

I = 60 А
d = 10 см
r_1 = 5 см
r_2 = 12 см

B_A = ?



Решение

Для нахождения магнитной индукции в указанной точке (А), определим направление векторов индукции $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ полей, создаваемых каждым проводником в отдельности, и сложим их геометрически.

Абсолютное значение индукции найдём по теореме косинусов

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha}. \qquad (1)$$

Значения B_1 и B_2 определены соответственно через силу тока I и расстояния r_1 и r_2 от проводов до точки: $B_1 = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r_1}$; $B_2 = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r_2}$.

Подставив эти выражения в (1) и вынеся $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$ из под знака корня, получим:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2}\cos\alpha}. \qquad (2)$$

Вычислим $\cos\alpha$: по теореме косинусов $d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos\alpha$,=> $\cos\alpha = \dfrac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2}$;

$\cos\alpha$ =0,576.

Ответ: В = 286 мкТл.

Тема 12. Явление электромагнитной индукции. Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле. Индуктивность.

Основные формулы и законы.

- Магнитный поток, пронизывающий площадку S:

$$Ф = \Phi = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = \int_S B_n \cdot dS,$$

где $B_n = |\vec{B}|\cdot\cos\alpha$, $\alpha = (\vec{B},\hat{\ }\vec{n})$.

- Работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле:

$$A = I\,\Delta\Phi,$$

где $\Delta\Phi$ – изменение магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную контуром, I – сила тока.

- Закон электромагнитной индукции Фарадея

в дифференциальной форме:

$$\mathcal{E}_i = -N\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt},$$

где $\mathcal{E}_i$ – электродвижущая сила индукции, N – число витков контура,

$\Psi = N\Phi$ – потокосцепление;

в интегральной форме:

$$Q = \frac{\Delta\Phi}{R},$$

где Q – заряд, прошедший по контуру сопротивлением R.

- Если рамка имеет N витков, а площадь рамки S, то при вращении рамки с угловой скоростью ω в однородном магнитном поле с индукцией B при изменении магнитного потока $\Delta\Phi$ в рамке возникает электродвижущая сила индукции $\mathcal{E}_i$, равная:

$\mathcal{E}_i = NB\omega S\sin(\omega t)$ или, если $\omega = 2\pi n$, то $\mathcal{E}_i = 2\pi nNBS\sin(2\pi nt)$, где $2\pi nt$ – мгновенное значение угла между вектором $\vec{B}$ и вектором нормали $\vec{n}$ к плоскости рамки.

- Мгновенное значение электродвижущей силы самоиндукции, возникающей в контуре при изменении силы тока в нем:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{L \cdot dI}{dt} ,$$

где L – индуктивность контура.

- Сила Лоренца:

$$\vec{F} = q\left[\vec{\upsilon}\vec{B}\right],$$

где q - заряд, $\vec{\upsilon}$ - его скорость движения в поле $\vec{B}$.

- Индуктивность соленоида:

$$L = \mu\mu_0 n_0^2 V,$$

где $n_0 = \frac{N}{l}$ – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида, V – объем соленоида, μ - магнитная проницаемость сердечника соленоида, μ_0 - магнитная постоянная.

Указания к решению задач.

1. Для определения ЭДС электромагнитной индукции, индукционных токов, а также сил, ускорений и других величин, возникающих благодаря явлению электромагнитной индукции используют закон Фарадея в интегральной форме, а также выражения для силы Лоренца.
2. Используя связи между потоком магнитного поля и энергией и коэффициентами самоиндукции и взаимной индукции, рассчитывают соответствующие величины.
3. Для расчета переходных процессов пользуются уравнениями, описывающими релаксационные явления – токи замыкания, размыкания и т.д.

Примеры решения задач.

Пример 1. К источнику тока с ЭДС $\mathcal{E}$=0,5 В и ничтожно малым внутренним сопротивлением присоединены два металлических стержня, расположенные горизонтально и параллельно друг другу. Расстояние L между стержнями равно 20 см. Стержни находятся в однородном магнитном поле, направленном вертикально. Магнитная индукция B=1,5 Тл. По стержням под воздействием сил поля скользит со скоростью υ=1м/с прямолинейный провод AB сопротивлением R = 0,02 Ом. Сопротивление стержней пренебрежимо мало.

Определить: 1) Э.Д.С. индукции; 2) силу F_A, действующую на провод со стороны поля; 3) силу тока в цепи; 4) мощностьP_1, расходуемую на движение провода; 5) мощность P_2, расходуемую на нагревание провода; 6) мощность P_3, отдаваемую в цепь источником тока.

Дано

$\mathcal{E}$ = 0,5 В

AB=L=20 см

B = 1,5 Тл

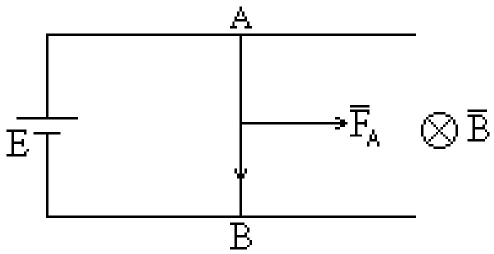
υ = 1м/с

R = 0,02 Ом

1) $\mathcal{E}_i$= ? 2) F_A=?

3) $I_ц$=? 4) P_1 =?

5) P_2=? 6) P_3 =?



Решение

За время dt магнитный поток сквозь контур изменится на dФ:

1) 1) По закону Фарадея ЭДС индукции: $\mathcal{E}_i$= -dФ/dt =-B·L·υ, тогда индукционный ток по закону Ома I_i = -$\mathcal{E}_i$/R, причем его направление противоположно току $I_б$ батареи.

2) По определению F_A= I·B·l·sinα, где $\alpha=\frac{\pi}{2}$, а $I_ц=I_б+I_i=\frac{\varepsilon}{R}-\frac{\varepsilon_i}{R}$, тогда

$$F_A = \left(\frac{\varepsilon}{R}-\frac{\varepsilon_i}{R}\right)\cdot B\cdot L = 3\ Н.$$

3) $I_ц = (I_б - I_i) = \left(\frac{\varepsilon}{R}-\frac{\varepsilon_i}{R}\right) = 10$ А.

4) На движение провода расходуется мощность:

$P_1 = I_ц\cdot\mathcal{E}_i=(I_б-I_i)\cdot\ \mathcal{E}_i$; P_1=3 Вт.

5) По определению на нагревание провода расходуется мощность:

$$P_2 = I_ц(\mathcal{E}-\mathcal{E}_i) = (I_б-I_i)(\mathcal{E}-\mathcal{E}_i); \ P_2=2 \text{ Вт}.$$

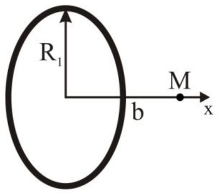
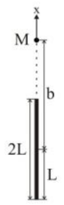
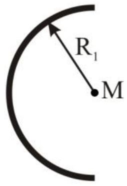
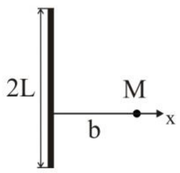
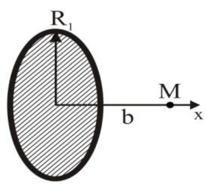
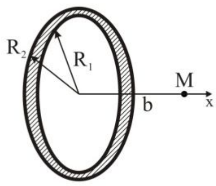
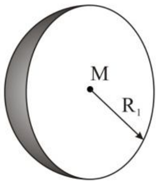
6) $P_з = I_ц \cdot \mathcal{E}$; $P_з = 5$ Вт.

Ответ: 1) $|\varepsilon_i| = 0{,}3В$; 2) F_A=3 Н; 3) $I_ц$=10 А;

4) P_1 =3 Вт; 5) P_2 = 2 Вт; 6) $P_з$= 5 Вт.

Задачи по разделу «Электричество и магнетизм»

Задача 1. Электростатическое поле создается положительным зарядом q, равномерно распределенным по заряженному телу радиусом R_1 (для широкого тонкого кольца меньший радиус – R_1, больший – R_2) или длиной 2L. Найти напряженность поля на оси, проходящей через центр тела, в точке M, отстоящей от центра на расстоянии b. Выполнить согласно номеру задания в таблице.

<table>
<tr><th>Номер задания</th><th colspan="2">Найти напряженность электрического поля в точках</th><th>q, Кл</th><th>R_1, м</th><th>R_2, м</th><th>L, м</th><th>b, м</th></tr>
<tr><td>1</td><td rowspan="4">
</td><td rowspan="4">На оси, перпендикулярной к плоскости тонкого проволочного заряженного кольца</td><td>10^{-9}</td><td>0,1</td><td></td><td></td><td>0,05</td></tr>
<tr><td>2</td><td>10^{-9}</td><td>0,1</td><td></td><td></td><td>0,10</td></tr>
<tr><td>3</td><td>10^{-9}</td><td>0,1</td><td></td><td></td><td>0,15</td></tr>
<tr><td>4</td><td>10^{-9}</td><td>0,1</td><td></td><td></td><td>0,20</td></tr>
<tr><td>5</td><td rowspan="4">
</td><td rowspan="4">На оси, проходящей вдоль заряженной нити длиной 2L, вне нити</td><td>$5\cdot10^{-10}$</td><td></td><td></td><td>0,1</td><td>0,15</td></tr>
<tr><td>6</td><td>$5\cdot10^{-10}$</td><td></td><td></td><td>0,1</td><td>0,20</td></tr>
<tr><td>7</td><td>$5\cdot10^{-10}$</td><td></td><td></td><td>0,1</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>8</td><td>$5\cdot10^{-10}$</td><td></td><td></td><td>0,1</td><td>0,30</td></tr>
<tr><td>9</td><td rowspan="4">
</td><td rowspan="4">В центре заряженного проволочного полукольца</td><td>10^{-10}</td><td>0,05</td><td></td><td></td><td>0</td></tr>
<tr><td>10</td><td>10^{-10}</td><td>0,10</td><td></td><td></td><td>0</td></tr>
<tr><td>11</td><td>10^{-10}</td><td>0,15</td><td></td><td></td><td>0</td></tr>
<tr><td>12</td><td>10^{-10}</td><td>0,20</td><td></td><td></td><td>0</td></tr>
<tr><td>13</td><td rowspan="4">
</td><td rowspan="4">На оси, перпендикулярной к заряженной нити длиной 2L</td><td>$5\cdot10^{-10}$</td><td></td><td></td><td>0,1</td><td>0,05</td></tr>
<tr><td>14</td><td>$5\cdot10^{-10}$</td><td></td><td></td><td>0,1</td><td>0,10</td></tr>
<tr><td>15</td><td>$5\cdot10^{-10}$</td><td></td><td></td><td>0,1</td><td>0,15</td></tr>
<tr><td>16</td><td>$5\cdot10^{-10}$</td><td></td><td></td><td>0,1</td><td>0,20</td></tr>
<tr><td>17</td><td rowspan="4">
</td><td rowspan="4">На оси, перпендикулярной к плоскости тонкого заряженного диска</td><td>10^{-9}</td><td>0,1</td><td></td><td></td><td>0,05</td></tr>
<tr><td>18</td><td>10^{-9}</td><td>0,1</td><td></td><td></td><td>0,10</td></tr>
<tr><td>19</td><td>10^{-9}</td><td>0,1</td><td></td><td></td><td>0,15</td></tr>
<tr><td>20</td><td>10^{-9}</td><td>0,1</td><td></td><td></td><td>0,20</td></tr>
<tr><td>21</td><td rowspan="4">
</td><td rowspan="4">На оси, перпендикулярной к плоскости широкого тонкого заряженного кольца</td><td>$3\cdot10^{-10}$</td><td>0,05</td><td>0,1</td><td></td><td>0,05</td></tr>
<tr><td>22</td><td>$3\cdot10^{-10}$</td><td>0,05</td><td>0,1</td><td></td><td>0,10</td></tr>
<tr><td>23</td><td>$3\cdot10^{-10}$</td><td>0,05</td><td>0,1</td><td></td><td>0,15</td></tr>
<tr><td>24</td><td>$3\cdot10^{-10}$</td><td>0,05</td><td>0,1</td><td></td><td>0,20</td></tr>
<tr><td>25</td><td rowspan="4">
</td><td rowspan="4">В центре поверхностно заряженной сферы</td><td>10^{-9}</td><td>0,05</td><td></td><td></td><td>0</td></tr>
<tr><td>26</td><td>10^{-9}</td><td>0,10</td><td></td><td></td><td>0</td></tr>
<tr><td>27</td><td>10^{-9}</td><td>0,15</td><td></td><td></td><td>0</td></tr>
<tr><td>28</td><td>10^{-9}</td><td>0,20</td><td></td><td></td><td>0</td></tr>
</table>

Задача 2. Найти поток вектора напряженности электростатического поля, создаваемого двумя равномерно заряженными телами, через площадку $S=A\cdot B$, расположенную на расстоянии r_1 от центра первого тела и r_2 – от второго тела таким образом, что нормаль к площадке составляет угол α с перпендикуляром, проведенным ко второму телу из центра первого. Считать, что A и B во много раз меньше r_1 и r_2, т.е. в пределах площадки S поле постоянно.

Номер задания	Первое тело	Второе тело	S, см^2	α, град	r_1, м	r_2, м
1	Точечный заряд $q= +5\cdot10^{-9}$ Кл	Бесконечно длинная нить, $\lambda= -2\cdot10^{-8}$ Кл/м	2	45	0,5	2,0
2			2	45	1,0	1,5
3			2	45	1,5	1,0
4			2	45	2,0	0,5
5	Точечный заряд $q= +10^{-8}$ Кл	Бесконечная плоскость, $\sigma= -5\cdot10^{-9}$ Кл/м^2	4	0	0,5	1,5
6			4	30	0,5	1,5
7			4	45	0,5	1,5
8			4	60	0,5	1,5
9	Точечный заряд $q= -4\cdot10^{-8}$ Кл	Бесконечно длинная цилиндрическая труба радиусом 2 см, $\sigma= +6\cdot10^{-8}$ Кл/м^2	9	0	2,0	1,0
10			9	30	2,0	1,0
11			9	45	2,0	1,0
12			9	60	2,0	1,0
13	Поверхностно заряженная сфера радиусом 3 см, $\sigma= -10^{-6}$ Кл/м^2	Бесконечно длинная нить, $\lambda= +9\cdot10^{-10}$ Кл/м	2	30	3,0	1,5
14			4	30	3,0	1,5
15			6	30	3,0	1,5
16			8	30	3,0	1,5
17	Поверхностно заряженная сфера радиусом 4 см, $\sigma_1= 2\cdot10^{-6}$ Кл/м^2	Бесконечная плоскость, $\sigma_2= -3\cdot10^{-7}$ Кл/м^2	1	60	0,2	0,8
18			1	60	0,4	0,6
19			1	60	0,6	0,4
20			1	60	0,8	0,2
21	Бесконечно длинная нить, $\lambda= -3\cdot10^{-8}$ Кл/м	Бесконечная плоскость, $\sigma= +2\cdot10^{-9}$ Кл/м^2	3	60	1,5	0,5
22			3	45	1,5	0,5
23			3	30	1,5	0,5
24			3	0	1,5	0,5
25	Бесконечно длинная нить, $\lambda= +10^{-7}$ Кл/м	Бесконечно длинная цилиндрическая труба радиусом 3 см, $\sigma= -4\cdot10^{-7}$ Кл/м^2	2	45	1,0	2,0
26			3	45	1,0	2,0
27			4	45	1,0	2,0
28			5	45	1,0	2,0

Задача 3. Электрическое поле образовано равномерно заряженным телом с известной линейной λ, поверхностной σ или объемной ρ плотностью заряда. Какую работу надо совершить, чтобы переместить пробный точечный положительный заряд q' из точки, отстоящей на расстоянии r_1, в точку на расстоянии r_2 от заряженного тела.

Номер задания	Неподвижное заряженное тело	λ, Кл/м	σ, Кл/м^2	ρ, Кл/м^3	q', Кл	r_1, см	r_2, см
1	Поверхностно заряженная сфера радиусом R=10 см	-	$+3\cdot10^{-7}$	-	10^{-9}	25	5
2		-	$+3\cdot10^{-7}$	-	10^{-9}	25	15
3		-	$+3\cdot10^{-7}$	-	10^{-9}	25	35
4		-	$+3\cdot10^{-7}$	-	10^{-9}	25	45
5	Объемно заряженный шар радиусом R=10 см	-	-	$+2\cdot10^{-6}$	10^{-9}	20	50
6		-	-	$+5\cdot10^{-6}$	10^{-9}	20	50
7		-	-	$+8\cdot10^{-6}$	10^{-9}	20	50
8		-	-	$+10^{-5}$	10^{-9}	20	50
9	Бесконечно длинная нить	$+10^{-6}$	-	-	10^{-8}	50	30
10		$+10^{-6}$	-	-	10^{-8}	40	30
11		$+10^{-6}$	-	-	10^{-8}	20	30
12		$+10^{-6}$	-	-	10^{-8}	10	30
13	Бесконечно длинный объемно заряженный цилиндр радиусом R=5 см	-	-	$+4\cdot10^{-6}$	10^{-8}	15	5
14		-	-	$+4\cdot10^{-6}$	10^{-8}	15	10
15		-	-	$+4\cdot10^{-6}$	10^{-8}	15	20
16		-	-	$+4\cdot10^{-6}$	10^{-8}	15	30
17	Точечный заряд $q = -6\cdot10^{-7}$ Кл	-	-	-	10^{-10}	10	5
18		-	-	-	10^{-10}	8	5
19		-	-	-	10^{-10}	6	5
20		-	-	-	10^{-10}	4	5
21	Бесконечно длинная цилиндрическая труба радиусом R=2 см	-	$+10^{-6}$	-	10^{-7}	2	6
22		-	$+5\cdot10^{-6}$	-	10^{-7}	2	6
23		-	$+10^{-5}$	-	10^{-7}	2	6
24		-	$+5\cdot10^{-5}$	-	10^{-7}	2	6
25	Две параллельные бесконечные разноименно заряженные плоскости	-	$+5\cdot10^{-5}$	-	10^{-8}	2	4
26		-	$+5\cdot10^{-5}$	-	10^{-8}	2	8
27		-	$+5\cdot10^{-5}$	-	10^{-8}	2	12
28		-	$+5\cdot10^{-5}$	-	10^{-8}	2	16

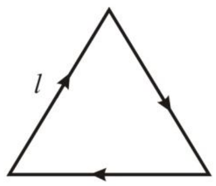
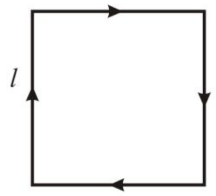
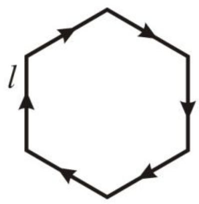
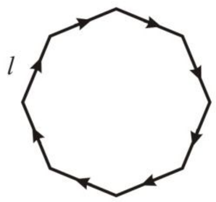
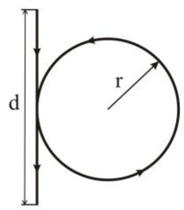
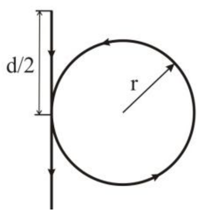
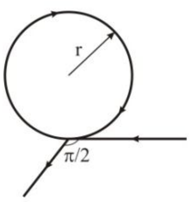
Задача 4. Два уединенных металлических шарика радиусами r_1 и r_2 соединены проволочкой, емкостью которой можно пренебречь. Заряд первого шарика до разряда равен q_1, потенциал второго - φ_2. Выполнить задание согласно номеру варианта в таблице.

Номер задания	r_1, см	r_2, см	q_1, Кл	φ_2, кВ	Определить
1	3	2	10^{-8}	9,0	Потенциал первого шарика до разряда
2	2	1	$5\cdot10^{-9}$	3,6	
3	4	2	$2\cdot10^{-8}$	4,5	
4	2	5	$6\cdot10^{-9}$	7,2	
5	3	2	10^{-8}	9,0	Заряд второго шарика до разряда
6	2	1	$5\cdot10^{-9}$	3,6	
7	4	2	$2\cdot10^{-8}$	4,5	
8	2	5	$6\cdot10^{-9}$	7,2	
9	3	2	10^{-8}	9,0	Заряд и потенциал первого шарика после разряда
10	2	1	$5\cdot10^{-9}$	3,6	
11	4	2	$2\cdot10^{-8}$	4,5	
12	2	5	$6\cdot10^{-9}$	7,2	
13	3	2	10^{-8}	9,0	Заряд и потенциал второго шарика после разряда
14	2	1	$5\cdot10^{-9}$	3,6	
15	4	2	$2\cdot10^{-8}$	4,5	
16	2	5	$6\cdot10^{-9}$	7,2	
17	3	2	10^{-8}	9,0	Энергию каждого шарика до разряда
18	2	1	$5\cdot10^{-9}$	3,6	
19	4	2	$2\cdot10^{-8}$	4,5	
20	2	5	$6\cdot10^{-9}$	7,2	
21	3	2	10^{-8}	9,0	Энергию соединенных проводником шариков
22	2	1	$5\cdot10^{-9}$	3,6	
23	4	2	$2\cdot10^{-8}$	4,5	
24	2	5	$6\cdot10^{-9}$	7,2	
25	3	2	10^{-8}	9,0	Работу разряда
26	2	1	$5\cdot10^{-9}$	3,6	
27	4	2	$2\cdot10^{-8}$	4,5	
28	2	5	$6\cdot10^{-9}$	7,2	

Задача 5. Элемент, ЭДС которого ε и внутреннее сопротивление r, дает максимальную силу тока I_{max}. Максимальная полезная мощность, которую можно получить от этого элемента, равна P_{max}. Найти неизвестные величины по двум известным согласно номеру задания.

Номер задания	ε, В	r, Ом	I_{max}, А	P_{max}, Вт
1	6	?	3	?
2	4	2	?	?
3	?	2	4	?
4	4	?	?	2
5	?	2	?	8
6	10	?	2	?
7	?	?	4	6
8	2	5	?	?
9	4	?	?	2
10	?	1	4	?
11	6	3	?	?
12	?	?	2	3
13	6	2	?	?
14	?	?	6	4,5
15	8	?	4	?
16	?	2	?	4,5
17	4	?	1	?
18	8	4	?	?
19	?	3	12	?
20	6	?	?	12
21	?	3	?	3
22	6	?	3	?
23	?	?	4	2
24	10	2	?	?
25	?	4	?	1
26	?	?	3	4,5
27	?	2	8	?
28	6	?	?	9

Задача 6. Линейный проводник, по которому проходит ток I, образует круговой контур радиусом r или жесткий контур в форме правильного многоугольника со стороной *l*. Найти индукцию магнитного поля в центре контура согласно номеру задания в таблице.

Номер задания	Форма контура с током		*l*, см	r, см	I, A
1		Равносторонний треугольник со стороной *l*	3	-	2,2
2			16	-	3,1
3			21	-	8,0
4			10,4	-	2,0
5		Квадрат со стороной *l*	5,7	-	1,8
6			6,3	-	4,45
7			12	-	1,66
8			20	-	0,7
9		Правильный шестиугольник со стороной *l*	21,5	-	2,0
10			18	-	1,5
11			12	-	3,0
12			11,5	-	2,0
13		Правильный восьмиугольник со стороной *l*	8,6	-	1,4
14			9,5	-	3,0
15			3,2	-	0,6
16			14	-	2,5
17		Проводник длиной *l* образует петлю радиусом r и прямолинейный участок длиной d	24	3	1,0
18			24	2	1,0
19			30	3	1,0
20			24	2	1,5
21		Проводник длиной *l* образует петлю радиусом r и два прямолинейных участка длиной d/2	24	3	с
22			24	2	1,0
23			30	3	1,0
24			24	2	1,5
25		Бесконечно длинный проводник образует петлю радиусом r и два взаимноперпендикулярных полубесконечных линейных участка	∞	5	1,0
26			∞	10	1,0
27			∞	15	1,0
28			∞	20	1,0

Задача 7. Заряженная частица влетает в однородное магнитное поле под углом α к направлению поля и движется по винтовой линии, радиус которой равен R. Индукция магнитного поля – B, кинетическая энергия частицы при этом – W_k. Найти неизвестную величину согласно номеру задания.

Номер задания	Частица	α, град	R, см	B, Тл	W_k, Дж
1	Протон	45	2,12	$3\cdot10^{-2}$	?
2		30	2,5	?	$6{,}9\cdot10^{-17}$
3		60	?	$1{,}73\cdot10^{-2}$	$7{,}66\cdot10^{-18}$
4		?	4,0	$5\cdot10^{-2}$	$1{,}23\cdot10^{-16}$
5	α-частица	30	1,25	$5\cdot10^{-3}$	?
6		60	4,33	?	$1{,}91\cdot10^{-16}$
7		60	?	$2{,}6\cdot10^{-1}$	$6{,}2\cdot10^{-16}$
8		?	4,5	$6{,}66\cdot10^{-3}$	$2{,}76\cdot10^{-18}$
9	Электрон	60	2,0	$4{,}33\cdot10^{-3}$	?
10		45	7,07	?	$5{,}04\cdot10^{-15}$
11		45	?	$1{,}77\cdot10^{-2}$	$1{,}26\cdot10^{-15}$
12		?	1,73	10^{-2}	$5{,}6\cdot10^{-16}$
13	Протон	30	1,5	$2\cdot10^{-2}$	?
14		60	8,66	?	$1{,}23\cdot10^{-16}$
15		45	?	$1{,}41\cdot10^{-1}$	$3{,}064\cdot10^{-17}$
16		?	4,24	$1{,}3\cdot10^{-1}$	$4{,}9\cdot10^{-16}$
17	Позитрон	45	1,5	$2{,}36\cdot10^{-3}$	?
18		60	4,33	?	$5{,}6\cdot10^{-16}$
19		30	?	$2{,}5\cdot10^{-3}$	$2{,}24\cdot10^{-15}$
20		?	3,5	10^{-2}	$6{,}86\cdot10^{-15}$
21	α-частица	60	3,0	$1{,}73\cdot10^{-2}$	?
22		45	7,07	?	$3{,}75\cdot10^{-16}$
23		30	?	$1{,}25\cdot10^{-2}$	$7{,}66\cdot10^{-18}$
24		?	1,41	$4\cdot10^{-1}$	$4{,}9\cdot10^{-16}$
25	Электрон	30	2,5	$1{,}2\cdot10^{-2}$	?
26		45	3,535	?	$1{,}4\cdot10^{-16}$
27		60	?	$5\cdot10^{-3}$	$3{,}5\cdot10^{-15}$
28		?	1,5	$2\cdot10^{-2}$	$5{,}04\cdot10^{-15}$

Задача 8. Два прямолинейных длинных параллельных проводника находятся на расстоянии r_1 друг от друга. По проводникам проходят токи I_1 и I_2 в одном направлении. Для того, чтобы раздвинуть проводники до расстояния r_2, надо совершить работу на единицу длины проводника, равную А. Найти неизвестную величину согласно номеру задания.

Номер задания	r_1, см	r_2, см	I_1, А	I_2, А	А, Дж
1	?	5	1,4	0,5	$9{,}7\cdot10^{-8}$
2	2	?	0,75	1,2	$1{,}98\cdot10^{-7}$
3	r_1	$1{,}5\ r_1$	?	2,5	$4{,}05\cdot10^{-7}$
4	$0{,}5\ r_2$	r_2	0,5	?	$6{,}93\cdot10^{-8}$
5	r_1	$2\ r_1$	0,5	0,8	?
6	?	8	1,5	0,6	$2{,}49\cdot10^{-7}$
7	5	?	0,6	0,4	$3{,}33\cdot10^{-8}$
8	r_1	$3\ r_1$	?	0,25	$1{,}1\cdot10^{-7}$
9	$0{,}2\ r_2$	r_2	0,4	?	$1{,}61\cdot10^{-7}$
10	r_1	$4\ r_1$	1,0	1,5	?
11	?	4,5	0,8	0,5	$8{,}8\cdot10^{-8}$
12	6	?	1,2	1,6	$2{,}66\cdot10^{-7}$
13	$0{,}25\ r_2$	r_2	?	1,25	$1{,}38\cdot10^{-7}$
14	r_1	$2\ r_1$	1,5	?	$2{,}77\cdot10^{-7}$
15	$0{,}5\ r_2$	r_2	2,2	1,5	?
16	?	12	0,7	1,0	$7\cdot10^{-8}$
17	3	?	1,3	0,5	$9\cdot10^{-8}$
18	$0{,}1\ r_2$	r_2	?	0,4	$4{,}6\cdot10^{-7}$
19	r_1	$3\ r_1$	0,2	?	$8{,}8\cdot10^{-8}$
20	r_1	$5\ r_1$	0,2	0,6	?
21	?	12	0,3	0,7	$4{,}6\cdot10^{-8}$
22	4,5	?	1,4	2,0	$3{,}88\cdot10^{-7}$
23	r_1	$2{,}5\ r_1$	?	0,5	$9{,}16\cdot10^{-8}$
24	$0{,}25\ r_2$	r_2	2,0	?	$2{,}77\cdot10^{-7}$
25	10	20	0,7	2,1	?
26	?	15	1,3	0,9	$1{,}88\cdot10^{-7}$
27	2	?	0,5	1,1	$7{,}62\cdot10^{-8}$
28	$0{,}4\ r_2$	r_2	?	0,8	$1{,}83\cdot10^{-7}$

Задача 9. В однородном магнитном поле, индукция которого B, равномерно вращается рамка площадью S с угловой скоростью ω. Ось вращения находится в плоскости рамки и составляет угол α с направлением силовых линий магнитного поля. Найти максимальную ЭДС индукции ε_{max} во вращающейся рамки. Проследить, как зависит ε_{max} от изменяющегося параметра.

Номер задания	B, Тл	S, см^2	ω, рад/с	α, град	Объяснить зависимость
1	0,05	35	60	30	$\varepsilon_{max} = f(\alpha)$
2	0,05	35	60	60	
3	0,05	35	60	90	
4	0,05	35	60	120	
5	0,3	4	10	45	$\varepsilon_{max} = f(\omega)$
6	0,3	4	20	45	
7	0,3	4	30	45	
8	0,3	4	40	45	
9	0,5	10	80	30	$\varepsilon_{max} = f(S)$
10	0,5	20	80	30	
11	0,5	30	80	30	
12	0,5	40	80	30	
13	0,05	25	6	150	$\varepsilon_{max} = f(B)$
14	0,10	25	6	150	
15	0,15	25	6	150	
16	0,20	25	6	150	
17	0,4	16	120	90	$\varepsilon_{max} = f(\alpha)$
18	0,4	16	120	120	
19	0,4	16	120	135	
20	0,4	16	120	150	
21	0,75	8	50	60	$\varepsilon_{max} = f(\omega)$
22	0,75	8	100	60	
23	0,75	8	150	60	
24	0,75	8	200	60	
25	0,2	12	15	120	$\varepsilon_{max} = f(B)$
26	0,4	12	15	120	
27	0,6	12	15	120	
28	0,8	12	15	120	

Задача 10. Катушка имеет сопротивление R и индуктивность L. Сила тока в катушке равна i_0. Через время t после выключения сила тока в катушке становится равной i. Найти неизвестную величину, выполнить дополнительное задание.

Номер задания	R, Ом	L, Гн	i_0, А	i, А	t, с	Проанализировать зависимость
1	?	0,133	i_0	0,5 i_0	$4\cdot10^{-3}$	$i = f(t)$ i_0, R, L - const
2	30	?	i_0	0,2 i_0	$1{,}6\cdot10^{-2}$	
3	12	0,036	?	0,1	$5{,}37\cdot10^{-3}$	
4	25	0,75	0,5	?	$2{,}08\cdot10^{-2}$	
5	11,1	0,032	i_0	0,25 i_0	?	$i = f(R)$ i_0, L, t - const
6	?	0,04	i_0	0,1 i_0	$4{,}6\cdot10^{-3}$	
7	120	?	i_0	0,4 i_0	$9{,}16\cdot10^{-4}$	
8	230	0,115	?	0,2	$8{,}05\cdot10^{-4}$	
9	180	0,09	0,8	?	$6{,}93\cdot10^{-4}$	$i = f(L)$ i_0, R, t - const
10	138,6	0,1	i_0	0,5 i_0	?	
11	?	0,16	i_0	0,25 i_0	$2{,}77\cdot10^{-3}$	
12	35	?	i_0	0,4 i_0	$1{,}83\cdot10^{-2}$	
13	90	0,27	?	0,125	$4{,}16\cdot10^{-3}$	$\frac{i}{i_0} = f(t)$
14	146	0,073	0,6	?	$8{,}95\cdot10^{-4}$	
15	28	0,252	i_0	0,2 i_0	?	
16	?	0,24	i_0	0,1 i_0	$6{,}9\cdot10^{-3}$	
17	180	?	i_0	0,25 i_0	$9{,}7\cdot10^{-4}$	$\frac{i}{i_0} = f(R)$
18	110,9	0,84	?	0,05	$1{,}05\cdot10^{-2}$	
19	72	0,144	0,1	?	$3{,}22\cdot10^{-3}$	
20	45,8	0,15	i_0	0,4 i_0	?	
21	?	0,45	i_0	0,5 i_0	$2{,}08\cdot10^{-3}$	$\frac{i}{i_0} = f(L)$
22	96,6	?	i_0	0,2 i_0	$8\cdot10^{-4}$	
23	85	0,34	?	0,14	$6{,}44\cdot10^{-3}$	
24	35,8	0,26	0,12	?	$1{,}3\cdot10^{-2}$	
25	104	0,2	i_0	0,125 i_0	?	$\frac{i}{i_0} = f(t)$
26	?	0,024	i_0	0,1 i_0	$9{,}2\cdot10^{-4}$	
27	183,2	?	i_0	0,4 i_0	$1{,}1\cdot10^{-3}$	
28	62	0,31	?	0,15	$1{,}04\cdot10^{-2}$	

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Савельев И.В. «Курс физики»,т.1., М.:Наука,1989г.
2. Трофимова Т.И. «Курс физики», М.: Высшая школа,1985г.
3. Матвеев А.Н. «Механика и теория относительности». М.: Высшая школа, 1986г.
4. Чертов А.Г., Воробьёв А.А. Сборник задач по физике, М.: Высшая школа, 1981г.
5. Иродов И.Е. Задачи по общей физике, М.: Наука,1979 г.
6. Беликов В.С. Решение задач по физике. Общие методы. М.: Высшая школа, 1986г.